

## THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN TIẾN SĨ

1. Họ và tên nghiên cứu sinh: Nguyễn Văn Tân
2. Giới tính: Nam
3. Ngày sinh: 17/5/1987
4. Nơi sinh: Ninh Bình
5. Quyết định công nhận nghiên cứu sinh: Số 2556/QĐ - KHTN ngày 26 tháng 7 năm 2017 của Hiệu trưởng trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQGHN.
6. Các thay đổi trong quá trình đào tạo: Gia hạn học tập và bảo vệ luận án theo các Quyết định số 318/QĐ-ĐHKHTN ngày 01 tháng 02 năm 2021 và quyết định số 231/QĐ-ĐHKHTN ngày 27 tháng 01 năm 2022 của Hiệu trưởng trường Đại học Khoa học tự nhiên - ĐHQGHN
7. Tên đề tài luận án: Ước lượng tốc độ hội tụ và mật độ nghiệm cho một số phương trình vi phân ngẫu nhiên.
8. Chuyên ngành: Lý thuyết xác suất và thống kê toán học
9. Mã số: 9460112.02
10. Cán bộ hướng dẫn khoa học: Hướng dẫn chính: PGS. TS. Nguyễn Tiên Dũng  
Hướng dẫn phụ: TS. Trần Mạnh Cường
11. Tóm tắt các kết quả mới của luận án:
  - Đưa ra một ước lượng Berry-Esseen hiển cho tốc độ hội tụ theo khoảng cách Kolmogorov của xấp xỉ Smoluchowski-Kramers cho phương trình vi phân ngẫu nhiên.
  - Đánh giá được tốc độ của sự hội tụ yếu của nghiệm phương trình vi phân ngẫu nhiên có trễ và áp dụng cho xấp xỉ Carathéodory.
  - Nghiên cứu tính trơn và thiết lập ước lượng Gauss cận trên, cận dưới cho hàm mật độ của nghiệm các phương trình vi phân ngẫu nhiên phân thứ trong trường hợp các dạng nhiễu cộng tính và nhân tính.
12. Khả năng ứng dụng thực tiễn:
  - Xấp xỉ Smoluchowski-Kramers đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu chuyên sâu do tính ứng dụng của nó. Luận án cung cấp một phương pháp khảo sát tốc độ hội tụ theo khoảng cách Kolmogorov của xấp xỉ này với nhiều thông tin hơn.
  - Tốc độ hội tụ yếu trong lý thuyết xấp xỉ số rất hữu ích trong các ứng dụng thực tế. Nghiên cứu sự hội tụ yếu của xấp xỉ Carathéodory là một bài toán quan trọng và cần thiết. Tuy nhiên, chưa có nhiều kết quả về bài toán này trong các tài liệu tham khảo. Luận án cung cấp một phương pháp khảo sát tốc độ hội tụ yếu của nghiệm phương trình vi phân ngẫu nhiên có trễ và áp dụng vào lược đồ xấp xỉ Carathéodory.
  - Các ước lượng mật độ Gauss cho nghiệm của các lớp phương trình ngẫu nhiên khác nhau, trong đó có phương trình vi phân ngẫu nhiên với nhiễu là chuyển động Brown phân thứ, đã

được nghiên cứu một cách chuyên sâu. Luận án cung cấp thêm kết quả về tính trơn, ước lượng Gauss cho mật độ của nghiệm phương trình vi phân hàm ngẫu nhiên phân thứ.

13. Các hướng nghiên cứu tiếp theo: Khảo sát sự hội tụ yếu trong xấp xỉ Carathéodory cho các phương trình tổng quát hơn với đa trễ hoặc biến trễ. Nghiên cứu ước lượng mật độ cho nghiệm của các lớp phương trình chưa được hoặc mới chỉ được nghiên cứu một phần.

14. Các công trình công bố liên quan đến luận án:

[1] Nguyen Van Tan (2020), "Smoothness and Gaussian Density Estimates for Stochastic Functional Differential Equations With Fractional Noise", *Statistics, Optimization & Information Computing* 8 (4), pp. 822-833.

[2] Nguyen Van Tan, Nguyen Tien Dung (2020), "A Berry-Esseen Bound in the Smoluchowski-Kramers Approximation", *J Stat Phys.* 179 (4), pp. 871-884.

[3] Ta Cong Son, Nguyen Tien Dung, Nguyen Van Tan, Tran Manh Cuong, Hoang Thi Phuong Thao, Pham Dinh Tung (2022), "Weak convergence of delay SDEs with applications to Carathéodory approximation", *Discrete and Continuous Dynamical Systems - B* 27 (9), pp. 4725-4747.

Ngày 24 tháng 3 năm 2023

**Người hướng dẫn luận án**

**Nghiên cứu sinh**

**PGS. TS. Nguyễn Tiến Dũng**

**Nguyễn Văn Tân**

## INFORMATION ON DOCTORAL THESIS

1. Full name: Nguyen Van Tan    2. Sex: Male
3. Date of birth: May 17, 1987    4. Place of birth: Ninh Binh
5. Admission decision number: Decision No. 2556/QD - KHTN dated July 26, 2017 of the Rector of the VNU University of Sciences.
6. Changes in academic process: Decision No. 318/QD-ĐHKHTN dated February 1, 2021 No. 231/QD-ĐHKHTN dated January 27, 2022 of the Rector of the VNU University of Sciences.
7. Official thesis title: Estimate the convergence rate and density of solutions for some stochastic differential equations.
8. Major: Theory of Probability and Mathematical Statistics      9. Code: 9460112.02

10. Supervisors: Assoc. Prof. PhD. Nguyen Tien Dung

PhD. Trần Mạnh Cường

11. Summary of the new findings of the thesis

- Use the Kolmogorov distance to investigate the Smoluchowski-Kramers approximation for stochastic differential equations and obtain an explicit Berry-Esseen estimator for the rate of convergence.
- Investigate weak convergence of stochastic differential equation solutions with time delays and application to Carathéodory approximation.
- Study the smoothness and establish the upper and lower bound Gaussian estimates for the density function of the solutions of the stochastic stochastic differential equations in the cases of additive noise and multiplicative noises.

12. Paratical applicability, if any:

- Because of its applications, the Smoluchowski-Kramers approximation has been studied intensively by several authors. The thesis provides a method to investigate the Kolmogorov distance convergence rate of this approximation with more information.
- The weak convergence rate of numerical approximations is very useful in practical. However, to the best of our knowledge, the weak convergence results of the Carathéodory approximation are scarce even. The thesis provides a method to investigate the weak convergence rate of stochastic differential equation solutions with times delay and apply it to the Carathéodory approximation scheme.
- Gaussian density estimates for the solutions of various stochastic equations, including the class of stochastic equations with fractional noise have been intensively studied. The

thesis provides more results on smoothness, Gaussian estimation for the density of solutions of the fractional stochastic functional differential equations.

13. Further research directions, if any: Investigate the weak convergence and the Carathéodory approximation for more general equations such as SDEs with multiple delays or SDEs with variable delays.

14. Thesis-related publications:

[1] Nguyen Van Tan (2020), "Smoothness and Gaussian Density Estimates for Stochastic Functional Differential Equations With Fractional Noise", *Statistics, Optimization & Information Computing* 8 (4), pp. 822-833.

[2] Nguyen Van Tan, Nguyen Tien Dung (2020), "A Berry-Esseen Bound in the Smoluchowski-Kramers Approximation", *J Stat Phys.* 179 (4), pp. 871-884.

[3] Ta Cong Son, Nguyen Tien Dung, Nguyen Van Tan, Tran Manh Cuong, Hoang Thi Phuong Thao, Pham Dinh Tung (2022), "Weak convergence of delay SDEs with applications to Carathéodory approximation", *Discrete and Continuous Dynamical Systems - B* 27 (9), pp. 4725-4747.

Date: March 24, 2023

**Supervisor**

**PhD Student**

**Assoc. Prof. PhD. Nguyen Tien Dung**

**Nguyen Van Tan**