

THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN TIẾN SĨ

1. Tên tác giả: Ninh Thị Thu
2. Giới tính: Nữ
3. Ngày sinh: 11/10/1993
4. Nơi sinh: Ninh Bình
5. Quyết định công nhận nghiên cứu sinh: Quyết định số 2408 /QĐ-ĐHKHTN ngày 01/09 /2021 của Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội
6. Các thay đổi trong quá trình đào tạo: văn bản tạm ngừng học số 1047/QĐ-ĐHKHTN.
7. Tên đề tài luận án: Một số bài toán ổn định và ổn định hóa được của các hệ chuyển mạch rời rạc suy biến
8. Chuyên ngành: Toán ứng dụng
9. Mã số: 9460112.01
10. Cán bộ hướng dẫn khoa học:
HDC: PGS. TS. Đỗ Đức Thuận
Cơ quan công tác: Đại học Bách Khoa, Hà Nội
HDP: GS. TSKH. Phạm Kỳ Anh
Cơ quan công tác: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN
11. Tóm tắt các kết quả mới của luận án:

a. Mục đích và đối tượng nghiên cứu của luận án

Để mô tả các hệ phức hợp trong tự nhiên, kinh tế, năng lượng, hàng không, ... khó có thể dùng các hệ đơn lẻ, mà phải kết hợp nhiều hệ con kèm theo các ràng buộc. Một hệ chuyển mạch bao gồm một tập hữu hạn các hệ con và quy luật chuyển mạch giữa chúng. Các hệ con có thể liên tục hay rời rạc, không suy biến hay suy biến. Quy luật chuyển mạch là một hàm hằng từng khúc phụ thuộc vào các biến thời gian, giá trị của nó trong quá khứ, trạng thái $x(t)$ của mỗi hệ con đơn lẻ hoặc chuyển mạch ngẫu nhiên với hàm phân phối cho trước.

Trong thực tế, việc chuyển mạch có thể xảy ra do những thay đổi đột ngột, không dự báo được của hệ thống, ví dụ do hỏng hóc một thành phần nào đó của hệ thống hay do một hệ con nào đó tình cờ bị kích hoạt. Trong những trường hợp này, để đảm bảo sự an toàn của hệ thống, người ta phải thiết kế sao cho hệ ổn định với mọi quy tắc chuyển mạch. Trong hệ chuyển mạch, tín hiệu chuyển mạch là ẩn và không điều khiển được. Tính ổn định của hệ chuyển mạch thực chất là tính vững với mọi nhiễu động của chuyển mạch. Một trong các bài toán quan trọng khi nghiên cứu hệ chuyển mạch là tìm các điều kiện để hệ chuyển mạch ổn định với quy luật chuyển mạch bất kỳ. Ngoài ra, trong thực tế có những hệ con không ổn định, ta cần thiết kế

những chuyển mạch để hệ chung thu được ổn định, bài toán này được gọi là bài toán ổn định hóa hệ chuyển mạch.

Luận án tập trung nghiên cứu hai bài toán của hệ chuyển mạch suy biến.

- Bài toán 1 nghiên cứu hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến dương, nghiên cứu tính ổn định của hệ, xây dựng dưới bán kính phổ của một họ các cặp ma trận, từ đó đưa ra các đặc trưng cho tính ổn định hóa được của hệ, cũng như điều kiện để hệ ổn định hóa được.
- Bài toán 2 nghiên cứu tính giải được và ổn định của hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến chỉ số 1 có nhiều Lipschitz trong hai trường hợp: quy tắc chuyển mạch ở các ma trận hệ số giống nhau dạng

$$E_{\sigma(k)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + f_{\sigma(k)}(x(k))$$

và quy tắc chuyển mạch ở các ma trận hệ số khác nhau dạng

$$E_{\sigma(k+1)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + f_{\sigma(k)}(x(k)).$$

Xét hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến (SDLS) dạng

$$E_{\sigma(k)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k), \quad (1)$$

trong đó $E_i, A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ và $\sigma : \mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow \underline{N} := \{1, 2, \dots, N\}$, $N \in \mathbb{N}$, là quy tắc chuyển mạch, xác định mode $j \in \underline{N}$ hoạt động tại thời điểm k . Giả sử các ma trận E_i suy biến với mọi $i \in \underline{N}$.

Theo hiểu biết của chúng tôi, các kết quả cho hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến dương dạng (1) còn khá ít. Do đó, như một sự tiếp tục, chúng tôi mong muốn nghiên cứu được tính dương, tính ổn định và ổn định hóa được của hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến dạng (1). Chúng tôi vẫn đặt thêm điều kiện chỉ số 1 cho hệ (1), giả thiết này liên quan đến tính nhân quả tương ứng với tín hiệu chuyển mạch, tức là: sự thay đổi tín hiệu chuyển mạch trong tương lai không làm thay đổi nghiệm tại thời điểm hiện tại (hay trong quá khứ). Chúng tôi sử dụng ánh xạ một bước và điều kiện ổn định dạng Lyapunov để nghiên cứu tính dương và sự ổn định của hệ SDLS chỉ số 1. Sau đó bằng cách mở rộng bổ đề Fekete, chúng tôi định nghĩa dưới bán kính phổ cho một họ các cặp ma trận $\{(E_i, A_i)\}_{i=1}^N$ và từ đó đưa ra các đặc trưng cho tính ổn định hóa được của hệ SDLS dương.

Ở khía cạnh khác, gần đây, P.K. Anh và các đồng nghiệp đã nghiên cứu tính giải được và ổn định của hệ SDLS dạng (1), ở đó quy tắc chuyển mạch trong ma trận E và A là giống

nhau. Trong thực tế, hệ có thể chịu các nhiễu không mong muốn. Do vậy, chúng tôi mong muốn nghiên cứu tính giải được và ổn định của hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến có nhiễu. Hơn nữa, nếu quy tắc chuyển mạch trong các ma trận E và A khác nhau thì bài toán sẽ phức tạp hơn. Điều này xảy ra khi động lực của x_{k+1} phụ thuộc vào ma trận dẫn E tại thời điểm $k+1$, chẳng hạn trong trường hợp ta rời rạc hóa hệ bằng phương pháp Euler ẩn. P.T. Linh đã đề xuất một số kết quả cho trường hợp này với hệ SDLS không có nhiễu. Theo hiểu biết của chúng tôi, chưa có kết quả nào về tính giải được của hệ SDLS có nhiễu Lipschitz $f_{\sigma(k)}(x(k))$. Do vậy, chúng tôi nghiên cứu tính giải được và ổn định của hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến có nhiễu trong hai trường hợp: trường hợp 1 với quy tắc chuyển mạch ở ma trận E và A giống nhau dạng

$$E_{\sigma(k)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + f_{\sigma(k)}(x(k)) \quad (2)$$

và trường hợp 2 với quy tắc chuyển mạch ở ma trận E và A khác nhau dạng

$$E_{\sigma(k+1)}x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + f_{\sigma(k)}(x(k)) \quad (3)$$

trong đó $\sigma : \mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow \underline{N} := \{1, 2, \dots, N\}, N \in \mathbb{N}$, là tín hiệu chuyển mạch xác định mode $j \in \underline{N}$ hoạt động tại thời điểm k . Quy tắc chuyển mạch khác nhau ở các ma trận hệ số E và A trong (3) cùng với động lực học của (3) bị ràng buộc và kết hợp giữa các hệ con suy biến gây nên một số khó khăn trong việc nghiên cứu tính giải được cũng như sự ổn định của hệ. Sự tồn tại duy nhất nghiệm của (3) sẽ được chứng minh dựa vào nguyên lý ánh xạ co. Sau đó, các đặc trưng về tính ổn định của (3) sẽ được đề xuất bằng cách sử dụng phương pháp hàm Lyapunov, đánh giá nghiệm và bất đẳng thức Gronwall dạng rời rạc.

b. Các phương pháp nghiên cứu đã sử dụng

Để nghiên cứu tính giải được, ổn định và ổn định hóa được của hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến, ngoài việc sử dụng các tính chất cơ bản của giải tích, giải tích hàm, đại số tuyến tính như nguyên lý ánh xạ co, nguyên lý so sánh, tính chất của chuẩn ma trận, tính chất dãy số, dãy hàm...chúng tôi còn sử dụng các phương pháp chiếu, phương pháp hàm Lyapunov, bán kính phổ, dưới bán kính phổ của một họ các cặp ma trận, ... Tất cả các tính toán số được thực hiện trong môi trường Matlab trên máy tính cá nhân có cấu hình Core i5, RAM 8GB.

c. Các kết quả chính của luận án

Trong luận án này, chúng tôi đã nghiên cứu và giải được hai bài toán của hệ chuyển mạch rời rạc suy biến.

- Bài toán 1 nghiên cứu hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến chỉ số 1 dương. Chúng tôi đã nghiên cứu tính ổn định của hệ này thông qua phương pháp LP (linear programming) cùng với các tính chất của hệ có chỉ số 1, thiết lập điều kiện ổn định với thời gian dừng nhỏ nhất. Sau đó, luận án đưa ra định nghĩa về dưới bán kính phổ của một họ các cặp ma trận, từ đó thiết lập điều kiện cần và đủ cho tính ổn định hóa được của hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến chỉ số 1.
- Bài toán 2 nghiên cứu tính giải được và ổn định của lớp hệ chuyển mạch rời rạc tuyến tính suy biến có nhiều với phần tuyến tính có chỉ số 1 trong hai trường hợp: quy tắc chuyển mạch ở cặp ma trận hệ số giống nhau và khác nhau. Chúng tôi đưa ra kết quả cho tính giải được của lớp hệ này bằng cách sử dụng các tính chất của phép chiếu, tính chất của hệ chỉ số 1 của hệ thuần nhất và nguyên lý ánh xạ co. Sau đó, luận án thiết lập điều kiện ổn định, ổn định đều, ổn định tiệm cận của hệ dựa vào phương pháp hàm Lyapunov. Cuối cùng, chúng tôi đề xuất điều kiện ổn định mũ của hệ bằng cách sử dụng công thức biến thiên hằng số cho nghiệm, đánh giá nghiệm và bất đẳng thức Gronwall dạng rời rạc.

12. Một số vấn đề có thể tiếp tục nghiên cứu:

- Nghiên cứu tính giải được và ổn định của hệ chuyển mạch rời rạc suy biến phi tuyến dạng $E_{\sigma(k)}x(k+1) = F_{\sigma(k)}(x(k))$.
- Ổn định hóa hệ chuyển mạch rời rạc suy biến chỉ số 1 bằng quy luật chuyển mạch thích hợp hoặc bằng điều khiển phản hồi.
- Nghiên cứu tính ổn định, ổn định hóa được của hệ chuyển mạch rời rạc suy biến không có chỉ số 1.

13. Các công trình công bố liên quan đến luận án:

- [CT1] D.D. Thuan, **N.T. Thu** (2024), *Stability and stabilizability of positive switched discrete-time linear singular systems*, Systems & Control Letters, Vol.185, article number 105725, <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2024.105725>.
- [CT2] D.D. Thuan, **N.T. Thu** (2024), *Solvability and stability of switched discrete time linear singular systems under Lipschitz perturbations*, Journal of Difference Equations and Applications, 2024, Vol. 30, No. 7, pp. 849–869, <https://doi.org/10.1080/10236198.2024.2336478>.

[CT3] **N.T.Thu** (2024), *Solvability and Stability of Switched Discrete-time Singular Systems with the Same Switching Rules in Coefficient Matrices*, VNU Journal of Science: Mathematics – Physics, Vol. 40, No. 2, 106–115.

Hà Nội, ngày tháng 5 năm 2025

T/M TẬP THỂ HƯỚNG DẪN

NGHIÊN CỨU SINH