

THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN TIẾN SĨ

1. Họ và tên nghiên cứu sinh: Nguyễn Thị Kim Sơn
2. Giới tính: Nữ
3. Ngày sinh: 06/11/1983
4. Nơi sinh: Hà Nội
5. Quyết định công nhận nghiên cứu sinh: Số 2251 /QĐ-ĐHKHTN.
6. Các thay đổi trong quá trình đào tạo (nếu có):
7. Tên đề tài luận án: “Về mô hình của một số miền có nhóm tự đẳng cấu không compact và hình thái biên của hàm squeezing”.
8. Chuyên ngành: Toán giải tích;
9. Mã số: 9460101.02.
10. Cán bộ hướng dẫn khoa học: PGS.TS. Ninh Văn Thu.
11. Tóm tắt các kết quả mới của luận án:

11.1. Mục đích và đối tượng nghiên cứu của luận án

- Mục đích đầu tiên của luận án là nghiên cứu về đặc trưng của các miền giả lồi có kiểu hữu hạn trong \mathbb{C}^n bởi dáng điệu biên của các quỹ đạo tự đẳng cấu bằng cách sử dụng kỹ thuật scaling của S. Pinchuk. Tiếp theo, luận án nghiên cứu tìm cách mở rộng lớp miền HHR và khảo sát dáng điệu biên của hàm squeezing và của các metric Kobayashi tổng quát.

- Đối tượng nghiên cứu của luận án là các miền trong \mathbb{C}^n .

11.2. Các phương pháp nghiên cứu đã sử dụng

Để giải quyết những vấn đề đặt ra trong luận án, chúng tôi sử dụng các phương pháp nghiên cứu và kỹ thuật truyền thống của Hình học phức cùng với các kỹ thuật và kết quả của Giải tích phức nhiều biến và Lý thuyết hàm hình học. Đặc biệt, chúng tôi đã áp dụng linh hoạt kỹ thuật scaling của S. Pinchuk cho từng trường hợp cụ thể. Ngoài ra, chúng tôi cũng sáng tạo ra những kỹ thuật mới và các ví dụ minh họa.

11.3. Các kết quả chính và kết luận

a.. Các kết quả chính

- Trong Chương 2, luận án đã đạt được ba kết quả chính sau:

+ Kết quả chính thứ nhất là luận án đã chứng minh được rằng chỉ có hình cầu đơn vị mới có một dãy quỹ đạo tự đẳng cấu tại điểm ξ_0 hội tụ Λ -tiếp xúc đều tới $\partial\Omega$.

+ Kết quả chính thứ hai là luận án đã khẳng định được rằng kết quả chính thứ nhất vẫn còn đúng nếu ξ_0 là điểm có kiểu D'Angelo hữu hạn và dạng Levi có đối hạng nhiều nhất là 1 tại điểm ξ_0 và dãy quỹ đạo tự đẳng cấu $\{\varphi_j(a)\}$ hội tụ $\frac{1}{2m}$ -tiếp xúc cầu tới điểm ξ_0 và $a \in \Omega$.

+ Kết quả chính thứ ba là luận án đã chứng minh được rằng trong trường hợp trường hợp dãy $\{\varphi_j(a)\}$ không hội tụ $\frac{1}{2m}$ -tiếp xúc cầu tới điểm ξ_0 với $a \in \Omega$ thì Ω là miền song chỉnh hình với một mô hình được xác định bởi một đa thức thuần nhất bậc lớn hơn hoặc bằng 2.

- Trong Chương 3, luận án đã đạt được ba kết quả chính sau:

+ Kết quả chính thứ nhất là luận án đã chứng minh được rằng nếu D_p là miền \widetilde{WB} thì D_p là miền chính quy, thuần nhất, chỉnh hình.

+ Kết quả chính thứ hai là luận án đã đưa ra được ước lượng dưới đều cho hàm squeezing ở gần điểm cực (P, r) .

+ Kết quả chính thứ ba là luận án đã khẳng định được rằng kết quả của J.Yu năm 1995 về giới hạn biên có trọng của metric Kobayashi tổng quát vẫn đúng với các giới hạn Λ -không tiếp xúc.

b. Kết luận

- Chúng tôi đã sử dụng linh hoạt kỹ thuật scaling của S. Pinchuk để nghiên cứu tính đặc trưng mới của các miền giả lồi yếu có kiểu hữu hạn trong \mathbb{C}^n bởi dáng điệu biên của các quỹ đạo tự đẳng cấu, trong đó kết quả chính là các Định lý 2.1.1, Định lý 2.2.1, Mệnh đề 2.3.1.

- Chúng tôi đã đưa ra và chứng minh một định lý về một lớp mới các miền chính quy, thuần nhất, chỉnh hình (miền HHR), trong đó kết quả chính là Định lý 3.1.2.

- Chúng tôi đã đưa ra và chứng minh một định lý về ước lượng dưới đều cho hàm squeezing ở gần điểm cực (P, r) , trong đó kết quả chính là Định lý 3.1.3.

- Chúng tôi đã sử dụng kỹ thuật scaling để chứng minh sự tồn tại giới hạn Λ -không tiếp xúc của các metric Kobayashi tổng quát tại điểm biên h -thác triển được, trong đó kết quả chính là Định lý 3.2.3.

12. Các hướng nghiên cứu tiếp theo:

- Mô tả dáng điệu biên của hàm squeezing khi dãy $\{a_j\}$ $f^{-1}(D(r))$ W không hội tụ L -không tiếp xúc tới $p = 0$.

- Ước lượng các metric bất biến cho các miền có kiểu vô hạn tổng quát.

- Nghiên cứu tính đặc trưng của các miền giả lồi trong \mathbb{C}^n khi quỹ đạo tự đẳng cấu $j_j(a)$ không hội tụ L -không tiếp xúc tới điểm biên.

13. Các công trình công bố liên quan đến luận án:

[1] Ninh Van Thu, Nguyen Thi Kim Son and Chu Van Tiep, *Boundary behavior of the squeezing function near a global extreme point*, Complex Variables and Elliptic Equations, 2023, Volume 68, Issue 3, pp. 351-360.

[2] Ninh Van Thu, Do Khanh Huyen and Nguyen Thi Kim Son, *Boundary behavior of general Kobayashi metrics in h-extendible domains*, VNU Journal of Science: Mathematics - Physics, 2024, Vol. 40, No. 3.

[3] Ninh Van Thu, Nguyen Thi Kim Son and Nguyen Quang Dieu, *Pinchuk scaling method on domains with non-compact automorphism groups*, International Journal of Mathematics, 2025, Vol. 36, No. 01, 2450063.

Hà Nội, ngày tháng.....năm 2025

TM. Tập thể hướng dẫn

Nghiên cứu sinh

Ninh Văn Thu

Nguyễn Thị Kim Sơn

INFORMATION ON DOCTORAL THESIS

1. Full name: Nguyen Thi Kim Son
2. Sex: Female
3. Date of birth: 06/11/1983
4. Place of birth: Ha Nội
5. Admission decision number: No. 2251/QĐ-ĐHKHTN dated July 19, 2019 by the University of Science, Vietnam National University, Hanoi.
6. Changes in academic process:
7. Official thesis title: “On models of domains with non-compact automorphism groups and the boundary behavior of the squeezing function”.
8. Major: Mathematical Analysis
9. Code: 9460101.02
10. Supervisors: Assoc. Prof. Dr. Ninh Van Thu.
11. Summary of the new findings of the thesis

11.1. Thesis purpose and objectives

- The primary objective of the thesis is to study the characterization of weakly pseudoconvex domains of finite type in \mathbb{C}^n via the boundary behavior of automorphism orbits, utilizing the scaling technique developed by S. Pinchuk. Furthermore, the thesis aims to explore the extension of the class of HHR domains and to investigate the boundary behavior of the squeezing function as well as generalized Kobayashi metrics.
- The objects of study in this thesis are domains in \mathbb{C}^n .

11.2. Research methods

To solve the problems posed in this thesis, we employed a combination of classical methods complex geometry, together with advanced techniques and results from complex analysis in several variables and geometric function theory. In particular, S. Pinchuk's scaling method was flexibly adapted and applied to suit each specific context. Additionally, new techniques were developed, and illustrative examples were constructed to support and clarify the theoretical findings.

11.3. Major results and conclusions

a) The major results

- In Chapter 2, the thesis has achieved the following three main results:
 - ✓ The first main result establishes that only the unit ball admits automorphism orbits accumulating at ξ_0 uniformly Λ -tangentially to $\partial\Omega$.
 - ✓ The second main result confirms that the above statement remains valid when ξ_0 is of D’Angelo finite type, the Levi form has corank at most 1 at ξ_0 , and the sequence of automorphism orbits $\{\varphi_j(a)\}$, with $a \in \Omega$, converges spherically $\frac{1}{2m}$ -tangentially to ξ_0 .
 - ✓ The third main result demonstrates that if the sequence $\{\varphi_j(a)\}$, for some $a \in \Omega$, does not converge spherically $\frac{1}{2m}$ -tangentially to ξ_0 , then Ω is biholomorphically equivalent to a model that may be defined by a homogeneous polynomial of degree larger than 2.
- In Chapter 3, the thesis has achieved the following three main results:
 - ✓ The first main result proves that if D_P is a \widetilde{WB} domain, then D_P is holomorphically homogeneous regular (HHR).
 - ✓ The second main result provides a uniform lower bound for the squeezing function near a (P, r) -extreme point.
 - ✓ The third main result confirms that the Yu’s result in 1995 on the weighted boundary limits of general Kobayashi metrics remains valid for Λ -nontangential limits.

b. Conclusions

- We introduce a new characterization of weakly pseudo-convex domains of finite type through the boundary behavior of automorphism orbits by using the scaling method. This is illustrated by concrete examples, with the main results presented in Theorems 2.1.1, 2.2.1, and Proposition 2.3.1.
- We propose and prove a theorem establishing a new class of holomorphically homogeneous regular domains, with the principal result stated in Theorem 3.1.2.
- We propose and prove a theorem providing a lower bound estimate for the squeezing function near a global extreme point, with the main contribution detailed in Theorem 3.1.3.
- By employing the scaling technique, we prove the existence of L -nontangential limits of the general Kobayashi metrics at the h -extendible boundary point, as established in Theorem 3.2.3.

12. Futher research directions

- Investigating the boundary behavior of the squeezing function in the case where the sequence $\{a_j\} \subset f^{-1}(D(r)) \cap W$ does not converge L -tangentially to the boundary point .
- Estimating invariant metrics for domains of general infinite type.
- Characterizing weakly pseudoconvex domains in \mathbb{C}^n when the orbits $j_j(a)$ under automorphisms do not converge L -tangentially to boundary points.

13. Thesis-related publications

[1] Ninh Van Thu, Nguyen Thi Kim Son and Chu Van Tiep, *Boundary behavior of the squeezing function near a global extreme point*, Complex Variables and Elliptic Equations, 2023, Volume 68, Issue 3, pp. 351-360.

[2] Ninh Van Thu, Do Khanh Huyen and Nguyen Thi Kim Son, *Boundary behavior of general Kobayashi metrics in h -extendible domains*, VNU Journal of Science: Mathematics - Physics, 2024, Vol. 40, No. 3.

[3] Ninh Van Thu, Nguyen Thi Kim Son and Nguyen Quang Dieu, *Pinchuk scaling method on domains with non-compact automorphism groups*, International Journal of Mathematics, 2025, Vol. 36, No. 01, 2450063.

Date: Hanoi,,, 2025

On behalf of academic supervisors

PhD. Student

Ninh Văn Thu

Nguyễn Thị Kim Sơn