ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

VŨ THỊ HIỀN

SÁU PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN PHỔ THÔNG

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp

Mã số : 60460113

TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC

Người hướng dẫn khoa học: **GS.TS. Đặng Huy Ruận**

Hà Nội - 2015

Mở đầu

Toán phổ thông chẳng những nhiều về số lượng, còn phong phú về chủng loại.

Mỗi chủng loại đòi hỏi một phương pháp giải thích hợp. Bởi vậy có nhiều phương pháp giải toán phổ thông.

Với khối lượng có hạn, luận văn chỉ xin phép trình bày sáu trong những phương pháp thường dùng nhất.

Luận văn gồm phần mở đầu và sáu chương:

Chương I trình bày về phương pháp quy nạp,

Chương II trình bày về phương pháp phản chứng,

Chương III trình bày về phương pháp suy luận trực tiếp,

Chương IV trình bày về phương pháp đồ thị,

Chương V trình bày về phương pháp bảng,

Chương VI trình bày về phương pháp sơ đồ.

Mỗi phương pháp đều có phần tóm tắt cơ sở lý thuyết và phần vận dụng phương pháp để giải bài tập.

Chương 1

Phương pháp quy nạp

1.1 Nguyên lý quy nạp

Nếu khẳng định $S(n)$ thỏa mãn hai điều kiện sau:
a) Đúng với $n = k_0$ (số tự nhiên nhỏ nhất mà $S(n)$ xác định).
b) Từ tính đúng đắn của $S(n)$ đến $n = t$ (hoặc đối với mọi giá trị của n ($k_0 \leq n \leq t$)) ($t \geq k_0$), ta cần chứng minh tính đúng đắn của $S(n)$ đối với $n = t + 1$, thì $khi\O S(n)$ đúng với mọi $n \geq k_0$.

1.2 Phương pháp chứng minh bằng quy nạp

Giả sử khẳng định $S(n)$ xác định với mọi $n \geq t_0$. Để chứng minh $S(n)$ đúng $\forall n \geq t_0$ bằng quy nạp ta cần thực hiện theo hai bước sau:

1.2.1 Cơ sở quy nạp

Thực hiện bước này tức là ta thử xem sự đúng đắn của $S(n)$ với $n = t_0$ nghĩa là xét $S(t_0)$ có đúng hay không?

1.2.2 Quy nạp

Giả sử khẳng định $S(n)$ đã đúng đến $n = t$ (hoặc đối với mọi n ($t_0 \leq n \leq t$)) ($t \geq t_0$). Trên cơ sở giả thiết này ta chứng minh tính đúng đắn của $S(n)$ đối với $n = t + 1$, tức $S(t + 1)$ đúng.

Nếu cả ba bước trên thỏa mãn, thì theo nguyên lý quy nạp $S(n)$ đúng với $\forall n \geq t_0$.

1.2.3 Vận dụng phương pháp quy nạp để giải một số bài toán

Ví dụ 1.2.1. *Chứng minh rằng: Nếu trong túi có một số tiền nguyên (nghìn) không ít hơn* 8000*đ, thì luôn luôn có thể mua vé sổ số loại* 5000*đ và* 3000*đ.*

Lời giải: Ta sẽ giải quyết bài toán này bằng phương pháp quy nạp.

1) Cơ sở quy nạp. Nếu trong túi có số tiền ít nhất, tức 8000đ, thì ta mua một vé sổ số loại 5000đ và một vé sổ số loại 3000đ. Khi đó

$$1 \times 5000\text{đ} + 1 \times 3000\text{đ} = 8000\text{đ}$$

và ta đã tiêu được hết số tiền có trong túi.

2) Quy nạp. Giả sử với $k (k \geq 8000)$ nghìn đồng ta đã tiêu hết bằng cách mua các vé sổ số loại 5000đ và 3000đ. Nếu có thêm 1000đ nữa ta cũng có thể mua được bằng cách sau đây:

a) Nếu trong các vé sổ số đã mua có ít nhất ba vé loại 3000đ, thì ta trả lại ba vé loại 3000đ, đưa thêm 1000đ và lấy về hai vé loại 5000đ. Khi đó

$$3 \times 3000\text{đ} + 1000\text{đ} = 2 \times 5000\text{đ}.$$

b) Nếu trong các vé sổ số đã mua có không quá hai vé loại 3000đ, thì phải có ít nhất một vé loại 5000đ. Bởi vì trong túi không ít hơn 8000đ, mà đã tiêu hết. Khi đó đem trả lại một vé loại 5000đ, đưa thêm 1000đ và lấy về hai vé loại 3000đ, ta có

$$1 \times 5000\text{đ} + 1000\text{đ} = 2 \times 3000\text{đ}$$

Như vậy trong mọi trường hợp từ kết quả tiêu k nghìn đầu tiên đã suy ra được cách tiêu nghìn thứ $k + 1$, nên bài toán đã được giải quyết xong.

Chương 2

Phương pháp chứng minh phản chứng

2.1 Cơ sở lý thuyết

2.2 Nội dung của phương pháp phản chứng

Để chứng minh khẳng định $p \Rightarrow q$ bằng phương pháp phản chứng ta giả sử q sai, tức là $\overline{q}$ là mệnh đề đúng. Nếu từ đó thu được một điều vô lý (vl) thì điều đó chứng tỏ giả sử của ta là sai, tức là q đúng.

2.3 Trình bày lời giải của phương pháp phản chứng

Bài toán: Chứng minh $p \Rightarrow q$
Lời giải: Giả sử ngược lại, q sai, tức là $\overline{q}$. Mà $\overline{q} \Rightarrow \cdots \Rightarrow$ vl. Vậy giả sử của ta là sai, tức là q đúng.

2.4 Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 2.4.1. *Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$. Giả sử*

$$|a| + |b| + |c| > 17 \tag{2.1}$$

Chứng minh rằng

$$\exists x \in [0;1], |f(x)| > 1 \tag{2.2}$$

Lời giải: Ta sẽ chứng minh bằng phương pháp phản chứng. Giả sử (2.3) sai, tức là

$$\forall x \in [0;1], |f(x)| \leq 1 \tag{2.3}$$

Chọn $x = 0; \frac{1}{2}; 1$, từ (2.4) ta được $|c| \leq 1$ và:

$$\begin{cases} |a+b+c| \leq 1 \\ \left|\frac{a}{4}+\frac{b}{2}+c\right| \leq 1 \end{cases}$$

Suy ra

$$|a|+|b|+|c| \leq 17$$

Đó là điều vô lý (trái với (2.2)). Vậy giả sử của ta là sai, tức là (2.3) đúng. $\square$

Chương 3

Phương pháp suy luận trực tiếp

3.1 Các ví dụ về vận dụng phương pháp suy luận trực tiếp

Ví dụ 3.1.1. *Điều mâu thuẫn ở đâu?*

Trong một tòa nhà chỉ có những cặp vợ chồng và những con nhỏ chưa lập gia đình. Ban điều tra dân số yêu cầu báo cáo về số người sống trong tòa nhà, đại diện là một anh thợ thích đùa báo cáo như sau:

Sống trong tòa nhà bố mẹ nhiều hơn con cái. Mỗi con trai đều có một chị hay em gái. Số con trai nhiều hơn số con gái. Mỗi cặp vợ chồng đều có con.

Người ta không thể chấp nhận được báo cáo đó (dù là đùa vui) vì trong đó có mâu thuẫn. Hãy chỉ ra điều mâu thuẫn trong báo cáo trên?

Lời giải: Vì mỗi gia đình đều có con, mỗi con trai đều có một chị gái hay em gái, nên tất cả các gia đình đều có con gái. Suy ra số con gái ít nhất bằng số gia đình.

Mặt khác, số con trai nhiều hơn số con gái, nên tổng số con nhiều hơn hai lần số gia đình, hay nhiều hơn số bố mẹ, điều này cho ta thấy mâu thuẫn trong báo cáo của anh thợ thích đùa ở câu đầu tiên "bố mẹ nhiều hơn con cái" với các câu tiếp theo.

Chương 4

Phương pháp đồ thị

4.1 Phương pháp đồ thị

4.1.1 Xây dựng đồ thị mô tả các quan hệ

4.1.2 Dựa vào các kết quả của lý thuyết đồ thị hoặc lý luận trực tiếp suy ra đáp án của bài toán D

4.2 Một số ví dụ

Ví dụ 4.2.1. *Trong một cuộc thi đấu bóng bàn An và Bình quy ước với nhau: Người thắng cuộc là người đầu tiên thắng ba ván hoặc thắng hai ván liên tiếp. Hãy xác định số khả năng có thể xảy ra?*

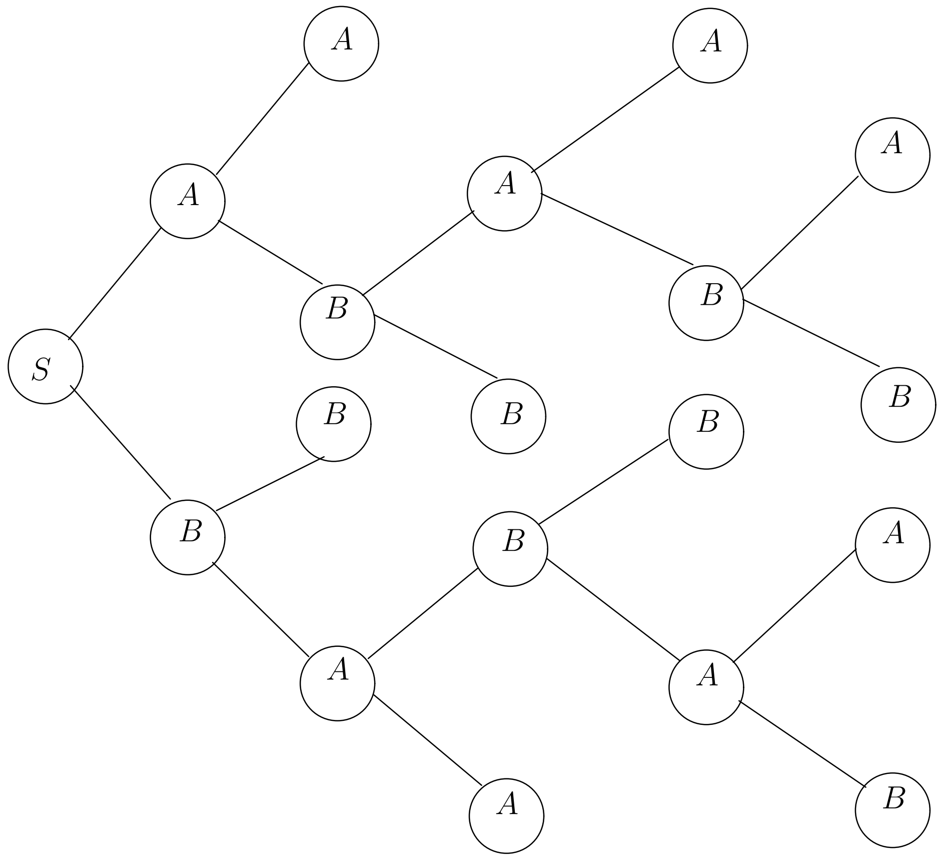
Lời giải: Dùng A để kí hiệu An thắng, B để kí hiệu Bình thắng. Dùng cây để mô tả toàn bộ hiện trạng có khả năng xảy ra.

Xây dựng cây: Xuất phát từ điểm S.

Ván đầu tiên có hai khả năng xảy ra: An thắng hoặc Bình thắng, nên lấy hai điểm sao cho hai điểm này với S không thẳng hàng. Một trong hai điểm này ghi A, còn điểm kia ghi B. Nối S với A bằng một đoạn thẳng hoặc một đoạn cong biểu thị A thắng. Tương tự, để biểu thị B thắng nối S với B bằng một đoạn thẳng hoặc một đoạn cong.

Ván thứ hai lại có hai khả năng: An thắng hoặc Bình thắng, nên xuất phát từ A cũng lấy hai điểm mới và ghi các kí hiệu tương ứng A, B và từ A kẻ hai đoạn thẳng hoặc hai đoạn cong tới hai điểm mới thêm. Đối với điểm B cũng chọn thêm hai đỉnh mới ghi A và B, rồi từ B kẻ hai đoạn thẳng hay hai đoạn cong tới hai điểm mới thêm.

Tiếp theo thực hiện kéo dài các đường một cách tương tự, nhưng do quy ước của An và Bình những đường mà trên đó xuất hiện hoặc hai đỉnh liên tiếp ghi cùng bằng một kí hiệu hoặc có ba đỉnh được ghi bằng cùng một kí hiệu đều không được kéo dài.



Hình 4.1

Vì An và Bình đấu với nhau năm ván, thì hoặc có người thắng hai ván liên tiếp hoặc có người thắng ba ván. Do đó những đường xuất phát từ S đều không có quá năm cạnh. (Hình 4.1)

Cây có 10 đỉnh ngọn nên có 10 khả năng xảy ra.

Chương 5

Phương pháp bảng

5.1 Giới thiệu về phương pháp bảng

5.2 Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 5.2.1. *Trong buổi học nữ công ba bạn Cúc, Đào, Hồng làm ba bông hoa: cúc, đào, hồng. Bạn làm hoa hồng nói với bạn Cúc "Thế là trong chúng ta không có ai làm loại hoa trùng với tên mình". Hãy xác định tên hoa mà mỗi bạn đã làm?*

Lời giải:

Bài toán này có hai tệp đối tượng. Tệp thứ nhất gồm các bạn làm hoa, tệp thứ hai gồm các bông hoa được làm. Ta có thể giải bằng phương pháp bảng như sau

1. Lập bảng

Bảng cần lập gồm 4 hàng và 4 cột. Hàng đầu, từ cột thứ hai ghi lần lượt tên các bông hoa được làm viết tắt là các chữ cái đầu, còn trên cột tận cùng bên trái từ hàng hai ghi lần lượt tên các bạn tham gia làm hoa viết tắt là chữ cái đầu viết hoa.

2. Điền mã số quan hệ vào các vị trí của bảng

a) Căn cứ vào giả thiết: Mỗi bạn đều không làm hoa trùng với tên mình, mà điền mã "k" vào các ô nằm trên đường chéo chính.

hoa / Nguoi	c	d	h
C	k		k
D		k	
H			k

Bảng 5.1

b) Căn cứ vào câu "Bạn làm hoa hồng nói với bạn Cúc" suy ra bạn Cúc không phải làm hoa hồng, mà ghi mã "k" vào ô nằm ở hàng Cúc, cột hồng.

3. Loại bỏ vị trí không thỏa mãn quan hệ để nhận được lời giải

Trong bảng trên cột cuối vị trí 1 và 3 bị gạch bỏ, nên vị trí duy nhất còn lại là vị trí thứ hai phải thỏa mãn quan hệ giữa người làm hoa và hoa được làm. Do đó bạn Đào làm hoa hồng.

Vì trên hàng 2 Đào đã có vị trí thỏa mãn quan hệ nên toàn bộ hàng này bị loại ra khỏi diện xét. Bởi vậy cột Cúc chỉ còn vị trí cuối cùng trong diện xét. Bởi vậy nó phải thỏa mãn quan hệ giữa người làm hoa và hoa được làm, nên bạn Hồng làm hoa cúc.

Từ đó suy ra người còn lại bạn Cúc phải làm hoa đào.

Vậy Bạn Cúc làm hoa đào, Bạn Đào làm hoa hồng, Bạn Hồng làm hoa cúc.

Chương 6

Phương pháp sơ đồ

6.1 Các bước thực hiện phương pháp sơ đồ

6.1.1 Thiết lập sơ đồ

6.1.2 Dựa vào cấu trúc của sơ đồ mô tả quan hệ và điều kiện đã cho trong bài toán mà suy ra đáp án

6.2 Một số ví dụ

Ví dụ 6.2.1. *Trong buổi học nữ công ba bạn Cúc, Đào, Hồng làm ba bông hoa: Cúc, đào, hồng. Bạn làm hoa hồng nói với bạn Cúc "Thế là trong chúng ta không có ai làm loại hoa trùng với tên mình". Hãy xác định tên hoa mà mỗi bạn đã làm?*

Bài toán này đã được trình bày bằng phương pháp bảng. Dưới đây trình bày quá trình giải bài toán trên bằng phương pháp sơ đồ.

Lời giải:

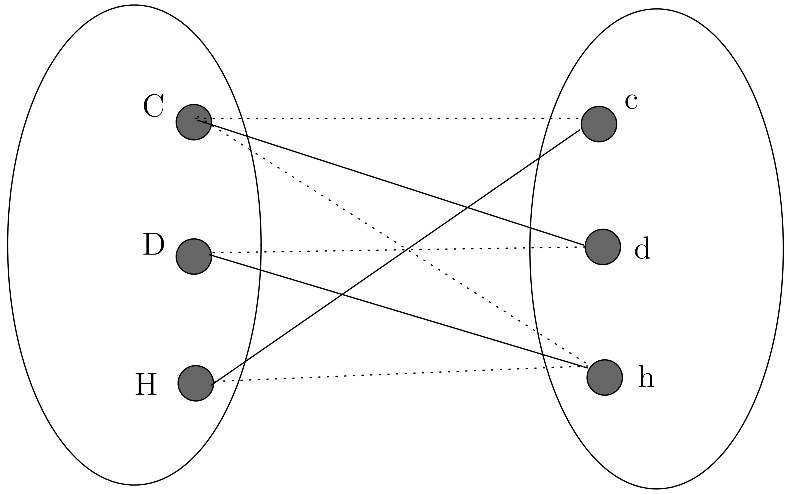
1. Lập sơ đồ

Trong bài toán có hai nhóm đối tượng:

- Nhóm 1 gồm ba bạn Cúc, Đào, Hồng kí hiệu bằng ba điểm C, D, H.
- Nhóm 2 gồm ba bông hoa cúc, đào, hồng kí hiệu bằng ba điểm c, d, h.

Mối quan hệ của hai nhóm đối tượng này được kí hiệu bằng:

- Nét đứt nếu quan hệ giữa chúng là sai.
- Nét liền nếu quan hệ giữa chúng là đúng.



Hình 6.1:

Theo giả thiết bạn làm hoa hồng nói với bạn Cúc suy ra Cúc không làm hoa hồng, nên $C-h$ được nối nét đứt.

Theo giả thiết "chẳng có ai làm loại hoa trùng tên với mình" suy ra $C-c, D-d, H-h$ được nối bằng nét đứt. Ta thấy $C-c, C-h$ nối nét đứt suy ra $C-d$ nối nét liền. $C-h,\ H-h$ nối nét đứt, do đó $D-h$ và $H-c$ nối nét liền.

Kết luận: Bạn Cúc làm hoa đào.

Bạn Đào làm hoa hồng.

Bạn Hồng làm hoa cúc.

Kết luận

Luận văn đã nghiên cứu về sáu phương pháp phổ biến nhất để giải các bài toán phổ thông. Mỗi phương pháp đều trình bày tóm tắt cơ sở lý thuyết và vận dụng các phương pháp đó vào giải một số bài toán trong chương trình trung học phổ thông.

Khi biên soạn luận văn, tác giả đã cố gắng bám sát vào những dạng đề thi học sinh giỏi. Hy vọng luận văn có thể là một tập tài liệu tham khảo có ích cho học sinh và giáo viên các trường trung học phổ thông.