THÔNG TIN VỀ LUẬN VĂN THẠC SĨ

1. Họ và tên học viên: **TÔ THỊ THU HIỀN** 2. Giới tính: Nữ

3. Ngày sinh: 18/10/1986 4. Nơi sinh: Thái Bình

5. Quyết định công nhận học viên số: , ngày tháng năm

6. Các thay đổi trong quá trình đào tạo: không

7. Tên đề tài luận văn: Đa tạp tâm của hệ tam phân mũ không đều.

8. Chuyên ngành: Giải tích 9. Mã số: 60 46 01

10. Cán bộ hướng dẫn khoa học: **TS. Lê Huy Tiễn**

Đại học khoa học Tự nhiên_Đại học Quốc Gia Hà Nội

11. Tóm tắt các kết quả của luận văn:

Trong luận văn, tác giả đã trình bày các khái niệm mới như hệ phương trình vi phân tuyến tính có tam phân mũ đều, tam phân mũ không đều, và nêu ra các tính chất cơ bản của chúng. Với giả thiết hệ phương trình vi phân có tam phân mũ không đều, luận văn tập trung chứng minh sự tồn tại của đa tạp tâm cho điểm gốc của hệ, từ đó cũng suy ra được sự tồn tại của đa tạp tâm của hệ tại nghiệm hyperbolic riêng không đều.

Xét hệ phương trình vi phân thường trong không gian $\mathbb R^d$ ($d\ge 1$):

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad t \in \mathbb{R}, \qquad (1)$$

trong đó A là một ma trận thực cỡ $d\ d$. Các giá trị riêng của ma trận A có thể được chia thành ba loại: có phần thực âm, phần thực dương và phần thực bằng 0.

Gọi $E^s,\,E^u,\,E^c$ là các không gian con sinh bởi các véc tơ riêng ứng với các giá trị riêng có phần thực âm, phần thực dương và phần thực bằng 0. Đây là các tập bất biến đối với nghiệm của phương trình (1). Hơn nữa, bất kì nghiệm nào của phương trình (1) xuất phát từ E^s (hoặc từ E^u) sẽ ổn định (hoặc không ổn định). Vì vậy, các tập này được gọi tương ứng là các đa tạp ổn định và không ổn định. Tuy nhiên, chúng ta không thể nói trước được điều gì về dáng điệu tiệm cận của nghiệm xuất phát từ E^c. Người ta gọi E^c là đa tạp tâm. Nói chung mọi nghiệm có dáng điệu phức tạp nhất thường nằm trên đa tạp tâm.

Nếu $E^u=\{0\}$, mọi quỹ đạo của nghiệm đều tiến rất nhanh tới không gian con tâm E^c. Do đó, tính ổn định của hệ hoàn toàn được xác định bởi dáng điệu của nghiệm trên đa tạp tâm. Vì vậy, để biết về tính ổn định của hệ, chúng ta chỉ cần hạn chế nghiên cứu hệ trên không gian con tâm E^c. Ý tưởng trực quan này chính là động lực của lý thuyết đa tạp tâm. Nội dung của lý thuyết này được mô tả ngắn gọn như sau.

Xét hệ phương trình vi phân trong R^d

$$v' = f(t,v) \qquad (2)$$

ở đây x_0 là điểm cân bằng không Hyperbolic của hệ (2) (điều này có nghĩa ma trận tuyến tính hóa $\partial f(t,x_0)$ có giá trị riêng với phần thực bằng 0). Giả sử tồn tại một đa tạp tâm của (2) tiếp xúc với không gian con tâm E^c tại x_0, khi đó để nghiên cứu dáng điệu tiệm cận của nghiệm xuất phát từ một lân cận (đủ nhỏ) của x_0, chúng ta chỉ cần hạn chế nghiên cứu hệ (2) trên đa tạp tâm này. Và để chứng minh sự tồn tại đa tạp tâm của hệ (2), ta cần đưa thêm các điều kiện cho hệ (2), và điều kiện quan trọng nhất, giả thiết yếu nhất để đa tạp tâm tồn tại chính là hệ $\dot{x}=\partial f(t,x_0)x$ có tam phân mũ không đều.

Nội dung chính của luận văn là chứng minh sự tồn tại của đa tạp tâm đối với phương trình vi phân không ôtônôm có tam phân mũ không đều trong không gian Banach vô hạn chiều.

Luận văn được chia thành hai chương

Chương 1 luận văn trình bày các khái niệm hệ phương trình vi phân có tam phân mũ đều, không đều và một số kết quả chính về bất đẳng thức Faà di Bruno, bổ đề Gronwall.

Chương 2 luận văn chứng minh sự tồn tại đa tạp tâm của hệ phương trình vi phân có tam phân mũ không đều trong không gian Banach vô hạn chiều. Đây chính là mục đích chính của luận văn.

Trong luận văn này, tác giả đã trình bày các khái niệm mới như hệ phương trình vi phân có tam phân mũ đều, không đều. Sau đó, luận văn tập trung chứng minh sự tồn tại đa tạp tâm của hệ phương trình vi phân

$v'=A(t)v+f(t,v)$, $v(s)=v_s$ với giả thiết quan trọng là hệ tuyến tính tương ứng $v'=A(t)v$ có tam phân mũ không đều. Đây chính là kết quả quan trọng đối với việc nghiên cứu tính ổn định của hệ phương trình vi phân, vì tính ổn định của hệ hoàn toàn phụ thuộc vào dáng điệu nghiệm trên đa tạp tâm. Như vậy, thay vì nghiên cứu nghiệm trên toàn bộ không gian ban đầu, ta chỉ cần nghiên cứu tính chất nghiệm trên đa tạp tâm. Đa tạp tâm có ý nghĩa trong việc rút gọn số chiều của hệ.

12. Khả năng ứng dụng trong thực tiễn: chưa có

13. Những hướng nghiên cứu tiếp theo: Suy rộng cho hệ động lực trên thang thời gian.

14. Các công trình đã công bố có liên quan đến luận văn: không

Ngày 05 tháng 12 năm 2012

Học viên

(Kí và ghi rõ họ tên)

Tô Thị Thu Hiền

INFORMATION ON MASTER'THESIS

1. Full name: **TO THI THU HIEN** 2. Sex: Female

3. Date of birth: 18/10/1986 4. Place of birth: Thai Binh

5. Admission decision number: Dated:

6. Changes in academic process: no

7. Official thesis title:

Center manifolds of differential equations admitting nonuniform exponential trichotomy.

8. Major: Analysis 9. Code: 60 46 01

10. Supervisors**:** **Dr Le Huy Tien**

College of Science - Vietnam national university Ha Noi

11. Summary of the finding of the thesis:

In this thesis, I introduced a new definition of a differential equation admitting a nonuniform exponential trichtomy and their basic property. Assumed that a given differential equation have linear part admitting nonuniform exponential trichtomy, then there exits a center manifold of that differential equation for origin, otherwide we can expand center manifold theorem for nonuniform partial hyperbolic solution.

Consider a usual differential equation system in R^d (d>1)

x'=A(t)x

where A is a matrix of nxn size. We can divide the eigenvalue of A into three eigenvalues have negative real part, eigenvalues have positive real part, eigenvalue have zero real part.

Let E^s, E^u, E^c are the subspaces of R^n spanned by the real and imaginary parts of the generalized eignvectors corresponding to eigenvalue with negative, positive and zero real parts respectively. These are the invariant sets of equations (1). Furthermore, any solution of equation (1) with intial condition belong to E^s (or E^u) will be stable (or unstable). So, these sets are called the stable and unstable manifolds respectively. However, we couln'n say anything about asymptotical behavior of solution with initial condition belong to E^c. E^c is called a center manifold. Generally, all solutions with the most complex behaviors are belong to center manifold.

The stability of the system is completely determined by the behavior on the center manifold. So, if we want to know about the stability of the system, then we only invest system on E^c space. This idea is main dynamic in center manifold theory. To have easy image, we express content of this theory through a differential equation system in infinite dimension space as below

The stability of the system is completely determined by the behavior on the center manifold. So, if we want to know about the stability of the system, then we only invest system on E^c space. This idea is main dynamic in center manifold theory. To have easy image, we express content of this theory through a differential equation system in infinite dimension space as below

Consider differential equation system in R^d

$$x' = A(t)x + f(t,x),$$

where x_0 is a hyperbolic equilibrium point of (2) system (this means linear matrix A(t)=Df(x_0) have eigenvalue with zero real part). Assumed that there exits a center manifold E^c at x_0. Then to invest asymptotical behavior of solution with the initial condition belong to sufficient small neighbourhood of x_0, we can invest system (2) on this center manifold.

The main content of this thesis is proving the existence of center manifold of autonom differential equations in Banach space with infinite dimension. The key to solve this problem is the definitions of uniform exponential trichtomy system, nonuniform partial hyperbolic solution.

This thesis devide into two chapter

Chapter 1: We give the definitions of uniform exponential trichtomy, nonuniform exponential trichtomy of linear differential equation system, some basis results of Faa di Bruno inequality and Gronwall lemma.

Chapter 2: we proved the existence of center manifold and its smoothness in differential equation system with linear part admitting nonuniform exponential trichtomy in Banach space with infinite dimension. This is main purpose of this thesis.

In summary, we prove the existence and smoothness of semilinear systems in Banach spaces with nonuniformly exponentially trichotomic linear parts.

12. Practical applicability: no
13. Further research directions: generalize to dymanical sytems on time scales
14. Thesis-related publications: no

Date: 05/12/2012

Signature:

Full name: To Thi Thu Hien