

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỖ QUANG CHẤN

PHÂN TÍCH PHI TUYẾN ỔN ĐỊNH TĨNH
VÀ ĐỘNG LỰC HỌC CỦA VỎ NÓN CỤT FGM

Chuyên ngành: Cơ học vật rắn

Mã số: 60440107

(DỰ THẢO) TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ HỌC VẬT RẮN

Hà Nội - 2018

Công trình được hoàn thành tại: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên -
Đại học Quốc gia Hà nội

Người hướng dẫn khoa học:

1. GS.TSKH NGUYỄN ĐÌNH ĐỨC

2. PGS.TS VŨ ĐỖ LONG

Phản biện:

.....

Phản biện:

.....

Phản biện:

.....

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp Đại học Quốc gia chấm luận án
tiến sĩ họp tại

vào hồi giờ ngày tháng năm 20...

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam

- Trung tâm Thông tin - Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội

MỞ ĐẦU

1. TÍNH THỜI SỰ, CẤP THIẾT CỦA LUẬN ÁN

Các kết cấu chế tạo từ vật liệu cơ tính biến thiên (Functionally graded Material - FGM) được sử dụng ngày càng nhiều trong công nghiệp hàng không vũ trụ, lò phản ứng hạt nhân và các lĩnh vực làm việc trong môi trường nhiệt độ cao hoặc chịu tải phức tạp. Do các tính chất cơ lý biến đổi trơn và liên tục từ mặt này đến mặt kia nên các kết cấu FGM hạn chế được sự tập trung ứng suất, sự bong tách giữa các lớp và rạn nứt trong kết cấu so với vật liệu đồng chất, đẳng hướng và vật liệu composite truyền thống. Do vậy nghiên cứu về ổn định, dao động và độ bền của các kết cấu FGM đã thu hút được sự chú ý đặc biệt của các nhà khoa học trong và ngoài nước. Hiện nay, những kết cấu vỏ tròn xoay FGM như vỏ nón, vỏ cầu, vỏ gấp nếp lượn sóng hay có gân gia cường vẫn là những bài toán khó, đặc biệt là vỏ nón có gân gia cường. Trong khi đó những kết cấu loại này đã trở nên phổ biến trong ứng dụng. Nghiên cứu về ứng xử cơ học của chúng là bài toán không chỉ có ý nghĩa khoa học mà còn có ý nghĩa thực tiễn to lớn.

Về nghiên cứu ổn định và đáp ứng động lực, ngoài các kết quả đối với tấm, những kết quả đối với vỏ đã được quan tâm xem xét nghiên cứu và phát triển. Việc nghiên cứu các bài toán về vỏ tròn xoay như vỏ nón, vỏ cầu, vỏ trống, vỏ parabolic... dẫn đến hệ phương trình đạo hàm riêng có hệ số là hàm của tọa độ, do vậy tìm nghiệm giải tích của chúng khó khăn về toán học. Đây là lý do chính tại sao chưa nhiều các nghiên cứu bằng giải tích về chúng. Các nghiên cứu về ổn định và đáp ứng động lực của vỏ tròn xoay cơ tính biến thiên dưới tác dụng của tải cơ, nhiệt, điện hoặc tải cơ-nhiệt-điện đồng thời cần được tiếp tục nghiên cứu. Vì vậy, luận án lựa chọn nghiên cứu về “Phân tích phi tuyến ổn định tĩnh và động lực học của vỏ nón cụt FGM” bằng tiếp cận giải tích.

2. MỤC TIÊU CỦA LUẬN ÁN

Nghiên cứu ổn định và đáp ứng động lực của kết cấu dạng vỏ nón cụt FGM, luận án sẽ tập trung vào hai mục đích chính là:

+ Phân tích ổn định tĩnh tuyến tính và phi tuyến của kết cấu vỏ nón cụt FGM, gia cường. Xác định tải tới hạn và phân tích khả năng mang tải sau tới hạn của kết cấu.

+ Phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của kết cấu vỏ nón cụt FGM chịu tải khác nhau. Xác định giá trị tần số dao động tự do, các đường cong biên độ độ võng – thời gian, biên độ – tần số.

3. ĐỐI TƯỢNG VÀ PHẠM VI NGHIÊN CỨU

Đối tượng nghiên cứu: Luận án nghiên cứu các kết cấu vỏ nón cụt FGM, panel nón cụt FGM.

Phạm vi nghiên cứu: Luận án tập trung nghiên cứu vỏ không gia cường hoặc gia cường bởi các gân dọc đường sinh và gân vòng thuần nhất hoặc gân FGM, trong đó có xét đến sự thay đổi khoảng cách các gân dọc

đường sinh. Vô không đặt hoặc có đặt trên nền đàn hồi theo mô hình hai hệ số nền Pasternak. Vô tựa đơn, chịu các tải cơ, nhiệt và cơ - nhiệt kết hợp.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Sử dụng phương pháp tiếp cận giải tích, bài toán được đặt theo chuyển vị hoặc ứng suất. Các hệ thức cơ bản, hệ phương trình ổn định và các phương trình chuyển động xây dựng dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển đối với vỏ mỏng và lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc nhất đối với vỏ dày vừa và vỏ dày kết hợp với phương pháp san đều tác dụng gân của Lekhnitskii. Sau đó, hệ các phương trình ổn định được giải theo phương pháp Bubnov-Galerkin và hệ các phương trình chuyển động được giải theo phương pháp Bubnov-Galerkin kết hợp phương pháp Runge – Kutta.

5. Ý NGHĨA KHOA HỌC VÀ THỰC TIỄN CỦA LUẬN ÁN

Vấn đề phân tích tuyến tính và phi tuyến về ổn định tĩnh cũng như bài toán phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của kết cấu FGM được quan tâm nhiều trong cơ học kết cấu cũng như trong ngành công nghiệp hiện đại. Các kết quả thu được khi phân tích tuyến tính và phi tuyến về ổn định tĩnh cũng như phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của các kết cấu này có thể tham khảo và áp dụng trong tính toán thiết kế và kiểm nghiệm kết cấu.

Các kết quả bằng tiếp cận giải tích góp phần làm phong phú thêm học thuật về phương diện lý thuyết.

Kết quả của luận án có thể là những kết quả cho những người nghiên cứu ổn định, dao động và nghiên cứu cơ học vật liệu composite tham khảo.

Góp phần nâng cao chuyên môn, phục vụ giảng dạy về vấn đề ổn định và dao động của kết cấu.

6. BỐ CỤC CỦA LUẬN ÁN

Luận án gồm phần mở đầu, ba chương, phần kết luận, danh mục các công trình nghiên cứu của tác giả liên quan đến nội dung luận án, tài liệu tham khảo và phụ lục.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN

Trong chương này, luận án trình bày khái quát về vật liệu cơ tính biến thiên: khái niệm, tính chất, quy luật phân bố vật liệu, ứng dụng và công nghệ chế tạo; luận án cũng trình bày sơ lược về khái niệm ổn định của kết cấu cũng như các tiêu chuẩn về ổn định. Luận án cũng trình bày khái quát tình hình nghiên cứu về ổn định và đáp ứng động lực của kết cấu tấm, vỏ FGM. Qua tổng quan nghiên cứu có thể thấy:

- Các nghiên cứu, phân tích ổn định tuyến tính và phi tuyến tĩnh cũng như phân tích động lực của kết cấu dạng vỏ nón, vỏ nón cụt và panel dạng vỏ nón FGM còn chưa đầy đủ, các nghiên cứu về vỏ chịu tải nhiệt, điện,

co-nhiệt-điện kết hợp hoặc tải trọng phức tạp, vỏ có gia cường, vỏ nón hoàn chỉnh còn hạn chế và cần được tiếp tục nghiên cứu. Điều này có thể do sự phức tạp của các phương trình cơ bản của vỏ, các phương trình này là các phương trình vi phân với hệ số là hàm số.

- Với kết cấu vỏ hình nón và panel dạng vỏ nón có gân gia cường, các nghiên cứu mới chỉ dừng lại ở việc sử dụng lý thuyết vỏ cổ điển. Lý thuyết này còn hạn chế, do bỏ qua ứng suất trượt nên chỉ phù hợp với kết cấu vỏ mỏng. Đối với các vỏ dày và vỏ dày vừa, cần phải xét đến ứng suất trượt, do đó các lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc nhất và bậc cao sẽ cho kết quả đáng tin cậy hơn.

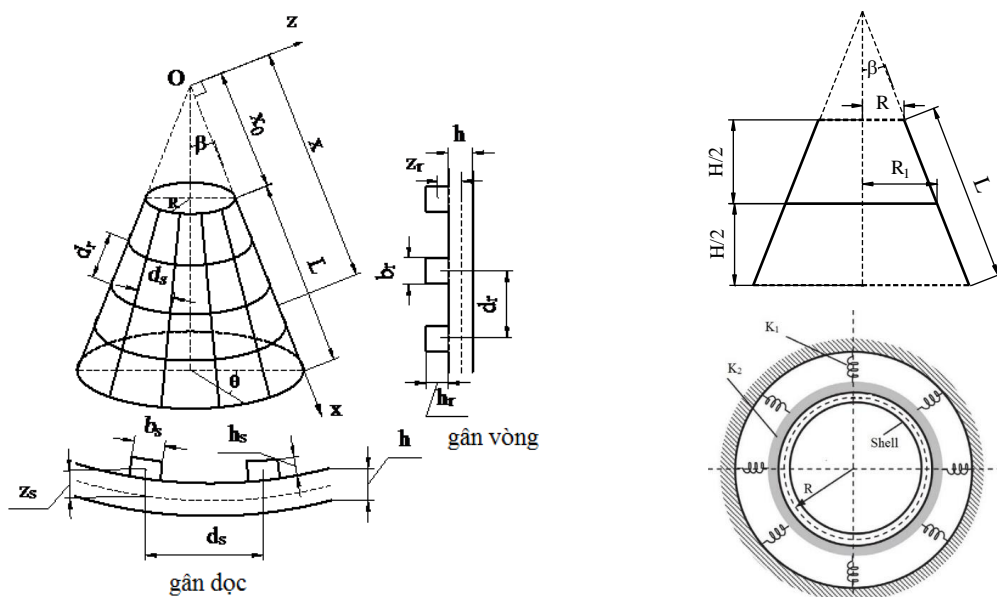
- Luận án đặt mục tiêu giải quyết các bài toán còn đề mở đó là: phân tích ổn định tuyến tính, ổn định phi tuyến tính và động lực của vỏ nón cụt và panel nón cụt FGM, vỏ gia cường bởi các gân dọc và gân vòng, chịu tác dụng của tải cơ, tải nhiệt hoặc tải kết hợp cơ-nhiệt và cơ-nhiệt-điện, nhằm xác định các tải tới hạn làm cho kết cấu vỏ bị mất ổn định, khả năng mang tải và ứng xử sau khi vỏ bị mất ổn định cũng như phân tích động lực của vỏ.

CHƯƠNG 2. PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH TÍNH CỦA VỎ NÓN CỤT FGM

2.1. VỎ NÓN CỤT FGM CÓ GÂN GIA CƯỜNG VÀ CÁC HỆ THỨC CƠ BẢN

2.1.1. Vỏ nón cụt FGM có gân gia cường

Xét vỏ nón cụt có chiều dày h và góc bán đỉnh β . Vỏ có chiều dài L , bán kính đáy nhỏ R . Chọn hệ trục tọa độ (x, θ, z) đặt tại mặt giữa của vỏ, có gốc đặt tại đỉnh nón, x là trục theo hướng đường sinh, θ theo hướng vòng, trục z là pháp tuyến của mặt giữa và hướng ra phía ngoài, x_0 là khoảng cách từ đỉnh của vỏ nón với đáy nhỏ. Vỏ được gia cường bởi các gân dọc và gân vòng (hình 2.1).



Hình 2.1. Mô hình vỏ nón cụt có gân gia cường trên nền đàn hồi Pasternak.

2.1.2. Các hệ thức cơ bản

Mục này trình bày các quan hệ tổng quát: biến dạng – chuyển vị, ứng suất – biến dạng; biểu thức lực và mômen theo lý thuyết vỏ cổ điển, lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất và kỹ thuật san gân, có tính đến tính phi tuyến hình học theo nghĩa von-karman Donnell và yếu tố nhiệt độ; quan hệ giữa phản lực của nền và độ võng.

2.2. PHÂN TÍCH TUYẾN TÍNH VỀ ỔN ĐỊNH CỦA VỎ NÓN CỤT FGM CÓ GÂN GIA CƯỜNG

Trong phần này, tiếp cận giải tích được sử dụng để nghiên cứu ổn định tuyến tính của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường chịu tải cơ, tải cơ-nhiệt kết hợp và vỏ sandwich nón cụt chịu tải cơ-nhiệt kết hợp. Lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất được sử dụng để thiết lập các hệ thức cơ bản và hệ phương trình cân bằng của vỏ. Sử dụng tiêu chuẩn cân bằng lân cận, hệ phương trình ổn định của vỏ được thiết lập. Đây là các phương trình vi phân đạo hàm riêng với hệ số là hàm số được giải theo phương pháp Bubnov-Galerkin. Các so sánh với các kết quả đã được công bố khẳng định tính đúng đắn và độ tin cậy của nghiên cứu đồng thời các kết quả tính toán số cho phép phân tích ảnh hưởng của các thông số hình học, tính chất vật liệu, gân gia cường, nhiệt độ và nền đàn hồi đến sự ổn định của vỏ.

2.2.1. Hệ phương trình ổn định

Để phân tích ổn định tuyến tính của vỏ, tiêu chuẩn cân bằng lân cận được sử dụng, hệ phương trình ổn định tuyến tính của vỏ nón cụt FGM theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất như sau:

$$xN_{x1,x} + \frac{1}{\sin \beta} N_{x\theta1,\theta} + N_{x1} - N_{\theta1} = 0, \quad (2.17a)$$

$$\frac{1}{\sin \beta} N_{\theta1,\theta} + xN_{x\theta1,x} + 2N_{x\theta1} = 0, \quad (2.17b)$$

$$\begin{aligned} & xM_{x1,xx} + 2M_{x1,x} + \frac{2}{\sin \beta} M_{x\theta1,x\theta} + \frac{2}{x \sin \beta} M_{x\theta1,\theta} \\ & + \frac{1}{x \sin^2 \beta} M_{\theta1,\theta\theta} - M_{\theta1,x} - N_{\theta1} \cot \beta + \left[xN_{x0} w_{1,x} + \frac{1}{\sin \beta} N_{x\theta0} w_{1,\theta} \right]_{,x} \\ & + \frac{1}{\sin \beta} \left[N_{x\theta0} w_{1,x} + \frac{1}{x \sin \beta} N_{\theta0} w_{1,\theta} \right]_{,\theta} \\ & - xK_1 w_1 + xK_2 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \beta} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.17c)$$

$$x \sin \beta M_{x1,x} + \sin \beta M_{x1} + M_{x\theta1,\theta} - M_{\theta1} \sin \beta - x \sin \beta Q_{x1} = 0, \quad (2.17d)$$

$$x \sin \beta M_{x\theta1,x} + 2 \sin \beta M_{x\theta1} + M_{\theta1,\theta} - x \sin \beta Q_{\theta1} = 0, \quad (2.17e)$$

Hệ các phương trình (2.17a-2.17e) dùng để phân tích tuyến tính ổn định của vỏ nón cụt FGM, gia cường bởi các gân dọc và gân vòng theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất.

2.2.2. Phân tích ổn định của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường chịu tải cơ

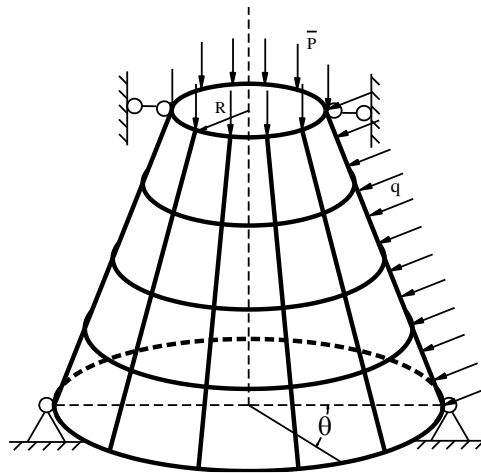
Trong phần này, tiếp cận giải tích bằng phương pháp hàm chuyển vị được sử dụng để phân tích ổn định của vỏ nón cụt FGM chịu tác dụng của tải nén dọc trục và áp lực ngoài. Vỏ được gia cường bởi các gân dọc và gân vòng, trong đó, gân thuần nhất là kim loại ở mặt kim loại và gân thuần nhất là ceramic ở mặt ceramic. Sự thay đổi khoảng cách giữa các gân dọc cũng được xét đến. Vỏ được làm bằng vật liệu FGM, trong đó, tỷ lệ thể tích của các thành phần kim loại và ceramic được giả thiết phân bố theo quy luật lũy thừa đối với chiều dày như công thức (1.1). Mô đun đàn hồi cũng là hàm lũy thừa đối với chiều dày và hệ số poisson là hằng số như công thức (1.4).

2.2.2.1. Trạng thái màng

Có thể thấy trong phương trình (2.17a-2.17e) có lực trước tới hạn và cần phải xác định các lực này. Giả sử rằng, vỏ chịu tải trọng dọc trục với cường độ phân bố đều $\bar{P} = p + \frac{1}{2}qx_0 \sin \beta$ (N) tại $x = x_0$ và áp lực đều bên ngoài q (Pa) (Hình 2.2). Giải các phương trình cân bằng dạng màng (2.14a-2.14e) theo lý thuyết vỏ phi mômen,

bài toán đối xứng trục và không phụ thuộc vào góc θ với điều kiện biên $N_{x_0} = -\frac{\bar{P}}{\cos \beta} = -\frac{p}{\cos \beta} - \frac{1}{2}qx_0 \tan \beta$ tại

$$x = x_0, \text{ thu được: } N_{x_0} = -\frac{1}{2}qx \tan \beta - \frac{px_0}{x \cos \beta}, N_{\theta_0} = -qx \tan \beta, N_{x_{\theta_0}} = 0. \quad (2.23)$$



Hình 2.2. Vỏ nón cụt FGM có gân gia cường chịu tải cơ

2.2.2.2. Hệ phương trình ổn định

Thay các phương trình (2.18-2.20) vào (2.17a-2.17e) có xét đến quan hệ (2.21-2.22), thu được hệ phương trình ổn định tuyến tính đối với các thành phần chuyển vị u_1, v_1, w_1, ϕ_{x1} và $\phi_{\theta 1}$ như sau:

$$R_{11}(u_1) + R_{12}(v_1) + R_{13}(w_1) + R_{14}(\phi_{x1}) + R_{15}(\phi_{\theta1}) = 0, \quad (2.24)$$

$$R_{21}(u_1) + R_{22}(v_1) + R_{23}(w_1) + R_{24}(\phi_{x1}) + R_{25}(\phi_{\theta1}) = 0, \quad (2.25)$$

$$R_{31}(u_1) + R_{32}(v_1) + R_{33}(w_1) + R_{34}(\phi_{x1}) + R_{35}(\phi_{\theta1}) + qR_{36}(w_1) + PR_{37}(w_1) = 0, \quad (2.26)$$

$$R_{41}(u_1) + R_{42}(v_1) + R_{43}(w_1) + R_{44}(\phi_{x1}) + R_{45}(\phi_{\theta1}) = 0, \quad (2.27)$$

$$R_{51}(u_1) + R_{52}(v_1) + R_{53}(w_1) + R_{54}(\phi_{x1}) + R_{55}(\phi_{\theta1}) = 0, \quad (2.28)$$

trong đó, $P = 2\pi p x_0 \sin \alpha$ và $R_{ij} (i = 1 \div 5, j = 1 \div 7)$ là các đạo hàm riêng được xác định trong phụ lục B.

Hệ các phương trình (2.24-2.28) là hệ năm phương trình vi phân đạo hàm riêng với hệ số là hàm số. Hệ phương trình này phức tạp hơn rất nhiều so với hệ phương trình ổn định của tấm và vỏ trụ. Đây chính là một phần lý do tại sao các nghiên cứu về ổn định của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường vẫn còn hạn chế. Các khó khăn này đã được xử lý bằng áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin để thu được biểu thức đóng cho phép xác định giá trị của lực tới hạn.

2.2.2.3. Điều kiện biên và biểu thức xác định lực tới hạn

Điều kiện biên của vỏ được xét là điều kiện biên tựa đơn [157]

$$N_{x1} = v_1 = w_1 = \phi_{\theta1} = M_{x1} = 0 \text{ tại } x = x_0, x_0 + L \quad (2.29)$$

Điều kiện biên (2.29) có thể được thỏa mãn bằng cách chọn nghiệm xấp xỉ u_1, v_1, w_1, ϕ_{x1} và $\phi_{\theta1}$ ở dạng

$$u_1 = U \cos \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin n\theta, \quad v_1 = V \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \cos n\theta, \\ w_1 = W \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin n\theta, \quad \phi_{x1} = \Phi_1 \cos \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin n\theta, \quad (2.30)$$

$$\phi_{\theta1} = \Phi_2 \frac{1}{x \sin \beta} \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \cos n\theta,$$

trong đó, m là số nửa bước sóng theo hướng đường sinh, n là số bước sóng theo hướng vòng của vỏ; U, V, W và Φ_1, Φ_2 là các hệ số hằng số.

Thay nghiệm (2.30) vào các phương trình (2.24-2.28) sau đó áp dụng phương pháp Galerkin, sau một vài tính toán và xấp xỉ lại, cuối cùng thu được biểu thức xác định lực tới hạn

$$qX_{36} + PX_{37} = -X_{31} \frac{D_1}{D_3} + X_{32} \frac{D_2}{D_3} + X_{34} \frac{D_4}{D_3} - X_{35} \frac{D_5}{D_3} - X_{33} \quad (2.32)$$

Biểu thức (2.32) là biểu thức hiển đối với P và q , cho phép xác định giá trị lực tới hạn và phân tích ổn định của vỏ nón cụt FGM gia cường, chịu tải nén dọc trục và áp lực ngoài.

2.2.2.4. Các kết quả tính toán số thảo luận

Để thấy được độ tin cậy của các tính toán, luận án thực hiện hai so sánh các kết quả tính toán của luận án với các kết quả của Brush and Almroth [188, p 217] khi cho trường hợp đưa về phân tích ổn định của vỏ nón cụt làm bằng vật liệu đẳng hướng, không gân gia cường và với các kết quả của tác giả Dũng và nhóm nghiên cứu [175] khi vỏ nón cụt FGM, gia cường lệch tâm, chịu tải nén dọc trục và áp lực ngoài.

Kết quả tính toán số cho thấy ảnh hưởng của gân, chỉ số tỉ phần thể tích vật liệu cấu thành vỏ, kích thước hình học đã được khảo sát một cách chi tiết. Các so sánh kết quả tính toán theo lý thuyết vỏ cổ điển và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất khẳng định sự cần thiết phải xét đến ứng suất trượt trong nghiên cứu các kết cấu vỏ nón cụt dày vừa và vỏ dày.

2.2.3. Ổn định của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường chịu tải cơ – nhiệt

Trong phần này, ổn định nhiệt của vỏ nón cụt FGM gia cường, chịu tác dụng của tải nén dọc trục, trên nền đàn hồi được nghiên cứu. Vỏ được làm bằng vật liệu FGM, trong đó, tỷ lệ thể tích của các thành phần kim loại và ceramic được giả thiết phân bố theo quy luật lũy thừa đối với chiều dày như công thức (1.1). Mô đun đàn hồi E , hệ số giãn nở nhiệt α cũng là hàm lũy thừa đối với chiều dày và hệ số poisson là hằng số như công thức (1.4).

Hệ phương trình ổn định của vỏ trên nền đàn hồi theo mô hình Pasternak có xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ, theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất trong trường hợp này có dạng [185-186]

$$xN_{x1,x} + \frac{1}{\sin \beta} N_{x\theta1,\theta} + N_{x1} - N_{\theta1} = 0, \quad (2.33a)$$

$$\frac{1}{\sin \beta} N_{\theta1,\theta} + xN_{x\theta1,x} + 2N_{x\theta1} = 0, \quad (2.33b)$$

$$\begin{aligned} & xM_{x1,xx} + 2M_{x1,x} + \frac{2}{\sin \beta} M_{x\theta1,x\theta} + \frac{2}{x \sin \beta} M_{x\theta1,\theta} \\ & + \frac{1}{x \sin^2 \beta} M_{\theta1,\theta\theta} - M_{\theta1,x} - N_{\theta1} \cot \beta + \left[xN_{x\theta} w_{1,x} + \frac{1}{\sin \beta} N_{x\theta} w_{1,\theta} \right]_{,x} \\ & + \frac{1}{\sin \beta} \left[N_{x\theta} w_{1,x} + \frac{1}{x \sin \beta} N_{\theta\theta} w_{1,\theta} \right]_{,\theta} \\ & - xK_1 w_1 + xK_2 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \beta} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.33c)$$

$$x \sin \beta M_{x1,x} + \sin \beta M_{x1} + M_{x\theta1,\theta} - M_{\theta1} \sin \beta - x \sin \beta Q_{x1} = 0, \quad (2.33d)$$

$$x \sin \beta M_{x\theta1,x} + 2 \sin \beta M_{x\theta1} + M_{\theta1,\theta} - x \sin \beta Q_{\theta1} = 0, \quad (2.33e)$$

trong đó, các thành phần lực, mômen, biến dạng, độ cong, độ xoắn vẫn như (2.18-2.22).

2.2.3.1. Trạng thái màng

Tương tự như phần 2.2.1.1, lực màng được xác định qua việc giải hệ các phương trình cân bằng dạng màng với điều kiện biên $N_{x_0} = \Phi_a + \Phi_{1s} + \Phi_{1r}$ tại $x = x_0$, thu được $N_{x_0} = \frac{x_0 + L}{x} (\Phi_a + \bar{\Phi}_{1s} + \Phi_{1r})$, $N_{x\theta_0} = 0$,

$N_{\theta_0} = 0$, trong đó, $\bar{\Phi}_{1s} = \Phi_{1s}|_{x=x_0+L} = -\frac{b_s}{\lambda_0(x_0+L)} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_s} E_c \alpha_c \Delta T(z) dz$. Đặt $N_{x_0}^{\wedge} = xN_{x_0}$, khi đó:

$$N_{x_0}^{\wedge} = (x_0 + L) (\Phi_a + \bar{\Phi}_{1s} + \Phi_{1r}) \quad (2.34)$$

Trong trường hợp không xét đến ảnh hưởng của nhiệt trong gân thì (2.34) cho kết quả như Naj và các cộng sự [156].

2.2.3.2. Hệ phương trình ổn định

Hệ phương trình ổn định tuyến tính đối với các thành phần chuyển vị u_1, v_1, w_1, ϕ_{x1} và $\phi_{\theta 1}$ có dạng:

$$R_{11}(u_1) + R_{12}(v_1) + R_{13}(w_1) + R_{14}(\phi_{x1}) + R_{15}(\phi_{\theta 1}) = 0, \quad (2.35)$$

$$R_{21}(u_1) + R_{22}(v_1) + R_{23}(w_1) + R_{24}(\phi_{x1}) + R_{25}(\phi_{\theta 1}) = 0, \quad (2.36)$$

$$R_{31}(u_1) + R_{32}(v_1) + (R_{33} + R_{37}^* K_1 + R_{38}^* K_2)(w_1) + N_{x_0}^{\wedge} R_{36}^*(w_1) + R_{34}(\phi_{x1}) + R_{35}(\phi_{\theta 1}) = 0, \quad (2.37)$$

$$R_{41}(u_1) + R_{42}(v_1) + R_{43}(w_1) + R_{44}(\phi_{x1}) + R_{45}(\phi_{\theta 1}) = 0, \quad (2.38)$$

$$R_{51}(u_1) + R_{52}(v_1) + R_{53}(w_1) + R_{54}(\phi_{x1}) + R_{55}(\phi_{\theta 1}) = 0, \quad (2.39)$$

trong đó, $R_{ij} (i = 1 \div 5, j = 1 \div 5)$, $R_{3k}^* (k = 6 \div 8)$ là các đạo hàm riêng được xác định như phụ lục B.

Hệ các phương trình (2.35-2.39) được sử dụng để phân tích ổn định nhiệt của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường.

2.2.3.3. Điều kiện biên và biểu thức xác định lực tới hạn

Điều kiện biên của vỏ được xét như (2.29) và chọn nghiệm xấp xỉ u_1, v_1, w_1, ϕ_{x1} và $\phi_{\theta 1}$ ở dạng (2.30). Sau khi áp dụng phương pháp Galerkin thu được biểu thức xác định tải tới hạn

$$N_{x_0}^{\wedge} M_{36} = -X_{31} \frac{D_1}{D_3} + X_{32} \frac{D_2}{D_3} + X_{34} \frac{D_4}{D_3} - X_{35} \frac{D_5}{D_3} - X_{33} - K_1 M_{37} - K_2 M_{38}, \quad (2.41)$$

Phương trình (2.41) là biểu thức hiển cho phép xác định giá trị tải nhiệt tới hạn và phân tích ổn định nhiệt của vỏ nón cụt FGM, gia cường. Chú ý rằng, tải nhiệt vòng ΔT chứa trong $N_{x_0}^{\wedge}$ phụ thuộc vào giá trị m và n . Do

đó phải cực tiểu hóa biểu thức của ΔT để thu được tải nhiệt tối hạn ΔT_{cr} .

Trường hợp nhiệt tăng đều

Xét trường hợp vỏ chịu nhiệt tăng đều $\Delta T(z) = \Delta T = const$, thay vào biểu thức (2.34) qua tính toán

$$\text{thu được: } \Delta T = \frac{1}{M_{36}(x_0 + L) \left[S_1 + \frac{S_2}{(x_0 + L)} + S_3 \right]} \begin{pmatrix} -X_{31} \frac{D_1}{D_3} + X_{32} \frac{D_2}{D_3} + X_{34} \frac{D_4}{D_3} - X_{35} \frac{D_5}{D_3} \\ -X_{33} - K_1 M_{37} - K_2 M_{38} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Trường hợp nhiệt tăng tuyến tính

Khi vỏ đủ mỏng, trường hợp vỏ chịu nhiệt tăng tuyến tính theo bề dày của vỏ là xấp xỉ đầu nghiệm của phương trình truyền nhiệt. Có thể giả sử nhiệt tăng theo quy luật $\Delta T(z) = \Delta T \frac{z}{h} + \frac{T_a + T_b}{2}$, ở đó, T_a và T_b là nhiệt độ mặt trong và mặt ngoài của vỏ và $\Delta T = T_b - T_a$. Thay vào biểu thức (2.34) với giả thiết $T_b = 0$ (theo Naj và các công sự [156]) thu được

$$T_a = \frac{1}{M_{36} L_1} \left(-X_{31} \frac{D_1}{D_3} + X_{32} \frac{D_2}{D_3} + X_{34} \frac{D_4}{D_3} - X_{35} \frac{D_5}{D_3} - X_{33} - K_1 M_{37} - K_2 M_{38} \right), \quad (2.45)$$

với $L_1 = (x_0 + L) \left(\frac{S_1}{2} - S_4 + \frac{S_5^\wedge}{x_0 + L} + S_6^\wedge \right)$, $S_5^\wedge = -\frac{h_s b_s E_m \alpha_m}{\lambda_0}$, $S_6^\wedge = -\frac{h_r b_r E_m \alpha_m}{d_r}$ trong trường hợp gân đặt bên

$$\text{trong và } T_a = \frac{1}{M_{36} L_2} \left(-X_{31} \frac{D_1}{D_3} + X_{32} \frac{D_2}{D_3} + X_{34} \frac{D_4}{D_3} - X_{35} \frac{D_5}{D_3} - X_{33} - K_1 M_{37} - K_2 M_{38} \right), \quad (2.46)$$

với $L_2 = (x_0 + L) \left(\frac{S_1}{2} - S_4 \right)$ trong trường hợp gân đặt bên ngoài.

Trường hợp tải cơ

Xét trường hợp vỏ nón cụt FGM, gia cường, chịu tải nén đều dọc trục với cường độ p (N) tại $x = x_0$ (hình 2.13). Bằng cách tương tự như mục 2.2.2.1, ta có

$$P = -\frac{2\pi \sin \beta \cos \beta}{M_{36}} \begin{pmatrix} -X_{31} \frac{D_1}{D_3} + X_{32} \frac{D_2}{D_3} + X_{34} \frac{D_4}{D_3} - X_{35} \frac{D_5}{D_3} \\ -X_{33} - K_1 M_{37} - K_2 M_{38} \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

2.2.3.4. Các kết quả tính toán số

Để thấy được độ tin cậy của các tính toán, hai so sánh cho kết quả tốt được thực hiện: So sánh các kết quả tính toán về tải cơ của luận án với các kết quả của tác giả Dũng và nhóm nghiên cứu [175] và so sánh các kết quả tính toán của luận án với các kết quả của Naj cùng các cộng sự [156] và Đức cùng nhóm nghiên cứu [182] cho vỏ nón cụt FGM không gân, không nền đàn hồi, cho hai trường hợp vỏ chịu tải nhiệt tăng đều và tải tăng tuyến tính.

Các tính toán số cho thấy ảnh hưởng của gân, chỉ số tỉ phần thể tích vật liệu cấu thành vỏ, kích thước hình học của vỏ, của nhiệt độ và nền đàn hồi đến ổn định nhiệt của vỏ đã được khảo sát một cách chi tiết. .

2.2.4. Ổn định của vỏ sandwich nón cụt FGM gia cường chịu tải cơ – nhiệt

Trong phần này, phân tích tuyến tính về ổn định nhiệt của vỏ sandwich nón cụt FGM chịu tác dụng của tải nén dọc trục, tựa trên nền đàn hồi được thực hiện. Vỏ được làm bằng vật liệu FGM gia cường bởi các gân FGM, trong đó, tỷ lệ thể tích của các thành phần kim loại và ceramic được giả thiết phân bố theo quy luật sigmoid tổng quát và quy luật lũy thừa tổng quát đối với chiều dày. Bốn mô hình với tám trường hợp của vỏ và gân được khảo sát. Trong phần này, luận án chỉ giới hạn xét đến ảnh hưởng yếu tố nhiệt độ trong vỏ và tạm thời chưa xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ trong gân.

Quy luật sigmoid tổng quát [19,32,78]

Mô hình 1 (áo FGM - lõi Ceramic – áo FGM, hình 2.21a)

Trường hợp 1: áo FGM - lõi Ceramic - áo FGM và gân FGM đặt bên trong

Trường hợp 2: áo FGM - lõi Ceramic - áo FGM và gân FGM đặt bên ngoài

Mô hình 2 (áo FGM - lõi kim loại – áo FGM, hình 2.21b)

Trường hợp 3: áo FGM - lõi kim loại - áo FGM và gân FGM đặt bên trong

Trường hợp 4: áo FGM - lõi kim loại - áo FGM và gân FGM đặt bên ngoài

Quy luật lũy thừa tổng quát [3,19,122]

Mô hình 3 (áo Ceramic - lõi FGM – áo kim loại, hình 2.21c)

Trường hợp 5: áo Ceramic - lõi FGM – áo kim loại và gân FGM đặt bên trong

Trường hợp 6: áo Ceramic - lõi FGM – áo kim loại và gân FGM đặt bên ngoài

Mô hình 4 (áo kim loại - lõi FGM – áo Ceramic, hình 2.21d)

Trường hợp 7: áo kim loại - lõi FGM – áo Ceramic và gân FGM đặt bên trong

Trường hợp 8: áo kim loại - lõi FGM – áo Ceramic và gân FGM đặt bên ngoài

Sử dụng tiêu chuẩn cân bằng lân cận, hệ phương trình ổn định của vỏ trên nền đàn hồi theo mô hình Pasternak có xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ trong vỏ, theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất trong trường hợp này vẫn có dạng như (2.23a-2.23e):

2.2.4.1. Trạng thái màng

Tương tự như phần 2.2.2.1, lực màng được xác định qua việc giải hệ các phương trình cân bằng dạng màng với điều kiện biên $N_{x_0} = \Phi_a$ tại $x = x_0$, thu được $N_{x_0} = \frac{x_0 + L}{x} \Phi_a$, $N_{x_{\theta 0}} = 0$, $N_{\theta 0} = 0$

$$\text{Đặt } N_{x_0}^* = xN_{x_0}, \text{ khi đó } N_{x_0}^* = (x_0 + L)\Phi_a \quad (2.49)$$

2.2.4.2. Hệ phương trình ổn định

Hệ phương trình ổn định tuyến tính đối với các thành phần chuyển vị u_1, v_1, w_1, ϕ_{x1} và $\phi_{\theta 1}$ vẫn có dạng như (2.35-2.39)

2.2.4.3. Điều kiện biên và biểu thức xác định tải tới hạn

Điều kiện biên của vỏ được xét tương tự như biểu thức (2.29) và chọn nghiệm xấp xỉ u_1, v_1, w_1, ϕ_{x1} và $\phi_{\theta 1}$ ở dạng như (2.30).

Bằng cách làm tương tự như phần 2.2.3.3, sau khi áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin ta thu được biểu thức xác định tải tới hạn

$$N_{x0}^* t_{36} = -t_{31} \frac{D_1^*}{D_3^*} + t_{32} \frac{D_2^*}{D_3^*} + t_{34} \frac{D_4^*}{D_3^*} - t_{35} \frac{D_5^*}{D_3^*} - t_{33} - K_1 t_{37} - K_2 t_{38} \quad (2.55)$$

Phương trình (2.55) là biểu thức hiển cho phép xác định giá trị tải nhiệt tới hạn và phân tích ổn định nhiệt của vỏ sandwich nón cụt FGM, gia cường, trên nền đàn hồi Pasternak.

Trường hợp nhiệt tăng đều

Xét trường hợp vỏ chịu nhiệt tăng đều $\Delta T(z) = \Delta T = const$, với mô hình 1, trường hợp 1 (áo FGM – lõi Ceramic – áo FGM và gân FGM đặt bên trong)

$$\Delta T = \frac{1}{t_{36}(x_0 + L)S_7} \left(-t_{31} \frac{D_1^*}{D_3^*} + t_{32} \frac{D_2^*}{D_3^*} + t_{34} \frac{D_4^*}{D_3^*} - t_{35} \frac{D_5^*}{D_3^*} - t_{33} - K_1 t_{37} - K_2 t_{38} \right) \quad (2.57)$$

Với mô hình 4, trường hợp 5 (áo Ceramic – lõi FGM – áo Kim loại và gân FGM đặt bên trong)

$$\Delta T = \frac{1}{t_{36}(x_0 + L)S_8} \left(-t_{31} \frac{D_1^*}{D_3^*} + t_{32} \frac{D_2^*}{D_3^*} + t_{34} \frac{D_4^*}{D_3^*} - t_{35} \frac{D_5^*}{D_3^*} - t_{33} - K_1 t_{37} - K_2 t_{38} \right) \quad (2.59)$$

Trường hợp nhiệt tăng tuyến tính

Hoàn toàn tương tự như phần 2.2.3.3, giả thiết $T_b = 0$ như tài liệu [156], với mô hình 1, trường hợp 1 (áo FGM – lõi Ceramic - áo FGM và gân FGM đặt bên trong)

$$T_a = \frac{2}{t_{36}(x_0 + L)S_7} \left(-t_{31} \frac{D_1^*}{D_3^*} + t_{32} \frac{D_2^*}{D_3^*} + t_{34} \frac{D_4^*}{D_3^*} - t_{35} \frac{D_5^*}{D_3^*} - t_{33} - K_1 t_{37} - K_2 t_{38} \right) \quad (2.62)$$

Trường hợp 5 (áo Ceramic – lõi FGM – áo kim loại và gân FGM đặt bên trong)

$$T_a = \frac{2}{t_{36}(x_0 + L)(S_8 - 2S_9)} \left(-t_{31} \frac{D_1^*}{D_3^*} + t_{32} \frac{D_2^*}{D_3^*} + t_{34} \frac{D_4^*}{D_3^*} - t_{35} \frac{D_5^*}{D_3^*} - t_{33} - K_1 t_{37} - K_2 t_{38} \right) \quad (2.63)$$

Trường hợp tải cơ

Bằng cách tương tự như mục 2.2.3.3, ta có

$$P = -\frac{2\pi \sin \beta \cos \beta}{t_{36}} \left(-t_{31} \frac{D_1^*}{D_3^*} + t_{32} \frac{D_2^*}{D_3^*} + t_{34} \frac{D_4^*}{D_3^*} - t_{35} \frac{D_5^*}{D_3^*} - t_{33} - K_1 t_{37} - K_2 t_{38} \right). \quad (2.64)$$

2.2.4.4. Kết quả tính toán số

Độ tin cậy của các tính toán được khẳng định khi so sánh với các kết quả đã được công bố của tác giả Naj cùng các cộng sự [156], Baruch cùng các cộng sự [187], Đức cùng nhóm nghiên cứu [182] và tác giả Dũng và nhóm nghiên cứu [177] cho trường hợp vỏ sandwich FGM, gia cường bởi các gân FGM, trên nền đàn hồi Pasternak

Tiếp theo, luận án trình bày một số kết quả tính toán số để khảo sát ảnh hưởng của các thông số hình học, vật liệu, gân, lớp lõi và nền đàn hồi đến ổn định nhiệt của vỏ sandwich nón cụt FGM và ảnh hưởng của tải cơ đến tải nhiệt.

2.3. PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA VỎ NÓN CỤT FGM GIA CƯỜNG

Trong phần này, nghiên cứu phi tuyến về ổn định của vỏ nón cụt có gân gia cường được thực hiện. Hai bài toán được xét đến là: trường hợp vỏ chịu tải cơ học được nghiên cứu theo lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất và trường hợp vỏ chịu tải cơ-nhiệt kết hợp được nghiên cứu theo lý thuyết vỏ cổ điển.

Mô hình bài toán được mô tả như hình 2.1 và các hệ thức cơ bản tương tự như các hệ thức (2.1-2.13).

2.3.2. Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường chịu tải nén dọc trục trên nền đàn hồi

2.3.2.1. Hệ phương trình ổn định phi tuyến và trạng thái màng

Phương trình cân bằng phi tuyến của vỏ nón cụt gia cường chịu tải nén dọc trục, bao quanh bởi nền đàn hồi Pasternak, dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất được cho ở dạng [185,186]

$$xN_{x,x} + \frac{1}{\sin \beta} N_{x\theta,\theta} + N_x - N_\theta = 0, \quad (2.65a)$$

$$\frac{1}{\sin \beta} N_{\theta,\theta} + xN_{x\theta,x} + 2N_{x\theta} = 0, \quad (2.65b)$$

$$\begin{aligned} & xM_{x,xx} + 2M_{x,x} + \frac{2}{\sin \beta} M_{x\theta,x\theta} + \frac{2}{x \sin \beta} M_{x\theta,\theta} + \frac{1}{x \sin^2 \beta} M_{\theta,\theta\theta} - M_{\theta,x} - N_\theta \cot \beta \\ & + \left[xN_x w_{,x} + \frac{1}{\sin \beta} N_{x\theta} w_{,\theta} \right]_{,x} + \frac{1}{\sin \beta} \left[N_{x\theta} w_{,x} + \frac{1}{x \sin \beta} N_{\theta} w_{,\theta} \right]_{,\theta} + (xN_x^0 w_{,x})_{,x} \\ & = xK_1 w - xK_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \beta} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \end{aligned} \quad (2.65c)$$

$$(x \sin \beta M_x)_{,x} + M_{x\theta,\theta} - M_\theta \sin \beta - x \sin \beta Q_x = 0, \quad (2.65d)$$

$$(x \sin \beta M_{x\theta})_{,x} + M_{\theta,\theta} + M_{x\theta} \sin \beta - x \sin \beta Q_\theta = 0. \quad (2.65e)$$

$$\begin{aligned}
P = & \frac{1}{T_{34}} \left(\frac{L_{35}L_{14}T_{21} - L_{35}L_{24}T_{11} + L_{36}L_{24}T_{12} - L_{36}L_{14}T_{22} - L_{37}}{T_{12}T_{21} - T_{11}T_{22}} \right) W^2 \\
& + \frac{1}{T_{34}} \left(\frac{T_{31}L_{24}T_{12} - T_{31}L_{14}T_{22} + T_{32}L_{14}T_{21} - T_{32}L_{24}T_{11} - L_{34}}{T_{12}T_{21} - T_{11}T_{22}} \right. \\
& \left. + \frac{L_{35}T_{13}T_{21} - L_{35}T_{11}T_{23} + L_{36}T_{12}T_{23} - L_{36}T_{13}T_{22}}{T_{12}T_{21} - T_{11}T_{22}} \right) W \\
& + \frac{1}{T_{34}} \left(\frac{T_{31}T_{12}T_{23} - T_{31}T_{13}T_{22} + T_{32}T_{13}T_{21} - T_{32}T_{11}T_{23} - T_{33}}{T_{12}T_{21} - T_{11}T_{22}} \right) \quad (2.86)
\end{aligned}$$

Biểu thức (2.86) dùng để xác định tải tới hạn P_{cr} và đường cong $P-W$ của vỏ nón cụt FGM có gân gia cường, chịu tải nén dọc trục, trên nền đàn hồi. Cho $W \rightarrow 0$, lực tới hạn thu được từ biểu thức

$$P = P_{upper} = \frac{1}{T_{34}} \left(\frac{T_{31}T_{12}T_{23} - T_{31}T_{13}T_{22} + T_{32}T_{13}T_{21} - T_{32}T_{11}T_{23} - T_{33}}{T_{12}T_{21} - T_{11}T_{22}} \right) \quad (2.87)$$

Biểu thức (2.87) dùng để xác định tải nén tới hạn trên của vỏ nón cụt FGM, gia cường, chịu tải cơ.

2.3.3.3. Các kết quả tính toán số

Các kết quả tính toán của luận án được so sánh với các kết quả của tác giả Naj cùng các cộng sự [156], Baruch cùng các cộng sự [187] và tác giả Dũng và nhóm nghiên cứu [175] cho trường hợp vỏ đẳng hướng, không gia cường, không nền đàn hồi cho thấy độ tin cậy của các tính toán.

Ảnh hưởng của gân, chi số tỉ phần thể tích vật liệu cấu thành vỏ, kích thước hình học của vỏ, nền đàn hồi và của nhiệt độ đến ổn định của vỏ cũng được khảo sát một cách chi tiết.

2.4. KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Trong chương 2, luận án đã giải quyết một số vấn đề mới sau:

+ Bằng tiếp cận giải tích và phương pháp hàm chuyển vị, luận án đã thiết lập các hệ thức cơ sở, phương trình ổn định cho bài toán phân ổn định tuyến tính cho vỏ nón cụt FGM, gia cường bởi các gân dọc và gân vòng thuần nhất và vỏ sandwich nón cụt FGM gia cường bởi các gân FGM, tựa đơn, chịu tải cơ, tải cơ-nhiệt kết hợp và bài toán phân ổn định phi tuyến với tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Karman-Donnell, cho vỏ nón cụt FGM, gia cường chịu tải cơ và tải cơ-nhiệt kết hợp. Đây đều là những bài toán khó do hệ các phương trình ổn định là hệ các phương trình đạo hàm riêng với hệ số là hàm số. Khó khăn này đã được vượt qua nhờ áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin.

+ Độ tin cậy của các tính toán được kiểm nghiệm qua các so sánh với các kết quả đã công bố. Biểu thức hiển thu được cho phép xác định tải tới hạn và phân tích khả năng mang tải sau tới hạn của vỏ. Các kết quả tính toán số khảo sát ảnh hưởng của gân, của tỉ phần thể tích vật liệu cấu thành vỏ, của kích thước hình học, nền đàn hồi và nhiệt độ đến tải vòng tới hạn và khả năng mang tải sau tới hạn của vỏ. Đồng thời, qua phân tích cho thấy sự cần thiết phải xét đến ứng suất trượt trong các tính toán đối với vỏ dày vừa và vỏ dày.

Các kết quả liên quan

Nội dung chính của chương được đăng trên 05 tạp chí thuộc danh mục ISI trong đó có 02 tạp chí SCI và 03 tạp chí SCIE.

CHƯƠNG 3. PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC CỦA VỎ NÓN CỤT FGM

Ngoài bài toán tính toán ổn định thì bài toán phân tích động lực và dao động của các kết cấu tấm, vỏ FGM trong đó có vỏ nón cụt FGM là hết sức quan trọng. Trong chương này, luận án tập trung giải quyết hai bài toán:

Bài toán thứ nhất: Phân tích động lực phi tuyến và dao động của panel vỏ nón cụt FGM, có lớp áp điện, chịu áp lực đều, tựa trên nền đàn hồi, trong môi trường nhiệt độ với tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Karman-Donnell. Dựa trên nguyên lý Hamilton, thu được hệ phương trình chuyển động theo lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc nhất đối với các thành phần chuyển vị. Các phương trình này được giải nhờ phương pháp Bubnov-Galerkin và phương pháp Runge-Kutta, thu được biểu thức hiển xác định đường cong độ võng-thời gian và tần số dao động tự do của panel. Phần giải số được thực hiện nhằm khảo sát ảnh hưởng của điện áp, nhiệt độ, thông số hình học, sự phân bố vật liệu và nền đàn hồi đến đáp ứng động lực và dao động của panel nón cụt FGM.

Bài toán thứ hai: Phân tích động lực phi tuyến và dao động tự do của vỏ nón cụt FGM, có gân gia cường, bao quanh bởi nền đàn hồi, trong môi trường nhiệt độ dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển với tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Karman-Donnell. Sử dụng phương pháp Bubnov-Galerkin, kỹ thuật san gân và phương pháp Runge-Kutta, thu được biểu thức hiển để phân tích đáp ứng động lực phi tuyến và dao động vỏ. Phần giải số được thực hiện nhằm khảo sát ảnh hưởng của gân, thông số hình học, sự phân bố vật liệu, nền đàn hồi và nhiệt độ đến đáp ứng động lực và dao động của vỏ.

3.1. PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC PHI TUYẾN VÀ DAO ĐỘNG TỰ DO CỦA PANEL NÓN CỤT FGM ÁP ĐIỆN

Trong phần này, luận án trình bày bài toán phân tích động lực phi tuyến và dao động của panel vỏ nón cụt FGM, có lớp áp điện, chịu áp lực đều, tựa trên nền đàn hồi, trong môi trường nhiệt độ với tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Karman-Donnell. Tuy nhiên, luận án chỉ dừng lại ở khảo sát ảnh hưởng của điện áp lớp áp điện đến đáp ứng động lực của panel nón cụt FGM chứ không đi sâu phân tích ứng dụng của kết cấu có tích hợp lớp áp điện.

3.1.1. Đặt bài toán

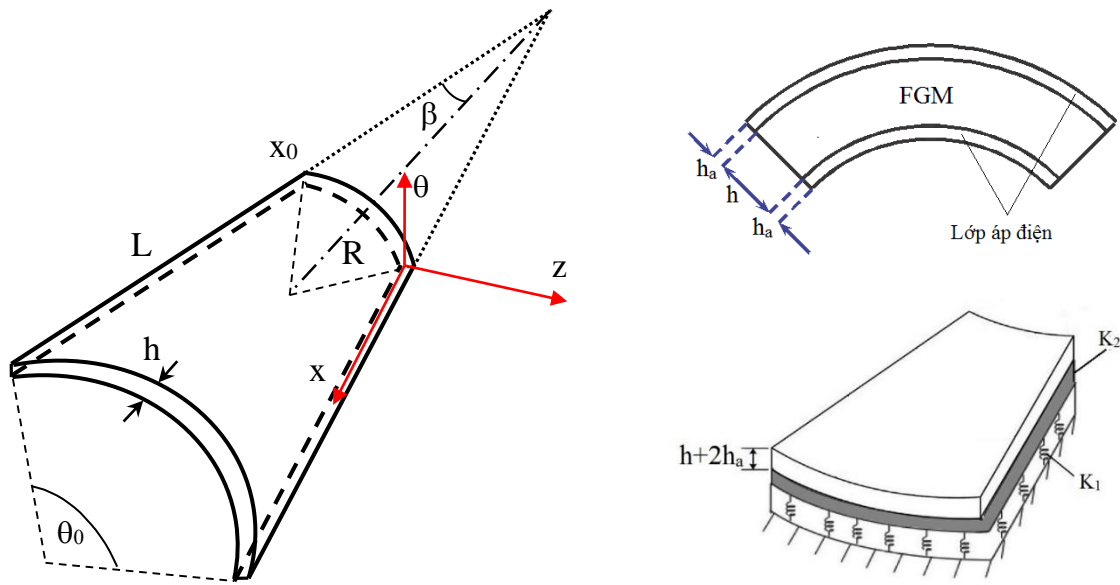
Xét bài toán panel nón cụt FGM áp điện, trên nền đàn hồi như mô hình hình 3.1. Panel gồm lớp nền vỏ có độ dày h và lớp áp điện có bề dày h_a tích hợp hoàn hảo ở hai mặt của panel. Góc bán đỉnh, chiều dài, góc mở

và bán kính đáy nhỏ của panel tương ứng là β , L , θ_0 và R . Hệ tọa độ (x, θ, z) được chọn với x, θ, z tương ứng theo hướng đường sinh, hướng vòng và pháp tuyến của mặt giữa.

Lớp nền được làm bằng vật liệu FGM với các tính chất vật liệu như mô đun đàn hồi E , mật độ ρ , hệ số dẫn nở nhiệt α được giả thiết là thay đổi theo độ dày với quy luật phân bố hàm lũy thừa như các hệ thức (1.4) và (1.5), trong đó hệ số Poisson được chọn là hằng số.

3.1.2. Các hệ thức cơ bản và phương trình chuyển động

Trong phần này, lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất được sử dụng để thu được các phương trình cơ bản nhằm phân tích đáp ứng động lực phi tuyến và dao động của panel nón cụt FGM dày vừa, có lớp áp điện, trên nền đàn hồi.



Hình 3.1. Mô hình panel nón cụt FGM áp điện trên nền đàn hồi Pasternak

Liên hệ biến dạng chuyển vị, liên hệ ứng suất-biến dạng của lớp nền panel và các lớp áp điện, có xét đến ảnh hưởng của điện trường, các thành phần lực và mômen của panel được xác định.

Phương trình chuyển động phi tuyến của panel nón cụt FGM áp điện, trong môi trường nhiệt độ chịu tải trọng áp lực đều q , trên nền đàn hồi Pasternak dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất ở dạng [7,9]

$$N_{x,x} + \frac{1}{x \sin \beta} N_{x\theta,\theta} + \frac{1}{x} (N_x - N_\theta) = I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}, \quad (3.9a)$$

$$\frac{1}{x \sin \beta} N_{\theta,\theta} + N_{x\theta,x} + \frac{2}{x} N_{x\theta} + \frac{1}{x} \cot \beta Q_\theta = I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_\theta}{\partial t^2}, \quad (3.9b)$$

$$Q_{x,x} + \frac{1}{x \sin \beta} Q_{\theta,\theta} - \frac{1}{x} Q_x - \frac{1}{x} \cot \beta N_\theta + q - xK_1 w + xK_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{x^2 \sin^2 \beta} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (3.9c)$$

$$M_{x,x} + \frac{1}{x \sin \beta} M_{x\theta,\theta} + \frac{1}{x} (M_x - M_\theta) - Q_x = I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}, \quad (3.9d)$$

$$M_{x\theta,x} + \frac{1}{x \sin \beta} M_{\theta,\theta} + \frac{2}{x} M_{x\theta} - Q_\theta = I_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_\theta}{\partial t^2}, \quad (3.9e)$$

với $I_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) z^i dz$, ($i = \overline{0, 2}$),

$$I_0 = \left(\rho_m + \frac{\rho_{cm}}{k+1} \right) h, \quad I_1 = \frac{\rho_{cm} k h^2}{2(k+1)(k+2)},$$

$$I_2 = \left[\frac{\rho_m}{12} + \rho_{cm} \left(\frac{1}{k+3} - \frac{1}{k+2} + \frac{1}{4k+4} \right) \right] h^3, \quad (3.10)$$

Thay biến dạng qua chuyển vị theo liên hệ (2.2-2.3) rồi thay vào các phương trình (3.9a-3.9e). Sau khi biến đổi và sắp xếp lại, phương trình chuyển động phi tuyến của panel nón cụt FGM áp điện, trong môi trường nhiệt độ chịu tải trọng áp lực đều q , trên nền đàn hồi theo mô hình Pasternak dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, biểu diễn qua các thành phần chuyển vị u , v , w , ϕ_x và ϕ_θ như sau

$$S_{11}(u) + S_{12}(v) + S_{13}(w) + S_{14}(\phi_x) + S_{15}(\phi_\theta) + S_{16}(w) + S_{17} = I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}, \quad (3.11)$$

$$S_{21}(u) + S_{22}(v) + S_{23}(w) + S_{24}(\phi_x) + S_{25}(\phi_\theta) + S_{26}(w) = I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_\theta}{\partial t^2}, \quad (3.12)$$

$$S_{31}(u) + S_{32}(v) + S_{33}(w) + S_{34}(\phi_x) + S_{35}(\phi_\theta) + S_{36}(w) + S_{37} = I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (3.13)$$

$$S_{41}(u) + S_{42}(v) + S_{43}(w) + S_{44}(\phi_x) + S_{45}(\phi_\theta) + S_{46}(w) = 0 = I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}, \quad (3.14)$$

$$S_{51}(u) + S_{52}(v) + S_{53}(w) + S_{54}(\phi_x) + S_{55}(\phi_\theta) + S_{56}(w) = I_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_\theta}{\partial t^2}, \quad (3.15)$$

trong đó, S_{ij} ($i = \overline{1, 5}$, $j = \overline{1, 6}$), S_{17} là các biểu thức đạo hàm riêng xác định theo phụ lục B.

Hệ các phương trình (3.11-3.15) là hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng đối với u , v , w , ϕ_x và ϕ_θ , dùng để phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của panel nón cụt FGM áp điện theo FSDT.

3.1.3. Phân tích động lực của panel nón cụt FGM

Xét panel nón cụt FGM áp điện, theo FSDT, điều kiện biên tựa đơn trong trường hợp này là [157]

$$\begin{aligned}
N_x = v = w = \phi_\theta = M_x = 0 \text{ tại } x = x_0, x_0 + L \\
N_\theta = v = w = \phi_x = M_\theta = 0 \text{ tại } \theta = 0, \theta_0
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Nghiệm xấp xỉ thỏa mãn điều kiện biên (3.16) được chọn ở dạng

$$\begin{aligned}
u = U(t) \cos \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\pi\theta}{\theta_0}, \quad v = V(t) \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \cos \frac{n\pi\theta}{\theta_0}, \\
w = W(t) \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\pi\theta}{\theta_0}, \quad \phi_x = \Phi(t) \cos \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \sin \frac{n\pi\theta}{\theta_0}, \\
\phi_\theta = \Psi(t) \frac{1}{x \sin \beta} \sin \frac{m\pi(x-x_0)}{L} \cos \frac{n\pi\theta}{\theta_0},
\end{aligned} \tag{3.17}$$

trong đó, m là số nửa bước sóng theo phương đường sinh, n là số bước sóng theo hướng vòng, $U(t), V(t), W(t), \Phi(t), \Psi(t)$ các biên độ phụ thuộc thời gian.

Thay dạng nghiệm (3.17) vào hệ các phương trình (3.11-3.15), sau đó áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin, với giả thiết panel FGM áp điện chịu tải phân bố đều dạng $q = Q \sin \Omega t$ (Q là biên độ của lực, Ω là tần số của lực), ta có hệ

$$l_{11}U + l_{12}V + l_{13}W + l_{14}\Phi + l_{15}\Psi + l_{16}W^2 + l_{17} = \eta_1 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \eta_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \tag{3.19a}$$

$$l_{21}U + l_{22}V + l_{23}W + l_{24}\Phi + l_{25}\Psi + l_{26}W^2 = \eta_3 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \eta_4 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \tag{3.19b}$$

$$\begin{aligned}
l_{31}U + l_{32}V + (l_{33} + l_{37}K_1 + l_{38}K_2)W + l_{34}\Phi + l_{35}\Psi + l_{36}W^2 + l_{39}T_1 \\
+ l_{310}V_a + l_{311}Q \sin \Omega t = \eta_5 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{3.19c}$$

$$l_{41}U + l_{42}V + l_{43}W + l_{44}\Phi + l_{45}\Psi + l_{46}W^2 = \eta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \eta_6 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \tag{3.19d}$$

$$l_{51}U + l_{52}V + l_{53}W + l_{54}\Phi + l_{55}\Psi + l_{56}W^2 = \eta_7 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \eta_8 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \tag{3.19e}$$

Hệ các phương trình (3.19a-3.19e) là hệ phương trình cơ bản cho phép phân tích đáp ứng động lực phi tuyến của panel nón cụt FGM, áp điện, chịu tải trọng áp lực phân bố đều, trong môi trường nhiệt độ. Các phương trình này được giải theo phương pháp Runge – Kutta bậc 4 với điều kiện đầu được chọn

$$\begin{aligned}
U(0) = 0, \frac{dU}{dt}(0) = 0, V(0) = 0, \frac{dV}{dt}(0) = 0, W(0) = 0, \frac{dW}{dt}(0) = 0, \\
\Phi(0) = 0, \frac{d\Phi}{dt}(0) = 0, \Psi(0) = 0, \frac{d\Psi}{dt}(0) = 0.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Trong trường hợp $q = 0$, tần số dao động riêng của panel nón cụt FGM hoàn hảo, trên nền đàn hồi, có thể xác định từ

$$\begin{vmatrix}
l_{11} + \eta_1 \omega^2 & l_{12} & l_{13} & l_{14} + \eta_2 \omega^2 & l_{15} \\
l_{21} & l_{22} + \eta_3 \omega^2 & l_{23} & l_{24} & l_{25} + \eta_4 \omega^2 \\
l_{31} & l_{32} & l_{33} + l_{37} K_1 + l_{38} K_2 + \eta_5 \omega^2 & l_{34} & l_{35} \\
l_{41} + \eta_2 \omega^2 & l_{42} & l_{43} & l_{44} + \eta_6 \omega^2 & l_{45} \\
l_{51} & l_{52} + \eta_7 \omega^2 & l_{53} & l_{54} & l_{55} + \eta_8 \omega^2
\end{vmatrix} = 0 \tag{3.21}$$

3.1.4. Các kết quả tính toán số

Độ tin cậy của các kết quả tính toán qua so sánh tần số dao động tự do $\Pi = \omega h \sqrt{\rho_c / E_c}$ của panel nón cụt FGM hoàn hảo với các kết quả của Akbari cùng cộng sự [157] dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất.

Ảnh hưởng của chỉ số tỉ phần thể tích vật liệu cấu thành vỏ, kích thước hình học của vỏ, nền đàn hồi, của nhiệt độ và điện áp đến tần số dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của panel đã được khảo sát một cách chi tiết.

3.2. PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC PHI TUYẾN CỦA VỎ NÓN CỤT FGM

3.2.1. Đặt bài toán và các hệ thức cơ bản

Xét vỏ nón cụt có chiều dày h và góc bán đỉnh β . Vỏ có chiều dài L , bán kính đáy nhỏ R . Chọn hệ trục tọa độ (x, θ, z) có gốc đặt tại đỉnh nón trên mặt giữa của vỏ, x là trục theo đường sinh, θ theo hướng vòng, trục z vuông góc với x và hướng ra phía ngoài, x_0 là khoảng cách từ đỉnh của vỏ nón với đáy nhỏ, $x_l = x_0 + L$ là khoảng cách từ đỉnh tới đáy lớn. Vỏ được làm bằng vật liệu FGM, trong đó, tỷ lệ thể tích của các thành phần kim loại và ceramic được giả thiết phân bố theo quy luật lũy thừa đối với chiều dày, vỏ gia cường bởi các gân vòng, đặt trên nền đàn hồi Pasternak.

Để phân tích ảnh hưởng của nhiệt độ đến vỏ hình nón cụt FGM gia cường, trong bài toán này không chỉ giả định rằng các đặc tính vật liệu phụ thuộc vào sự biến đổi nhiệt độ môi trường, mà còn xem xét biến dạng nhiệt của gân.

Phương trình tương thích biến dạng của vỏ nón cụt được cho chỉ ra như tài liệu [146] là

$$\begin{aligned}
& \frac{\cos(\gamma)}{x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial^2 \gamma_{x\theta}^0}{\partial x \partial \varphi} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial \gamma_{x\theta}^0}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \varepsilon_\theta^0}{\partial S^2} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \varepsilon_\theta^0}{\partial x} - \frac{1}{x} \frac{\partial \varepsilon_x^0}{\partial x} \\
& = \frac{1}{x^4} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 - \frac{2}{x^3} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} - \frac{1}{x^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \right)^2 \right] - \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Phương trình chuyển động của vỏ nón cụt FGM chịu lực ngoài và bao quanh bởi nền đàn hồi theo lý thuyết vỏ cổ điển là [148]

$$\begin{aligned}
x \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \varphi} + N_x - N_\theta &= I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial N_\theta}{\partial \varphi} + x \frac{\partial N_{s\theta}}{\partial x} + 2N_{x\theta} &= I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\
x \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial M_x}{\partial x} + 2 \left(\frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{x} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{x} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial M_\theta}{\partial x} - N_\theta \cot \beta \\
+ \frac{\partial}{\partial x} \left(x N_x \frac{\partial w}{\partial x} + N_{x\theta} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(N_{x\theta} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{N_\theta}{x} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) + q - x K_1 w \\
+ x K_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) &= I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \tag{3.29}
\end{aligned}$$

với $I_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz$, q áp lực đều tác dụng trên bề mặt của vỏ.

Sử dụng giả thiết Volmir [190], các thành phần chuyển vị u và v thường nhỏ hơn nhiều so với độ võng w , dẫn đến các thành phần lực quán tính $I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \rightarrow 0$, $I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \rightarrow 0$ và có thể bỏ qua.

Hai phương trình đầu trong (3.29) có thể tự thỏa mãn nếu đưa vào hàm ứng suất được chọn như sau [148]

$$N_x = \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial x}, \quad N_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad N_{x\theta} = -\frac{1}{x} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial \varphi} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial F}{\partial \varphi}. \tag{3.30}$$

Thay các thành phần lực trong (3.30) qua biến dạng và sau đó thay vào phương trình thứ ba trong (3.29), qua một số biến đổi, cuối cùng thu được

$$\begin{aligned}
&\frac{C_{22}^*}{x^2} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{-C_{22}^* x^2 - \cot \beta x^3}{x^3} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + (2C_{11}^* - C_{21}^* + C_{12}^*) \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} + x C_{11}^* \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} \\
&+ \frac{(2C_{12}^* + 2C_{22}^* - 2C_{33}^*)}{x^3} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{C_{22}^*}{x^3} \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^4} + \frac{2C_{33}^* - 2C_{12}^*}{x^2} \frac{\partial^3 F}{\partial x \partial \varphi^2} + \frac{C_{12}^* - 2C_{33}^* + C_{21}^*}{x} \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial \varphi^2} \\
&+ (-x K_w) w + \left(K_p + \frac{-D_{22}^*}{x^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left(x K_2 + \frac{1}{x} D_{22}^* \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (D_{21}^* - 2D_{11}^* - D_{12}^*) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \\
&+ (-x D_{11}^*) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{K_2 S^2 - 2D_{33}^* - 2D_{12}^* - 2D_{22}^*}{x^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - \frac{D_{22}^*}{x^3} \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{(2D_{12}^* + 2D_{33}^*)}{x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \varphi^2} \\
&- \frac{D_{12}^* + 2D_{33}^* + D_{21}^*}{x} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \varphi^2} + \left(\frac{2}{x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial \varphi} - \frac{2}{x^3} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} \\
&+ \left(\frac{1}{x} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{2}{x^2} \frac{\partial F}{\partial \varphi} - \frac{2}{x} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial \varphi} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} + q = I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{3.31}
\end{aligned}$$

KẾT LUẬN

Qua nội dung trình bày trên, luận án đã đạt được một số kết quả nổi bật như sau:

1. Bằng tiếp cận giải tích với phương pháp hàm chuyển vị và tiêu chuẩn cân bằng lân cận, luận án đã nghiên cứu, phân tích tuyến tính về ổn định của vỏ hình nón cụt FGM và vỏ sandwich nón cụt FGM, gia cường, tựa đơn, chịu các loại tải cơ, nhiệt và cơ-nhiệt kết hợp, dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất.

2. Bằng phương pháp Bubnov-Galerkin và kỹ thuật san gân của Leknitskii, đã xây dựng biểu thức hiển của tải tới hạn và phân tích khả năng mang tải sau tới hạn cho bài toán phân tích ổn định của vỏ.

3. Luận án đã nghiên cứu, phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của panel hình nón cụt FGM, áp điện, trên nền đàn hồi, trong môi trường nhiệt độ dựa trên lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc nhất kết hợp phương pháp hàm chuyển vị. Bằng phương pháp Bubnov-Galerkin và phương pháp Runge-Kutta bậc bốn đã xây dựng hệ thức hiển mô tả quan hệ biên độ-tần số, độ võng-thời gian. Đây là nghiên cứu đầu tiên cho trường hợp panel nón áp điện.

4. Luận án cũng đã nghiên cứu, phân tích dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ hình nón cụt FGM, gia cường, trên nền đàn hồi, trong môi trường nhiệt độ với tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ, dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển kết hợp phương pháp hàm ứng suất, trong đó hàm ứng suất tìm được dựa trên phương pháp chồng chất nghiệm.

5. Các kết quả tính toán số thu được qua việc kết hợp các phần mềm tính toán Matlab, Maple cho phép khảo sát chi tiết ảnh hưởng của các thông số hình học, gân gia cường, tỷ phần thể tích vật liệu cấu thành vỏ, ảnh hưởng của nền đàn hồi, của nhiệt độ môi trường và lớp áp điện đến giá trị của tải tới hạn, khả năng mang tải sau tới hạn cho bài toán phân tích ổn định cũng như ảnh hưởng đến tần số dao động tự do và đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ nón cụt FGM và panel nón cụt FGM.

6. Luận án giải quyết được những bài toán mới về ổn định cũng như đáp ứng động lực của vỏ nón cụt FGM gia cường và panel nón cụt FGM. Đây đều là những bài toán khó do hệ các phương trình ổn định và chuyển động thu được là hệ các phương trình đạo hàm riêng với hệ số là hàm số đối với chuyển vị. Luận án đã khảo sát cả trường hợp gân gia cường thuần nhất và gân FGM, trong đó, không chỉ xét đến sự thay đổi khoảng cách giữa các gân mà còn xét đến ứng suất nhiệt trong gân và biến dạng của gân do nhiệt độ. Hơn nữa, luận án đã giải quyết bài toán với dạng nghiệm một số hạng và hai số hạng.

Các kết quả chính của luận án đã được công bố trong 06 công trình trên các tạp chí ISI và 01 báo cáo trong hội nghị quốc tế ACCMS.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Dao Van Dung, Do Quang Chan (2017). Analytical investigation on mechanical buckling of FGM truncated conical shells reinforced by orthogonal stiffeners based on FSDT. *Composite Structures* 159: 827–841. (Elsevier, SCIE, IF = 4.101, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.10.006>).
2. Do Quang Chan, Dao Van Dung, Le Kha Hoa (2018). Thermal buckling analysis of stiffened FGM truncated conical shells resting on elastic foundations using FSDT. *Acta Mechanica* 229, 2221–2249 (Springer, SCI, IF=2.113, <https://doi.org/10.1007/s00707-017-2090-2>).
3. Nguyen Dinh Duc, Kim Seung-Eock, Do Quang Chan (2017). Thermal buckling analysis of FGM sandwich truncated conical shells reinforced by FGM stiffeners resting on elastic foundations using FSDT. *Journal of Thermal Stresses* 41(3), 331–365 (Taylor & Francis, SCI, IF=1.85, <https://doi.org/10.1080/01495739.2017.1398623>).
4. Le Kha Hoa, Bui Thi Thu Hoai & Do Quang Chan (2018). Nonlinear thermomechanical postbuckling analysis of ES-FGM truncated conical shells resting on elastic foundations. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1-15 (Taylor & Francis, SCIE, IF=2.64, <https://doi.org/10.1080/15376494.2018.1430274>).
5. Do Quang Chan, Vu Thi Thuy Anh, Nguyen Dinh Duc (2018). Vibration and nonlinear dynamic response of eccentrically stiffened functionally graded composite truncated conical shells surrounded by an elastic medium in thermal environments. *Acta Mechanica* 1–22 (Springer, SCI, IF=2.113, First Online: 28 October 2018, <https://doi.org/10.1007/s00707-018-2282-4>).
6. Do Quang Chan, Vu Do Long, Nguyen Dinh Duc (2018). Nonlinear buckling and post-buckling of FGM shear deformable truncated conical shells reinforced by FGM stiffeners. Accepted for publication in *Mechanics of Composite Materials* Vol. 54, No. 6 (Springer, SCIE, IF=0.49); (Russian translation published in *Mekhanika Kompozitnykh Materialov*, Vol. 54, No. 6, pp. 1079-1104, November-December, 2018).
7. Nguyen Dinh Duc, Do Quang Chan, Tran Quoc Quan (2018). Nonlinear dynamic analysis and vibration of shear deformable piezoelectric-FGM truncated conical panel resting on elastic foundations in thermal environments. ACCMS-Theme Meeting on “Multiscale Modelling of Materials for Sustainable Development”, 7th - 9th, September 2018, Hanoi, Vietnam.