THÔNG TIN VỀ LUẬN VĂN THẠC SĨ

1. Họ và tên học viên: Ngô Anh Tuấn

2. Giới tính: Nam

3. Ngày sinh: 02-11-1988

4. Nơi sinh: Hòa Bình

5. Quyết định công nhận học viên số: , ngày tháng năm

6. Các thay đổi trong quá trình đào tạo: Điều chỉnh chuyên ngành đào tạo từ Hình học và Tôpô sang Đại số và Lý thuyết số, theo Quyết định số 1969/QĐ-SĐH ngày 02 tháng 06 năm 2011 của Hiệu trưởng Đại học Khoa học Tự nhiên.

7. Tên đề tài luận văn:

Một số vấn đề xung quanh dạng đại số của giả thuyết cổ điển về lớp cầu

8. Chuyên ngành: Đại số và Lý thuyết số

9. Mã số: 60 46 05

10. Cán bộ hướng dẫn khoa học: GS. TSKH. Nguyễn Hữu Việt Hưng, Khoa Toán-Cơ-Tin học, Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội

11. Tóm tắt các kết quả của luận văn:

Luận văn được chia làm 3 chương.

-Trong chương 1, chúng tôi trình bày khái niệm và một số tính chất của đại số Steenrod, $\mathcal{A}$, trên trường có 2 phần tử, $\mathbb{F}_2$. Chúng tôi trình bày lại mô tả của đại số lambda theo lý thuyết bất biến của Singer. Ta có

$$D_k = \mathbb{F}_2[Q_{k,0}, \ldots, Q_{k,k-1}],$$

trong đó, kí hiệu $Q_{k,i}$ dùng để chỉ bất biến Dickson bậc $2^k - 2^i$. Vì tác động của GL_k và $\mathcal{A}$ trên P_k giao hoán với nhau, nên đại số Dickson có một cấu trúc môđun trên đại số Steenrod từ P_k. Singer đặt $\Gamma_k = D_k[Q_{k,0}^{-1}]$, là địa phương hóa của D_k bằng cách làm khả nghịch $Q_{k,0}$, và định nghĩa $\Gamma_k^\wedge$ là môđun con "không quá lớn" của Γ_k. Ông thu được $\Gamma^\wedge = \oplus_k \Gamma_k^\wedge$ với một vi phân $\partial : \Gamma_k^\wedge \longrightarrow \Gamma_{k-1}^\wedge$ và một đối tích. Sau đó, ông chỉ ra rằng đối đại số vi phân $\Gamma^\wedge$ là đối ngẫu với đại số lambda ngược. Do đó, $H_k(\Gamma^\wedge) \cong Tor_k^{\mathcal{A}}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2)$.

-Trong chương 2, chúng tôi trình bày định nghĩa của đồng cấu Lannes-Zarati và dạng đại số của Giả thuyết cổ điển về lớp cầu. Xét đồng cấu Hurewicz $H : \pi_*^s(S^0) \cong \pi_*(Q_0S^0) \longrightarrow H_*(Q_0S^0)$, trong đó Q_0S^0 là một thành phần liên thông của không gian vòng lặp vô hạn $\Omega^\infty S^\infty = \lim_n \Omega^n S^n$ với tôpô compact mở. Giả thuyết cổ điển về lớp cầu dự đoán rằng chỉ có các phần tử với bất biến Hopf bằng 1 và các phần tử với bất biến Kervaire bằng 1 nằm trong ảnh của đồng cấu Hurewicz. Năm 1987, Lannes và Zarati xây dựng các đồng cấu

$$\varphi_k : Ext_{\mathcal{A}}^{k,k+i}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2) \longrightarrow (\mathbb{F}_2 \underset{\mathcal{A}}{\otimes} D_k)_i^*,$$

tương ứng với một phân bậc liên kết của ánh xạ Hurewicz. Các phần tử với bất biến Hopf bằng 1 và bất biến Kervaire bằng 1 được đại điện bởi các chu trình vĩnh cửu nào đó tương ứng trong $Ext_{\mathcal{A}}^{1,*}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2)$ và trong $Ext_{\mathcal{A}}^{2,*}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2)$, mà ở đó φ_1 và φ_2 khác 0. Chúng ta dẫn tới dạng đại số của Giả thuyết cổ điển về lớp cầu, do Nguyễn H. V. Hưng đề xuất, nói rằng $\varphi_k = 0$ ở bất kì gốc i dương với $k > 2$. Giả thuyết này đã được Nguyễn H. V. Hưng chứng minh cho $k = 3, 4$.

Chúng tôi trình bày mệnh đề của Nguyễn H. V. Hưng nói rằng ánh xạ Lannes-Zarati

$$\varphi = \bigoplus_k \varphi_k : \bigoplus_k Ext_{\mathcal{A}}^k(\Sigma^{-k}\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2) \longrightarrow \bigoplus_k (\mathbb{F}_2 \underset{\mathcal{A}}{\otimes} D_k)^*$$

là một đồng cấu đại số.

Đồng cấu φ_k triệt tiêu trên mọi phần tử phân tích được có chiều đồng điều lớn hơn 2 được chứng minh bởi F. P. Peterson và Nguyễn H. V. Hưng. Ngoài ra, Nguyễn H. V. Hưng và Trần N. Nam đã chỉ ra rằng φ_k triệt tiêu trên các phần tử là ảnh của đồng cấu chuyển Singer.

Chúng tôi trình bày chứng minh định lý của Nguyễn H. V. Hưng nói rằng nhúng D_k vào $\Gamma_k^\wedge$ là một biểu diễn ở cấp độ dây chuyền của đối ngẫu của đồng cấu Lannes-Zarati. Hệ quả của định lý này là dạng đại số của Giả thuyết cổ điển về các lớp cầu do Nguyễn H. V. Hưng đưa ra tương đương với Giả thuyết nói rằng lớp tương đương của các đơn thức Dickson bậc dương bằng 0 trong đồng điều của đại số Steenrod ở bất kì hạng lớn hơn 2.

-Trong chương 3, chúng tôi trình bày các toán tử squaring. Liulevicius đã đưa ra các toán tử squaring

$$Sq^i : Ext_{\mathcal{A}}^{s,s+d}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2) \longrightarrow Ext_{\mathcal{A}}^{s+i,2(s+d)}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2),$$

có hầu hết các tính chất của toán tử Steenrod Sq^i tác động trên đối đồng điều của các không gian tôpô. Tuy nhiên Sq^0 không phải là ánh xạ đồng nhất, và được gọi là toán tử squaring cổ điển. Kameko đã xây dựng đồng cấu

$$Sq^0 = 1 \underset{GL_k}{\otimes} \widetilde{Sq^0} : (\mathbb{F}_2 \underset{GL_k}{\otimes} PH_*(B\mathbb{V}_k))_d \longrightarrow (\mathbb{F}_2 \underset{GL_k}{\otimes} PH_*(B\mathbb{V}_k))_{2d+s},$$

được gọi là toán tử squaring Kameko. Nguyễn H. V. Hưng đã xây dựng toán tử squaring trên đối ngẫu của đại số Dickson

$$Sq^0 : P(\mathbb{F}_2 \underset{GL_k}{\otimes} H_*(B\mathbb{V}_k))_d \longrightarrow P(\mathbb{F}_2 \underset{GL_k}{\otimes} H_*(B\mathbb{V}_k))_{2d+k}.$$

Chúng tôi trình bày định lý của Nguyễn H. V. Hưng nói rằng toán tử squaring cổ điển và toán tử squaring trên đối ngẫu của đại số Dickson giao hoán với nhau qua đồng cấu Lannes-Zarati. Nói một cách khác, ta có biểu đồ giao hoán

$$\begin{array}{ccc}
Ext_{\mathcal{A}}^{k}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2) & \xrightarrow{\varphi_k} & P(\mathbb{F}_2 \underset{GL_k}{\otimes} H_*(B\mathbb{V}_k)) \\
\Big\downarrow{\scriptstyle Sq^0} & & \Big\downarrow{\scriptstyle Sq^0} \\
Ext_{\mathcal{A}}^{k}(\mathbb{F}_2, \mathbb{F}_2) & \xrightarrow{\varphi_k} & P(\mathbb{F}_2 \underset{GL_k}{\otimes} H_*(B\mathbb{V}_k)).
\end{array}$$

Dựa trên kết quả này, cùng với kết quả của Lin, Chen, Perterson và Giambalvo, chúng tôi chứng minh lại sự triệt tiêu của đồng cấu Lannes-Zarati thứ 3 và thứ 4 theo cách khác, và chúng tôi cũng chứng minh sự triệt tiêu của đồng cấu Lannes-Zarati thứ 5.

Trong luận văn này, chúng tôi đưa ra một chứng minh khác cho sự triệt tiêu của đồng cấu Lannes-Zarati thứ 3 và thứ 4. Chúng tôi chứng minh sự triệt tiêu của đồng cấu Lannes-Zarati thứ 5.

Đóng góp chính trong luận văn này là đưa ra chứng minh cho sự triệt tiêu của đồng cấu Lannes-Zarati thứ 5.

Hà Nội, ngày tháng năm 2013

Học viên

Ngô Anh Tuấn