

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Đinh Quang Sáng

MÔ HÌNH CHUẨN MỞ RỘNG VỚI CÁC HẠT VECTORLIKE
VÀ NHÓM $U(1)_X$

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

Hà Nội - 2025

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Đinh Quang Sáng

**MÔ HÌNH CHUẨN MỞ RỘNG VỚI CÁC HẠT VECTORLIKE
VÀ NHÓM $U(1)_X$**

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán

Mã số: 9440130.01

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

1. PGS. TS. Trần Minh Hiếu
2. PGS. TS. Phạm Thúc Tuyên

Hà Nội - 2025

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi. Những kết quả nêu trong luận án là trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác. Các bài báo đều được các đồng tác giả cho phép sử dụng.

Hà Nội, tháng 08 năm 2025

Tác giả luận án

Đinh Quang Sáng

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới PGS. TS. Trần Minh Hiếu và PGS. TS. Phạm Thúc Tuyên, các thầy đã rất nhiệt tình hướng dẫn tôi trong thời gian nghiên cứu và hoàn thành luận án này.

Tôi cũng xin cảm ơn các thầy, cô giáo Khoa Vật lý và Bộ môn Vật lý lý thuyết Trường Đại học Khoa học tự nhiên - ĐHQG Hà Nội, đặc biệt là GS. TS. Nguyễn Quang Báu và GS. TSKH. Nguyễn Xuân Hãn. Các thầy cô đã chỉ dạy những kiến thức bổ ích và giúp đỡ tôi rất nhiều trong suốt quá trình học tập ở trường.

Trong quá trình thực hiện luận án, tôi đã được tài trợ bởi Chương trình học bổng thạc sĩ - tiến sĩ trong nước của Quỹ Đổi mới sáng tạo Vingroup (VINIF) mã số VINIF.2021.TS.037 và bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 103.01-2023.75. Ngoài ra, tôi cũng nhận được sự giúp đỡ, ủng hộ của nhiều người trong đó có gia đình, bạn bè. Tôi xin cảm ơn tất cả.

Hà Nội, tháng 08 năm 2025

Tác giả luận án

Đình Quang Sáng

Mục lục

Danh mục các chữ viết tắt	3
Danh mục các bảng	4
Danh mục các hình vẽ và đồ thị	8
Mở đầu	9
Chương 1 Mô hình Bélanger-Delaunay-Westhoff	18
1.1 Sơ lược về Mô hình chuẩn	18
1.2 Mô hình Bélanger-Delaunay-Westhoff	22
1.2.1 Lagrangian của mô hình	22
1.2.2 Khối lượng của các hạt mới	24
1.2.3 Tương tác trường chuẩn	29
1.2.4 Tương tác của các trường vô hướng mới	36
1.2.5 Một số nhận xét về mô hình	41
1.3 Kết luận chương 1	43
Chương 2 Muon $g - 2$ và phân rã semileptonic của B meson với số hạng trộn động năng	44
2.1 Số hạng trộn động năng	44
2.2 Muon $g - 2$	51
2.3 Các hệ số Wilson	52
2.4 Phân tích số liệu và đồ thị	56
2.5 Kết luận chương 2	79
Chương 3 Phân rã $B \rightarrow X_s \gamma$ và tính unitary của ma trận CKM	81
3.1 Đóng góp của vật lý mới đối với hệ số Wilson C_7	81
3.2 Phân tích số liệu và đồ thị	84

3.3 Kết luận chương 3	101
Kết luận	102
Danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan tới luận án	104
Tài liệu tham khảo	105
Phụ lục	119
A Một số công thức	119
B Một số quy tắc Feynman	123
C Lý thuyết trường hiệu dụng	128
D Tính đối xứng của mô hình BDW	132
E Chương trình Mathematica	135

Danh mục các chữ viết tắt

Chữ viết tắt	Ý nghĩa
BDW	Bélanger-Delaunay-Westhoff
BR	Tỷ số phân nhánh (branching ratio)
CERN	Tổ chức nghiên cứu hạt nhân châu Âu (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire)
CKM	Cabibbo–Kobayashi–Maskawa
EFT	Lý thuyết trường hiệu dụng (effective field theory)
FCNC	Dòng trung hòa biến đổi hương vị (flavor-changing neutral current)
h.c.	Liên hợp Hermite (Hermitian conjugate)
HFLAV	Heavy Flavor Averaging Group
LEP	Máy va chạm electron-positron lớn (large electron-positron collider)
LHC	Máy va chạm hadron lớn (large hadron collider)
SM	Mô hình chuẩn (standard model)
NP	Vật lý mới (new physics)
VEV	Giá trị trung bình chân không (vacuum expectation value)
WET	Lý thuyết hiệu dụng yếu (weak effective theory)

Danh mục các bảng

Bảng 1.1	Đặc tính lượng tử của các hạt trong mô hình chuẩn	19
Bảng 1.2	Đặc tính lượng tử của các hạt mới trong mô hình BDW. . .	23
Bảng 2.1	Một số giá trị của các đại lượng quan sát được cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV $g_X = 3$, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và bốn giá trị thí điểm của hệ số trộn động năng k	78

Danh mục các hình vẽ và đồ thị

Hình 2.1	Các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với muon $g - 2$. . .	51
Hình 2.2	Các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với các hệ số Wilson $C_9^{(\prime)}$ và $C_{10}^{(\prime)}$	53
Hình 2.3	Đóng góp của vật lý mới đối với moment từ dị thường của muon như một hàm của m_{χ_r} trong trường hợp $\tau = 1.78$, $\delta = 1$, $y_\mu = 3$ và $k = 0$	61
Hình 2.4	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	62
Hình 2.5	Vùng tham số khả dĩ bên trái trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	62
Hình 2.6	Vùng tham số khả dĩ bên phải trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	62
Hình 2.7	Vùng tham số khả dĩ bên trái trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$	63
Hình 2.8	Vùng tham số khả dĩ bên phải trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$	63
Hình 2.9	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (τ, δ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$ và $k = 0$	64

Hình 2.10	Vùng được phép của cặp tham số (τ, δ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$ và $k = 0$	65
Hình 2.11	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng (τ, δ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$	66
Hình 2.12	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (g_X, y_μ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	67
Hình 2.13	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng (g_X, y_μ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	68
Hình 2.14	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(g_X, y_\mu g_X)$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$	69
Hình 2.15	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ cho trường hợp $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	70
Hình 2.16	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ cho trường hợp $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	71
Hình 2.17	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0.002$	72
Hình 2.18	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(g_X, \frac{m_{Z'}}{g_X})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$	73
Hình 2.19	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	74

Hình 2.20	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$	74
Hình 2.21	Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0.002$	75
Hình 2.22	Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(y_\mu, \frac{m_{Z'}}{ y_\mu })$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$	76
Hình 2.23	Các ràng buộc thực nghiệm đối với hệ số trộn động năng cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV $g_X = 3$, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$	77
Hình 3.1	Đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$	82
Hình 3.2	Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của g_X khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $m_Q = 2500$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$	88
Hình 3.3	Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của m_Q khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$	90
Hình 3.4	Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của $m_{Z'}$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$	90
Hình 3.5	Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của w_2 khi $m_Q = 2500$ GeV, $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$	91
Hình 3.6	Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của w_3 khi $m_Q = 2500$ GeV, $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$	92
Hình 3.7	Ràng buộc đối với các phân rã semileptonic (biểu thức (3.18)-(3.21)) ở mức 2σ trên mặt phẳng $(m_{Z'}, m_Q)$ khi $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$	92
Hình 3.8	Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, m_Q)$ khi $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$	93
Hình 3.9	Các ràng buộc trên mặt phẳng (m_Q, g_X) khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$	95
Hình 3.10	Các ràng buộc trên mặt phẳng (m_Q, w_2) khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$	96

Hình 3.11	Các ràng buộc trên mặt phẳng (m_Q, w_3) khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4, w_2 = 2.45$	97
Hình 3.12	Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, g_X)$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $w_2 = 2.45, w_3 = 0.25$	98
Hình 3.13	Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, w_2)$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4, w_3 = 0.25$	99
Hình 3.14	Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, w_3)$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4, w_2 = 2.45$	100
Hình C.1	Một đỉnh tương tác hiệu dụng bốn fermion thu được bằng cách tích phân mất đi boson W^- trong mô hình chuẩn ở mức năng lượng thấp.	129

Mở đầu

Tổng quan tình hình nghiên cứu

Từ thực nghiệm vật lý, hiện nay chúng ta có thể cho rằng các hạt vi mô liên kết với nhau thông qua bốn loại lực cơ bản: tương tác mạnh, tương tác yếu, tương tác điện từ và tương tác hấp dẫn. Đa phần các hiện tượng vật lý xuất hiện trong tự nhiên, dù phức tạp đến bao nhiêu, cũng có thể giải thích được trên cơ sở của bốn loại tương tác đó. Trong suốt một thời gian dài, các nhà vật lý đã không ngừng nỗ lực tìm kiếm một lý thuyết duy nhất có khả năng mô tả cả bốn loại tương tác nhằm cung cấp cái nhìn toàn diện, sâu sắc hơn về bản chất các hiện tượng, các mối quan hệ động lực giữa chúng, đồng thời cũng từ đó đưa ra hàng loạt các tiên đoán mới.

Một trong những thành tựu quan trọng nhất đó là mô hình chuẩn (Standard Model - SM), một mô hình được xây dựng dựa trên lý thuyết trường chuẩn, với nhóm chuẩn được chọn là nhóm $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Đây là một mô hình thành công trong việc mô tả các hạt cơ bản trong thế giới vi mô, giải thích được cơ chế mà các hạt vật chất tương tác với nhau thông qua ba loại tương tác: điện từ, yếu và mạnh. Ngoài ra, nó còn khắc phục được điểm yếu của lý thuyết trường chuẩn ban đầu bằng việc đưa ra cơ chế sinh ra khối lượng cho các hạt cơ bản. Như chúng ta đã biết, lý thuyết trường chuẩn cho tương tác yếu vốn có một khiếm khuyết nghiêm trọng, đó là tính bất biến chuẩn kéo theo các trường chuẩn truyền tương tác yếu phải có khối lượng bằng không. Trong khi đó, trên thực tế, các hạt truyền tương tác yếu W^\pm, Z^0 đều có khối lượng đáng kể, gấp gần một trăm lần khối lượng proton. Để giải quyết khó khăn này, mô hình chuẩn đưa thêm vào một lưỡng tuyến trường vô hướng, còn gọi là trường Higgs. Lagrangian của trường Higgs không có số hạng khối lượng thích hợp (bình phương

khối lượng âm), dẫn đến chân không bị suy biến. Chính nhờ sự suy biến này và thông qua cơ chế phá vỡ đối xứng tự phát, sẽ sinh ra các hạt Nambu-Goldstone không khối lượng. Trong chuẩn Unitary, các hạt Nambu-Goldstone này sẽ biến mất, đồng thời xuất hiện thêm một hạt boson vô hướng có khối lượng gọi là hạt Higgs. Ngoài ra, thông qua sự phá vỡ đối xứng tự phát, các hạt vật chất và ba hạt boson truyền tương tác yếu sẽ thu được khối lượng, trong khi photon và gluon vẫn có khối lượng bằng không. Cơ chế sinh khối lượng cho trường chuẩn và các hạt vật chất như trên được gọi là cơ chế Higgs.

Về mặt thực tiễn, mô hình chuẩn hiện đang được sử dụng rộng rãi trong lĩnh vực nghiên cứu hạt cơ bản, đưa ra nhiều tiên đoán chính xác về các hiện tượng trong thế giới vi mô. Một số mốc thời gian quan trọng chẳng hạn như năm 1973, các thí nghiệm ở CERN đã phát hiện sự tồn tại của dòng yếu trung hòa (neutral weak current) sinh ra bởi sự trao đổi hạt Z boson [91, 92]. Đặc biệt, vào năm 2012, một tiên đoán lý thuyết quan trọng của mô hình chuẩn về sự tồn tại của hạt Higgs boson đã được chứng thực bằng thực nghiệm ở LHC [48], góp phần làm tăng tính đúng đắn và độ thuyết phục của mô hình.

Tuy vậy, bên cạnh những thành công đó, mô hình chuẩn cũng có những hạn chế. Về mặt lý thuyết, tồn tại nhiều vấn đề mà mô hình chuẩn không thể giải thích được như vấn đề về đối xứng CP trong tương tác mạnh (strong CP problem), vấn đề về phân bậc gauge (gauge hierarchy), sự tồn tại của vật chất tối và năng lượng tối trong vũ trụ, khối lượng neutrino... Về mặt thực nghiệm, một số kết quả đo đạc hiện tại có độ lệch tương đối cao so với các tính toán lý thuyết từ mô hình chuẩn. Những sai lệch này đã trở thành các công cụ quan trọng để kiểm tra độ chính xác của mô hình. Một trong số đó là moment từ dị thường của muon, với giá trị được xác định bằng thực nghiệm là [38]

$$a_{\mu}^{\text{exp}} = (11659205.9 \pm 2.2) \times 10^{-10}. \quad (0.1)$$

Đây là giá trị trung bình có xét đến kết quả mới nhất năm 2023 từ thí nghiệm E989 ở Fermilab. Tuy nhiên, giá trị tiên đoán của mô hình chuẩn cho muon $g-2$ là [53]

$$a_{\mu}^{\text{SM}} = (11659181.0 \pm 4.3) \times 10^{-10}, \quad (0.2)$$

tương ứng với độ lệch chuẩn 5σ so với giá trị trung bình thực nghiệm nói trên¹. Điều này gợi ý về sự tồn tại của một vùng vật lý mới² kết cặp với vùng lepton của mô hình chuẩn, ví dụ như mô hình trong tài liệu [128].

Ngoài ra, để đánh giá độ chính xác của mô hình chuẩn, các phân rã hiếm của B meson, đặc biệt là các phân rã liên quan tới chuyển tiếp quark $b \rightarrow sl^+l^-$ cũng được sử dụng. Cụ thể, trong một thời gian dài, người ta đã quan sát được có sự sai lệch giữa tiên đoán lý thuyết theo mô hình chuẩn và kết quả đo đạc thực nghiệm của các tỷ số phân nhánh tương đối [19, 21, 29, 30, 32]

$$R_K = \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)}, \quad (0.3)$$

$$R_{K^*} = \frac{\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-)} \quad (0.4)$$

trong vùng $1.1 \text{ GeV} < q^2 < 6.0 \text{ GeV}$. Để giải thích hiện tượng này, ta cần vật lý mới. Gần đây, các thí nghiệm mới nhất tại LHCb Collaboration [23, 24] vừa công bố các kết quả khá tương đồng với tính toán lý thuyết về tính phổ quát của lepton (lepton universality), thể hiện qua hai đại lượng R_K và R_{K^*} . Mặc dù vậy, các kết quả đo đạc thực nghiệm về tỷ số phân nhánh của các quá trình $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$, $B^0 \rightarrow K^0 \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ vẫn còn có độ lệch khá lớn so với lý thuyết, lần lượt là 4.2σ , 3.1σ và 2.7σ [109]. Điều này một lần nữa ủng hộ sự tồn tại của vật lý mới và cho thấy chúng liên kết khá mạnh với muon, electron [41, 133], và độ lệch của $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)$ có lẽ còn lớn hơn giá trị nêu trên [47].

Bên cạnh đó, các kết quả mới cập nhật gần đây về các yếu tố của ma trận Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) cũng cho thấy sự vi phạm tính unitary ở dòng thứ nhất của ma trận này, với độ lệch là 2.2σ [134]:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9985 \pm 0.0007. \quad (0.5)$$

Sai lệch này cũng góp phần chứng tỏ sự ảnh hưởng của vật lý mới là không thể

¹Kết quả tiên đoán của SM dựa trên lattice QCD gần đây được nêu trong [42].

²Thuật ngữ "vật lý mới" dùng để nói về các hạt hoặc các tương tác nằm ngoài mô hình chuẩn.

bỏ qua [63].

Tuy vậy, mọi việc đều có hai mặt. Ở một phương diện, vật lý mới là cần thiết nhằm giải thích các sai lệch mà ta quan sát thấy đối với mô hình chuẩn. Nhưng ở một phương diện khác, ảnh hưởng của vật lý mới cũng không thể quá lớn để tránh làm sai lệch các tính toán lý thuyết vốn đã khá trùng khớp với thực nghiệm. Để làm điều đó, người ta áp dụng một loạt các điều kiện ràng buộc đối với vật lý mới. Một trong số đó là ràng buộc ứng với chuyển tiếp quark (quark transition) $b \rightarrow s\gamma$. Là một quá trình liên quan tới dòng trung hòa biến đổi hương vị (flavor changing neutral current - FCNC), chuyển tiếp này không tồn tại ở mức cây và chỉ xuất hiện do các bổ chính lượng tử ở mức vòng trong mô hình chuẩn. Điều đáng nói là, tốc độ phân rã của quá trình này có bậc tỷ lệ với $G_F^2\alpha$, lớn hơn so với hầu hết các quá trình FCNC khác [73, 74]. Ở mức hadron, chuyển tiếp này ứng với phân rã $B \rightarrow X_s\gamma$, với tỷ số phân nhánh cho $E_\gamma > 1.6$ GeV theo tiên đoán của mô hình chuẩn là [82, 104–106]

$$\text{BR}(B \rightarrow X_s\gamma)_{\text{SM}} = (3.40 \pm 0.17) \times 10^{-4}. \quad (0.6)$$

Giá trị của đại lượng này đã được đo đạc bởi nhiều thí nghiệm trên thế giới, bao gồm CLEO [78], BaBar [98] và Belle [116]. Giá trị trung bình của tỷ số phân nhánh này theo nhóm nghiên cứu HFLAV (Heavy Flavor Averaging Group) [51] là

$$\text{BR}(B \rightarrow X_s\gamma)_{\text{exp}} = (3.49 \pm 0.19) \times 10^{-4}, \quad (0.7)$$

cho cùng vùng năng lượng của photon bức xạ. Ta thấy kết quả lý thuyết và thực nghiệm khá phù hợp lẫn nhau. Do đó, các đóng góp của vật lý mới đối với phân rã $b \rightarrow s\gamma$ phải không được quá lớn. Trong tương lai gần, khi sai số tương đối được giảm xuống tới cỡ vài phần trăm với độ rọi 50 ab^{-1} ở thí nghiệm Belle II [36, 75], người ta hy vọng rằng các kết quả đo đạc khi đó sẽ cung cấp ràng buộc mạnh mẽ hơn đối với đóng góp của vật lý mới cho phân rã này. (Ở đây, ta giả thiết rằng giá trị trung tâm của tốc độ phân rã không thay đổi.)

Có rất nhiều mô hình vật lý mới đã và đang được phát triển, chẳng hạn mô hình hai lưỡng tuyến Higgs (Two Higgs Doublet Model - 2HDM), mô hình ba

lượng tuyến Higgs (Three Higgs Doublet Model - 3HDM), mô hình chuẩn siêu đối xứng tối thiểu (Minimal Supersymmetric Standard Model - MSSM)... như được trình bày trong các tài liệu [40, 54, 56, 58]. Mỗi mô hình như vậy thường có thể xử lý được một vài dị thường nào đó chứ chưa có mô hình nào có khả năng giải quyết được tất cả các vấn đề của vật lý hạt cơ bản. Ví dụ như MSSM có thể giải quyết được vấn đề phân bậc gauge cũng như đưa ra được ứng cử viên cho vật chất tối nhưng lại không đề cập đến khối lượng neutrino. Trong bối cảnh như vậy, các mô hình với vectorlike quark tương đối đáng chú ý vì chúng có thể lý giải một cách tự nhiên sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM do có sự trộn lẫn giữa quark trong SM và vectorlike quark trong mô hình [62, 71, 72]. Trong luận án của mình, chúng tôi đặc biệt quan tâm đến các mô hình mở rộng có sự tham gia của các hạt vectorlike fermion và thêm vào một nhóm đối xứng chuẩn Abelian, cụ thể là mô hình được đề xuất bởi Genevieve Bélanger, Cedric Delaunay và Susanne Westhoff (BDW) [59, 60].

Khác với các fermion cơ sở của mô hình chuẩn, vectorlike fermion là các hạt fermion có thành phần tay trái và tay phải biến đổi hoàn toàn giống nhau dưới tác động của nhóm chuẩn trong mô hình [39]. Bởi vì tính chất như vậy, vectorlike fermion không tương tác với các hạt boson W và Z theo kiểu dòng $V - A$ giống như các fermion thuận tay (chiral fermion) trong mô hình chuẩn mà sẽ tương tác theo kiểu dòng thuần vector. Các vectorlike fermion này có thể đóng vai trò nhất định trong việc xây dựng lý thuyết thống nhất tương tác [86, 88]. Chúng cũng góp phần giúp ổn định chân không trường điện yếu [77], hay góp phần giải thích sự sai lệch giữa kết quả thực nghiệm và tiên đoán của mô hình chuẩn [80].

Ngoài nhóm đối xứng $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ của mô hình chuẩn, mô hình đang xét còn bao gồm một nhóm đối xứng Abelian $U(1)_X$. Nhóm mới này được giả thiết chỉ tác động lên các hạt mới được thêm vào. Loại đối xứng này cũng đã được khảo sát trong nhiều trường hợp, dẫn đến một số hiện tượng thú vị [61, 107]. Thời gian gần đây, Belle-II Collaboration cũng đã công bố nhiều kết quả trong nỗ lực tìm kiếm hạt boson Z' của nhóm đối xứng Abelian mới này [35].

Lý do chọn đề tài nghiên cứu

Mô hình BDW có ưu điểm là đã mở rộng một cách hợp lý mô hình chuẩn, giải thích được sự sai lệch của một số kết quả thực nghiệm so với tiên đoán của mô hình chuẩn (chẳng hạn như $\mu\text{on } g - 2$, các phân rã semileptonic của B meson...), đồng thời còn đưa ra được một ứng cử viên để mô tả vật chất tối. Tuy nhiên, khi xây dựng mô hình BDW ban đầu, các tác giả đã đưa ra một số giả thiết gần đúng nhằm lược bỏ một vài số hạng tương tác. Ví dụ như, trong những mô hình chứa hai đối xứng Abelian [94], thường sẽ có thêm một số hạng trộn động năng (kinetic-mixing term) thể hiện sự chuyển hóa lẫn nhau giữa hai trường chuẩn tương ứng [129]:

$$\mathcal{L}_{\text{NP}} \supset -\frac{k}{2} B_{\mu\nu} X^{\mu\nu}, \quad (0.8)$$

trong đó k là một tham số mới. Số hạng này là bất biến chuẩn, đồng thời cũng không vi phạm các đối xứng khác của mô hình, do đó nó có thể tồn tại trong Lagrangian. Chú ý rằng, trong một lý thuyết đầy đủ hơn ở năng lượng cao, kể cả khi số hạng này được giả thiết bằng không ở một mức năng lượng cao nào đó (chẳng hạn như mức năng lượng GUT), hiệu ứng trộn động năng vẫn sẽ được sinh ra ở các mức năng lượng thấp thông qua các bẻ chính lượng tử [85, 100]. Ta có thể khử số hạng trộn động năng này đi bằng cách thực hiện một phép quay thích hợp trong không gian các trường chuẩn Abelian của mô hình. Động tác này sẽ dẫn đến sự thay đổi về tích và hằng số tương tác của nhóm $U(1)_X$, từ đó ảnh hưởng đến tất cả các quá trình vật lý có liên quan đến các đại lượng này. Các ảnh hưởng này đã được khảo sát cụ thể trong nhiều tài liệu, ví dụ như [57, 108]. Trong trường hợp giá trị của k là đáng kể, vai trò của số hạng trộn động năng tỏ ra khá quan trọng.

Mô hình BDW giả thiết tương tác giữa hai trường chuẩn Abelian là bé và cho $k = 0$. Việc làm này giúp mô hình trở nên bớt cồng kềnh hơn, có điều nó cũng làm cho tính toàn diện của mô hình bị giảm xuống. Điều này làm nảy sinh nhu cầu khảo sát mô hình mở rộng nói trên một cách kỹ càng hơn. Một mặt, ta cần xem xét thêm nhiều quá trình vật lý khác như chuyển tiếp quark $b \rightarrow s\gamma$, tính unitary của ma trận CKM..., từ đó đưa ra các điều kiện ràng buộc cho mô

hình, tiến tới thu hẹp vùng không gian tham số khả dĩ nhằm đạt đến một mô hình có độ chính xác cao hơn. Mặt khác, ta cũng cần tính đến các số hạng tương tác đã bị bỏ qua trong mô hình BDW để bảo đảm tính tổng quát của mô hình. Đây chính là lý do chúng tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu "**Mô hình chuẩn mở rộng với các hạt vectorlike và nhóm $U(1)_X$** ".

Mục đích, đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Như đã nói ở trên, mô hình chuẩn còn tồn tại nhiều hạn chế, dẫn đến một số kết quả tính toán bị sai lệch so với kết quả đo đạc từ thực nghiệm. Cụ thể, luận án tập trung chú ý tới các các vấn đề sau: moment từ dị thường của muon a_μ (bài toán $g_\mu - 2$), các quá trình phân rã B-meson thành Kaon và cặp lepton μ, e : $B \rightarrow Kl^+l^-$ và $B \rightarrow K^*l^+l^-$, quá trình chuyển tiếp quark $b \rightarrow s\gamma$, cùng với tính unitary của ma trận CKM.

Nội dung nghiên cứu của luận án sẽ tập trung vào việc phát triển mô hình mở rộng của mô hình chuẩn với sự tham gia của các hạt vectorlike fermion và nhóm chuẩn Abelian $U(1)_X$, có xét đến các quá trình tương tác ở độ chính xác cao, nhằm giải thích sự sai lệch giữa giá trị lý thuyết và thực nghiệm của một số đại lượng vật lý liên quan đến các quá trình phân rã hiếm của B meson, moment từ dị thường của muon Δa_μ , cũng như tính unitary của ma trận CKM. Các bước nghiên cứu cụ thể như sau:

- Vận dụng các kiến thức về lý thuyết trường, lý thuyết hạt cơ bản, lý thuyết nhóm để xem xét, đánh giá các đóng góp mới từ các giản đồ Feynman mới xuất hiện trong mô hình mở rộng. Tính toán sự đóng góp của các bổ chính này vào các quá trình chúng ta đang quan tâm, đưa ra biểu thức giải tích của các đại lượng đặc trưng của các quá trình này như tiết diện tán xạ, tỉ số phân rã ...
- Khớp các biểu thức đã tính toán ở bước trên với các giá trị thực nghiệm của chúng, từ đó ta có được các điều kiện ràng buộc để giới hạn miền giá trị khả dĩ của các tham số tự do trong mô hình. Trong quá trình này, có

thể sử dụng các phần mềm tính toán như Mathematica để hỗ trợ xử lý số liệu và vẽ đồ thị.

Phương pháp nghiên cứu

Quá trình nghiên cứu bao gồm các phương pháp sau:

- Các phương pháp của lý thuyết trường lượng tử như kỹ thuật giản đồ Feynman, các phương pháp khử phân kỳ, tái chuẩn hóa ...
- Các phương pháp của lý thuyết nhóm để nghiên cứu tính đối xứng của mô hình.
- Việc xử lý số và vẽ đồ thị được thực hiện trên máy tính bằng các phần mềm tính toán như Mathematica, kết hợp với các gói mở rộng hỗ trợ xử lý giản đồ Feynman như FeynCalc, Package-X.

Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Luận án đã tổng quát hóa mô hình BDW trong trường hợp có hệ số trộn động năng $k \neq 0$, đồng thời cũng đã khảo sát một số quá trình phân rã hiếm của B meson, moment từ dị thường của muon, cũng như tính unitary của ma trận CKM và thu được hàng loạt điều kiện ràng buộc cho các tham số của mô hình. Các kết quả này giúp ta có cái nhìn toàn diện hơn về mô hình. Ngoài ra, việc thu hẹp không gian tham số tự do cũng góp phần giúp mô hình trở nên càng chính xác, có thể đưa ra nhiều tiên đoán phù hợp với thực nghiệm hơn. Các kết quả nghiên cứu này là mới và có ý nghĩa khoa học quan trọng.

Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo và các phụ lục, nội dung chính của luận án được trình bày trong 3 chương như sau:

- Chương 1: Trình bày tổng quan về mô hình BDW và các kiến thức cơ sở để nghiên cứu đề tài. Đầu tiên là giới thiệu sơ lược về mô hình chuẩn cùng với Lagrangian của mô hình. Sau đó, mô hình BDW sẽ được trình bày và

tính toán chi tiết, thu được khối lượng của các hạt mới cùng với các số hạng tương tác quan trọng trong mô hình.

- Chương 2: Sử dụng mô hình BDW để khảo sát moment từ dị thường của μ cùng hai phân rã hiếm $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$ và $B^0 \rightarrow K^{*0}\ell^+\ell^-$, có xét đến số hạng trộn động năng. Sau khi trình bày các kiến thức nền tảng về số hạng trộn động năng, các quá trình trên sẽ được khảo sát chi tiết. Kết hợp với các ràng buộc từ thực nghiệm, vùng khả dĩ của các tham số tự do trong mô hình đã được xác định ra, có đối chiếu cả hai trường hợp có và không có số hạng trộn động năng.
- Chương 3: Khảo sát các ràng buộc thực nghiệm đối với phân rã hiếm $B \rightarrow X_s\gamma$ trong khuôn khổ mô hình BDW, có xem xét đến các dữ liệu mới nhất về bài toán muon $g-2$, tính unitary của ma trận CKM, các quá trình liên quan đến chuyển tiếp quark $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$, các khối lượng quark. Từ đó, một lần nữa thu được không gian tham số được phép của mô hình với độ chính xác cao hơn.

Các kết quả của luận án đã được đăng trên các tạp chí sau:

- Một bài báo đã đăng trên tạp chí Physical Review D.
- Một bài báo đã đăng trên tạp chí Nuclear Physics B.
- Một bài báo đã đăng trên tạp chí Communications in Physics.
- Một bài báo đã đăng trên tạp chí VNU Journal of Science: Mathematics - Physics.

Chương 1

Mô hình Bélanger-Delaunay-Westhoff

Chương này trình bày về cấu trúc hạt, nhóm chuẩn và Lagrangian của mô hình chuẩn và sau đó là mô hình mở rộng BDW của nó. Các số hạng khối lượng và các tương tác liên quan đến các hạt mới của mô hình cũng sẽ được tính toán chi tiết. Một số kết quả của chương này đã được công bố ở tài liệu số một và số bốn trong danh mục các công trình khoa học liên quan đến luận án của tác giả (Communications in Physics Vol. 30 (3), pp. 231-244 và VNU Journal of Science: Mathematics – Physics Vol. 40 (1), pp. 105-112).

1.1 Sơ lược về Mô hình chuẩn

Mô hình chuẩn là mô hình được xây dựng dựa trên lý thuyết trường chuẩn, với nhóm chuẩn được chọn là nhóm $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, được tích hợp cơ chế Higgs để sinh khối lượng cho các fermion và các hạt truyền tương tác yếu. Đây là một mô hình tương đối hoàn thiện có khả năng mô tả đồng thời cả lực điện từ, lực tương tác yếu và lực tương tác mạnh.

Vật chất trong mô hình chuẩn (lepton và quark) được mô tả bởi các đơn

tuyến và lưỡng tuyến $SU(2)$

$$\begin{aligned} \ell_L^i &= \begin{pmatrix} \nu_L^e \\ e_L \end{pmatrix}_i, & e_R^i, \\ q_L^i &= \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}_i, & u_R^i, & d_R^i, \end{aligned}$$

và một lưỡng tuyến vô hướng Higgs

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix},$$

trong đó, $i = 1, 2, 3$ là các chỉ số thế hệ. Đặc tính lượng tử của các hạt được cho bởi bảng 1.1.

Loại hạt	$SU_C(3)$	$SU_L(2)$	$U_Y(1)$
ℓ_L^i	1	2	$-1/2$
e_R^i	1	1	-1
q_L^i	3	2	$1/6$
u_R^i	3	1	$2/3$
d_R^i	3	1	$-1/3$
H	1	2	$1/2$

Bảng 1.1: Đặc tính lượng tử của các hạt trong mô hình chuẩn

Lagrangian của mô hình chuẩn bao gồm bốn phần [112, 115]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{fermion}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}. \quad (1.1)$$

Phần Lagrangian của fermion có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{fermion}} &= i\bar{\ell}_L^i \gamma^\mu D_\mu^\ell \ell_L^i + i\bar{q}_L^i \gamma^\mu D_\mu^q q_L^i \\ &+ ie_R^i \gamma^\mu D_\mu^e e_R^i + i\bar{u}_R^i \gamma^\mu D_\mu^u u_R^i + i\bar{d}_R^i \gamma^\mu D_\mu^d d_R^i, \end{aligned} \quad (1.2)$$

với các biểu thức đạo hàm hiệp biến như sau:

$$D_\mu^\ell = \partial_\mu + \frac{i}{2}g_Y B_\mu - ig_2 \tau^k W_\mu^k, \quad (1.3)$$

$$D_\mu^e = \partial_\mu + ig_Y B_\mu, \quad (1.4)$$

$$D_\mu^q = \partial_\mu - \frac{i}{6}g_Y B_\mu - ig_2 \tau^k W_\mu^k - ig_s T^a G_\mu^a, \quad (1.5)$$

$$D_\mu^u = \partial_\mu - \frac{2i}{3}g_Y B_\mu - ig_s T^a G_\mu^a, \quad (1.6)$$

$$D_\mu^d = \partial_\mu + \frac{i}{3}g_Y B_\mu - ig_s T^a G_\mu^a, \quad (1.7)$$

trong đó, $\tau^k = \sigma^k/2$, $T^a = \lambda^a/2$ lần lượt là các vi tử sinh của nhóm $SU(2)_L$, $SU(3)_C$ ($k = 1, 2, 3$ và $a = 1, \dots, 8$). Ngoài ra, các chỉ số màu của quark đã được ngầm hiểu.

Phần Lagrangian của trường chuẩn có dạng:

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^k W^{k\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (1.8)$$

với

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\ W_{\mu\nu}^k &= \partial_\mu W_\nu^k - \partial_\nu W_\mu^k + g_2 \epsilon^{kmn} W_\mu^m W_\nu^n, \\ G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \end{aligned}$$

là các tensor cường độ của các trường chuẩn tương ứng, f^{abc} là các hằng số cấu trúc của nhóm $SU(3)_C$ và ϵ^{kmn} là tensor Levi-Civita.

Phần Lagrangian của trường Higgs có dạng:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D^\mu H)^\dagger (D_\mu H) - \mu^2 (H^\dagger H) - \lambda (H^\dagger H)^2, \quad (1.9)$$

với giả thiết $\mu^2 < 0$ và $\lambda > 0$. Đạo hàm hiệp biến của trường Higgs có biểu thức tường minh là

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{i}{2}g_Y B_\mu - ig_2 \tau^k W_\mu^k. \quad (1.10)$$

Phần thế vô hướng trong Lagrangian (1.9) nhận giá trị cực tiểu tại

$$H^\dagger H = \langle H \rangle^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}.$$

Nếu tham số lại trường Higgs như sau

$$H = U \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + h/\sqrt{2} \end{pmatrix} \equiv e^{i\xi^k \tau^k} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + h/\sqrt{2} \end{pmatrix},$$

với τ^k là các vi tử sinh của nhóm $SU(2)$, còn h, ξ^k là các trường vô hướng thực ($k = 1, 2, 3$), ta có thể đơn giản hoá biểu thức trường Higgs thông qua phép biến đổi chuẩn $H \rightarrow U^{-1}H$

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + h/\sqrt{2} \end{pmatrix},$$

trong đó, giá trị trung bình chân không (VEV) của trường Higgs có dạng

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix},$$

$$\nu = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \approx 174 \text{ GeV}.$$

Phần Lagrangian Yukawa có dạng:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -Y_{ij}^\ell \bar{\ell}_L^i H e_R^j - Y_{ij}^d \bar{q}_L^i H d_R^j - Y_{ij}^u \bar{q}_L^i \tilde{H} u_R^j + h.c. , \quad (1.11)$$

với

$$\tilde{H} = i\sigma_2 H^* = \begin{pmatrix} \nu + h/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix},$$

và $Y_{ij}^\ell, Y_{ij}^u, Y_{ij}^d$ là các hệ số Yukawa.

Thay các biểu thức (1.2), (1.8), (1.9), (1.11) vào (1.1) ta được biểu thức Lagrangian của mô hình chuẩn. Thông qua cơ chế phá vỡ đối xứng tự phát, các fermion sẽ thu được khối lượng tương ứng.

Ngoài ra, thực hiện phép quay

$$\begin{pmatrix} Z_\mu^0 \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix},$$

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}},$$

và đặt

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad (1.12)$$

thì các boson tương tác yếu W_μ^\pm , Z_μ^0 đều thu được khối lượng khác 0, trong khi photon A_μ và các gluon G_μ^a ($a = 1, \dots, 8$) có khối lượng bằng 0. Điều này phù hợp với các kết quả thực tế.

Nhìn chung, cho đến nay, mô hình chuẩn vẫn được xem như lý thuyết thành công cho ba trong bốn tương tác cơ bản của vật chất, giải thích được hầu hết các kết quả thực nghiệm và dự đoán được nhiều hiện tượng mà sau đó đã được thực nghiệm kiểm chứng. Một trong số những thành tựu đó là dự đoán được sự tồn tại của dòng trung hòa, của hạt boson tương tác yếu W^\pm, Z và của quark t . Mặc dù vậy, mô hình chuẩn vẫn có những hạn chế rất rõ ràng, chẳng hạn như chưa mô tả được khối lượng của neutrino, chưa mô tả được lực hấp dẫn cũng như vật chất tối. Đặc biệt là trong một số bài toán, SM đưa ra tiên đoán có sai lệch so với kết quả đo đạc thực nghiệm, ví dụ như moment từ dị thường của muon hoặc các kênh phân rã hiếm của B-meson. Những khiếm khuyết này gợi ý cho chúng ta về sự tồn tại của những mô hình mới vượt ra ngoài mô hình chuẩn, và yêu cầu mở rộng mô hình chuẩn đang trở nên cấp thiết hơn bao giờ hết.

1.2 Mô hình Bélanger-Delaunay-Westhoff

1.2.1 Lagrangian của mô hình

Mô hình Bélanger-Delaunay-Westhoff (BDW) [59, 60] là một mô hình mở rộng của mô hình chuẩn bằng cách bổ sung đối xứng mới và hạt mới. Ngoài các hạt cơ bản của mô hình chuẩn, mô hình còn thêm vào các hạt vectorlike lepton (L_L, L_R) và vectorlike quark (Q_L, Q_R) biến đổi như các lưỡng tuyến $SU(2)_L$:

$$L_{L,R} = \begin{pmatrix} N_{L,R} \\ E_{L,R} \end{pmatrix}, \quad Q_{L,R} = \begin{pmatrix} U_{L,R} \\ D_{L,R} \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Ngoài ra, mô hình còn bao gồm hai trường vô hướng phức χ và ϕ mới. Chúng biến đổi như các đơn tuyến dưới tác động của nhóm chuẩn của mô hình. Nhóm đối xứng này bao gồm nhóm chuẩn của SM và thêm một đối xứng Abelian mới, ký hiệu là $U(1)_X$. Nhóm chuẩn mới được thêm vào này chỉ tác động lên các hạt mới được giới thiệu ở trên mà không tác động đến các hạt trong mô hình chuẩn. Giả thiết này là rất quan trọng trong việc đảm bảo phần SM trong mô hình mới vẫn phù hợp với các tiên đoán của mô hình chuẩn cũ. Tính chất đối xứng của các hạt mới được liệt kê trong bảng 1.2.

Loại hạt	Spin	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$U(1)_X$
L_L, L_R	1/2	1	2	-1/2	1
Q_L, Q_R	1/2	3	2	1/6	-2
χ	0	1	1	0	-1
ϕ	0	1	1	0	2

Bảng 1.2: Đặc tính lượng tử của các hạt mới trong mô hình BDW.

Lagrangian của mô hình bao gồm hai phần:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \mathcal{L}_{\text{NP}}, \quad (1.14)$$

trong đó, số hạng thứ nhất là phần Lagrangian thông thường của mô hình chuẩn, số hạng thứ hai thì mô tả phần vật lý mới nằm ngoài mô hình chuẩn.

Bởi vì các vectorlike fermion biến đổi giống hệt như các lưỡng tuyến fermion tay trái trong SM, chúng có tương tác với các hạt boson trường chuẩn của SM. Các số hạng tương tác khác liên quan tới các hạt mới được viết như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NP}} \supset & -\lambda_{\phi H} |\phi|^2 |H|^2 - \lambda_{\chi H} |\chi|^2 |H|^2 \\ & - [y \bar{\ell}_L L_R \chi + w \bar{q}_L Q_R \phi + h.c.] - V_0(\phi, \chi), \end{aligned} \quad (1.15)$$

trong đó, H là lưỡng tuyến Higgs trong SM, ℓ_L và q_L là các lưỡng tuyến các thành phần tay trái của lepton và quark trong SM

$$\ell_L^i = \begin{pmatrix} \nu_L^e \\ e_L \end{pmatrix}_i, \quad q_L^i = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}_i, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (1.16)$$

V_0 là thế vô hướng liên quan đến các trường vô hướng mới ϕ và χ

$$V_0(\chi, \phi) = \lambda_\phi |\phi|^4 + m_\phi^2 |\phi|^2 + \lambda_\chi |\chi|^4 + m_\chi^2 |\chi|^2 + \lambda_{\phi\chi} |\phi|^2 |\chi|^2 + (r\phi\chi^2 + h.c.). \quad (1.17)$$

Lưu ý rằng các số hạng Lagrangian kể trên đều bất biến đối với nhóm chuẩn của mô hình BDW. Các chứng minh cụ thể được cho trong phụ lục D.

Ngoài ra, số hạng khối lượng của các fermion trong SM vốn bị cấm vì vi phạm đối xứng $SU(2)_L$. Các fermion này chỉ thu được khối lượng thông qua cơ chế Higgs và quá trình phá vỡ đối xứng tự phát của nhóm chuẩn $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$. Đối với vectorlike fermion, tình huống hoàn toàn khác biệt bởi vì chúng không cần phải phân biệt thành phần tay trái và thành phần tay phải. Chính vì vậy, chúng ta hoàn toàn có thể thêm vào số hạng khối lượng của các vectorlike fermion ngay từ đầu mà không cần lo lắng vi phạm đối xứng chuẩn.

$$\mathcal{L}_{NP} \supset - (M_L \bar{L}_L L_R + M_Q \bar{Q}_L Q_R + h.c.), \quad (1.18)$$

trong đó, khối lượng M_L và M_Q được giả thiết là rất lớn.

1.2.2 Khối lượng của các hạt mới

i. Các vô hướng

Giá trị trung bình chân không (VEV) của trường Higgs trong SM, $\langle H \rangle = 174$ GeV, có vai trò quan trọng trong việc sinh khối lượng cho các hạt truyền tương tác yếu và các fermion trong mô hình chuẩn. Trong mô hình đang xét, nó sinh ra hai số hạng bậc hai đóng góp thêm vào biểu thức thế vô hướng (1.17):

$$\lambda_{\phi H} \langle H \rangle^2 |\phi|^2 + \lambda_{\chi H} \langle H \rangle^2 |\chi|^2. \quad (1.19)$$

Biểu thức thế vô hướng mới cho ϕ và χ có thể được viết lại như sau

$$V(\chi, \phi) = \lambda_\phi |\phi|^4 + m_\phi'^2 |\phi|^2 + \lambda_\chi |\chi|^4 + m_\chi'^2 |\chi|^2 + \lambda_{\phi\chi} |\phi|^2 |\chi|^2 + (r\phi\chi^2 + h.c.), \quad (1.20)$$

với

$$m_\phi'^2 = m_\phi^2 + \lambda_{\phi H} \langle H \rangle^2, \quad (1.21)$$

$$m_\chi'^2 = m_\chi^2 + \lambda_{\chi H} \langle H \rangle^2. \quad (1.22)$$

Giả thiết rằng $m_\phi'^2 < 0$ và $m_\chi'^2 > 0$. Suy ra, chỉ trường vô hướng ϕ có VEV khác 0,

$$\langle \phi \rangle = \sqrt{\frac{-m_\phi'^2}{2\lambda_\phi}}, \quad (1.23)$$

dẫn đến sự phá vỡ đối xứng tự phát của nhóm $U(1)_X$. Thay

$$\phi = \langle \phi \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_r + i\varphi_i) \quad (1.24)$$

vào biểu thức (1.20), với φ_r và φ_i là các trường vô hướng thực, ta tìm được biểu thức khối lượng cho các trường vô hướng này

$$m_{\varphi_r} = 2\sqrt{\lambda_\phi} \langle \phi \rangle, \quad (1.25)$$

$$m_{\varphi_i} = 0. \quad (1.26)$$

Có thể thấy, trong khi φ_r là một boson vô hướng có khối lượng khác không thì φ_i là một boson Nambu-Goldstone không khối lượng và có thể bị hấp thụ bởi trường chuẩn của nhóm $U(1)_X$ trong chuẩn unitary.

Tương tự, sau sự phá vỡ đối xứng tự phát của nhóm $U(1)_X$, biểu thức thế vô hướng cho trường vô hướng χ có dạng:

$$V(\chi) = \lambda_\chi |\chi|^4 + m_\chi''^2 |\chi|^2 + (r \langle \phi \rangle \chi^2 + h.c.), \quad (1.27)$$

với

$$m_\chi''^2 = m_\chi'^2 + \lambda_{\phi\chi} \langle \phi \rangle^2 = m_\chi^2 + \lambda_{\chi H} \langle H \rangle^2 + \lambda_{\phi\chi} \langle \phi \rangle^2. \quad (1.28)$$

Các hệ số trong thế năng này được chọn sao cho trường vô hướng χ không tồn

tại VEV khác không. Thay

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_r + i\chi_i) \quad (1.29)$$

vào biểu thức (1.27), ta được các số hạng khối lượng liên quan đến các trường thành phần như sau

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \chi_r & \chi_i \end{pmatrix} M_\chi^2 \begin{pmatrix} \chi_r \\ \chi_i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \chi_r & \chi_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_\chi''^2 + (r + r^*)\langle\phi\rangle & i(r - r^*)\langle\phi\rangle \\ i(r - r^*)\langle\phi\rangle & m_\chi''^2 - (r + r^*)\langle\phi\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_r \\ \chi_i \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

M_χ^2 là ma trận đối xứng thực, cho nên có thể được chéo hóa bằng một ma trận trực giao. Trong trường hợp hệ số r là thực, ma trận bình phương khối lượng M_χ^2 có dạng đường chéo. Khi đó, bình phương khối lượng của χ_r và χ_i lần lượt là

$$m_{\chi_r}^2 = m_\chi''^2 + 2r\langle\phi\rangle, \quad (1.31)$$

$$m_{\chi_i}^2 = m_\chi''^2 - 2r\langle\phi\rangle. \quad (1.32)$$

Có thể thấy chênh lệch bình phương khối lượng giữa hai trường này,

$$\Delta m_\chi^2 = m_{\chi_r}^2 - m_{\chi_i}^2 = 4r\langle\phi\rangle, \quad (1.33)$$

tỷ lệ với VEV của ϕ .

ii. Các boson trường chuẩn $U(1)_X$

Chú ý rằng số hạng khối lượng của trường chuẩn Z' bị cấm trong Lagrangian ban đầu của mô hình BDW do vi phạm đối xứng $U(1)_X$. Khối lượng của Z' được sinh ra từ sự phá vỡ đối xứng tự phát đối với nhóm $U(1)_X$ sau khi trường vô hướng ϕ nhận được VEV khác không, $\langle\phi\rangle$. Do trường ϕ bất biến đối với nhóm chuẩn của mô hình chuẩn, đạo hàm hiệp biến của nó có dạng

$$D^\mu\phi = (\partial^\mu - ig_X X_\phi Z'^\mu)\phi, \quad (1.34)$$

trong đó, $X_\phi = 2$ là tích (charge) ứng với nhóm $U(1)_X$ của trường ϕ cho trong bảng 1.2, g_X là hằng số tương tác của nhóm $U(1)_X$.

Thay (1.24) và biểu thức đạo hàm hiệp biến ở trên vào số hạng động năng của

trường ϕ , ta có thể lọc ra số hạng khối lượng cho Z' :

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi &= (\partial^\mu + 2ig_X Z'^\mu) \left[\langle \phi \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_r - i\varphi_i) \right] (\partial_\mu - 2ig_X Z'_\mu) \left[\langle \phi \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_r + i\varphi_i) \right] \\ &\supset 4g_X^2 \langle \phi \rangle^2 Z'^\mu Z'_\mu \equiv \frac{1}{2} m_{Z'}^2 Z'^\mu Z'_\mu. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Từ đó, ta có khối lượng của hạt Z' boson là

$$m_{Z'} = 2\sqrt{2}g_X \langle \phi \rangle. \quad (1.36)$$

iii. Các vectorlike fermion

Vì trường vô hướng χ không có VEV khác không, nên khối lượng của các vectorlike lepton chỉ đến từ số hạng chứa M_L . Hơn nữa các lepton này cũng sẽ không trộn lẫn với lepton của mô hình chuẩn. Trong trường hợp tổng quát, M_L là một ma trận đường chéo 2×2 :

$$M_L = \begin{pmatrix} m_N & 0 \\ 0 & m_E \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

với m_N và m_E lần lượt là khối lượng của thành phần N , E trong lưỡng tuyến vectorlike lepton L . Các thành phần ngoài đường chéo bị cấm bởi định luật bảo toàn điện tích.

Việc xét khối lượng các vectorlike quark phức tạp hơn bởi vì trường vô hướng ϕ có VEV khác không, dẫn đến sự trộn lẫn giữa vectorlike quark và quark trong SM. Khối lượng ban đầu của vectorlike quark có dạng tương tự như (1.37):

$$M_Q = \begin{pmatrix} m_U & 0 \\ 0 & m_D \end{pmatrix}, \quad (1.38)$$

trong đó, m_U và m_D lần lượt là khối lượng của thành phần U , D trong lưỡng tuyến vectorlike quark Q . Sự trộn khối lượng giữa vectorlike quark và quark trong SM được sinh ra bởi số hạng tương tác Yukawa mới được thêm vào trong biểu thức (1.15):

$$-\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} \supset w \bar{q}_L Q_R \phi + h.c. = w \bar{u}_L U_R \phi + w \bar{d}_L D_R \phi + h.c. . \quad (1.39)$$

Sau khi nhóm $U(1)_X$ bị phá vỡ đối xứng tự phát, các số hạng khối lượng của quark trong Lagrangian bao gồm

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{quark}} &= Y_{ij}^u \langle H \rangle \overline{u_L^i} u_R^j + Y_{ij}^d \langle H \rangle \overline{d_L^i} d_R^j + w_i \langle \phi \rangle \overline{u_L^i} U_R + w_i \langle \phi \rangle \overline{d_L^i} D_R \\
&\quad + M_U \overline{U_L} U_R + M_D \overline{D_L} D_R + h.c. \\
&= \begin{pmatrix} \overline{u_L^1} & \overline{u_L^2} & \overline{u_L^3} & \overline{U_L} \end{pmatrix} M_{4 \times 4}^u \begin{pmatrix} u_R^1 \\ u_R^2 \\ u_R^3 \\ U_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{d_L^1} & \overline{d_L^2} & \overline{d_L^3} & \overline{D_L} \end{pmatrix} M_{4 \times 4}^d \begin{pmatrix} d_R^1 \\ d_R^2 \\ d_R^3 \\ D_R \end{pmatrix} + h.c.,
\end{aligned} \tag{1.40}$$

trong đó, Y^u và Y^d lần lượt là các ma trận hệ số tương tác Yukawa ứng với quark loại u và quark loại d trong mô hình chuẩn. Hai ma trận khối lượng 4×4 , M^u và M^d , trong hệ cơ sở quark flavor (quark flavor basis), có dạng như sau

$$M^u = \begin{pmatrix} Y_{11}^u \langle H \rangle & Y_{12}^u \langle H \rangle & Y_{13}^u \langle H \rangle & w_1 \langle \phi \rangle \\ Y_{21}^u \langle H \rangle & Y_{22}^u \langle H \rangle & Y_{23}^u \langle H \rangle & w_2 \langle \phi \rangle \\ Y_{31}^u \langle H \rangle & Y_{32}^u \langle H \rangle & Y_{33}^u \langle H \rangle & w_3 \langle \phi \rangle \\ 0 & 0 & 0 & m_U \end{pmatrix}, \tag{1.41}$$

$$M^d = \begin{pmatrix} Y_{11}^d \langle H \rangle & Y_{12}^d \langle H \rangle & Y_{13}^d \langle H \rangle & w_1 \langle \phi \rangle \\ Y_{21}^d \langle H \rangle & Y_{22}^d \langle H \rangle & Y_{23}^d \langle H \rangle & w_2 \langle \phi \rangle \\ Y_{31}^d \langle H \rangle & Y_{32}^d \langle H \rangle & Y_{33}^d \langle H \rangle & w_3 \langle \phi \rangle \\ 0 & 0 & 0 & m_D \end{pmatrix}. \tag{1.42}$$

Ta thấy có ba mức năng lượng khác nhau trong mỗi ma trận khối lượng, ứng với $(\langle H \rangle, \langle \phi \rangle, m_U)$ cho M^u và $(\langle H \rangle, \langle \phi \rangle, m_D)$ cho M^d .

Mỗi ma trận trên đều có thể chéo hóa bằng một cặp ma trận unitary:

$$M_{\text{diag}}^u = V_L^u M^u (V_R^u)^\dagger, \tag{1.43}$$

$$M_{\text{diag}}^d = V_L^d M^d (V_R^d)^\dagger. \tag{1.44}$$

Các ma trận unitary này đóng vai trò là các phép đổi hệ cơ sở, biến đổi các trạng thái riêng trong biểu diễn hương vị, (u^1, u^2, u^3, U) và (d^1, d^2, d^3, D) , thành

các trạng thái riêng trong biểu diễn khối lượng, (u, c, t, \mathcal{U}) và (d, s, b, \mathcal{D}) :

$$\begin{pmatrix} u_{L,R} \\ c_{L,R} \\ t_{L,R} \\ \mathcal{U}_{L,R} \end{pmatrix} = (V_{L,R}^u)_{4 \times 4} \begin{pmatrix} u_{L,R}^1 \\ u_{L,R}^2 \\ u_{L,R}^3 \\ U_{L,R} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d_{L,R} \\ s_{L,R} \\ b_{L,R} \\ \mathcal{D}_{L,R} \end{pmatrix} = (V_{L,R}^d)_{4 \times 4} \begin{pmatrix} d_{L,R}^1 \\ d_{L,R}^2 \\ d_{L,R}^3 \\ D_{L,R} \end{pmatrix}. \quad (1.45)$$

1.2.3 Tương tác trường chuẩn

i. Trong hệ cơ sở hương vị quark (quark flavor basis)

a. Tương tác trường chuẩn với lepton

Do lepton trong SM không trộn lẫn với vectorlike lepton, tương tác giữa chúng và các boson trường chuẩn (W^\pm , Z bosons và photon) vẫn giống hệt như trong mô hình chuẩn. Ngoài ra, bởi vì lepton trong SM bất biến đối với nhóm $U(1)_X$, chúng không tương tác với boson trường chuẩn mới Z' .

Tương tác giữa các vectorlike lepton và các boson trường chuẩn có thể thu được từ các số hạng động năng:

$$\mathcal{L} \supset i\bar{L}_L \gamma^\mu D_\mu L_L + i\bar{L}_R \gamma^\mu D_\mu L_R, \quad (1.46)$$

với các đạo hàm hiệp biến có dạng

$$D_\mu L_{L,R} = \left[\partial_\mu - \frac{ig_2}{\sqrt{2}} (\tau^+ W_\mu^+ + \tau^- W_\mu^-) - \frac{ig_2}{\cos \theta_W} (I_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu - ieQA_\mu - ig_X X Z'_\mu \right] L_{L,R}, \quad (1.47)$$

trong đó, các ma trận τ^\pm được định nghĩa như sau

$$\tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

θ_W là góc Weinberg và điện tích Q được tính từ công thức Gell-Mann–Nishijima:

$$Q = I_3 + Y. \quad (1.49)$$

Tích đối với nhóm $U(1)_X$ của các vectorlike lepton được cho trong bảng 1.2 với giá trị là $X_{L,R} = 1$.

Từ đó, các số hạng tương tác giữa vectorlike lepton và trường chuẩn trong mô hình là

$$\mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\text{gauge}} \supset \mathcal{L}_{LLW} + \mathcal{L}_{LLZ} + \mathcal{L}_{LLA} + \mathcal{L}_{LLZ'}, \quad (1.50)$$

với

$$\mathcal{L}_{LLW} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \bar{N} \gamma^\mu E W_\mu^+ + \frac{g_2}{\sqrt{2}} \bar{E} \gamma^\mu N W_\mu^-, \quad (1.51)$$

$$\mathcal{L}_{LLZ} = \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} \bar{N} \gamma^\mu N Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \bar{E} \gamma^\mu E Z_\mu, \quad (1.52)$$

$$\mathcal{L}_{LLA} = -e \bar{E} \gamma^\mu E A_\mu, \quad (1.53)$$

mô tả tương tác với các boson trường chuẩn trong SM, còn

$$\mathcal{L}_{LLZ'} = g_X \bar{N} \gamma^\mu N Z'_\mu + g_X \bar{E} \gamma^\mu E Z'_\mu. \quad (1.54)$$

mô tả tương tác với hạt boson trường chuẩn Z' mới. Ở đây, ta ký hiệu

$$N = N_L + N_R, \quad E = E_L + E_R, \quad (1.55)$$

là các spinor Dirac ứng với thành phần trên và thành phần dưới của lưỡng tuyến vectorlike lepton $L = L_L + L_R$.

b. Tương tác trường chuẩn với quark

Do sự trộn lẫn giữa quark trong SM và vectorlike quark (xem công thức (1.45)), tương tác giữa quark trong SM và trường chuẩn trong mô hình BDW sẽ bị thay đổi so với trường hợp trong mô hình chuẩn. Lưu ý rằng quark trong SM bất biến đối với nhóm $U(1)_X$, đạo hàm hiệp biến của chúng bằng

$$D_\mu q_L^i = \left[\partial_\mu - ig_s \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a - \frac{ig_2}{\sqrt{2}} (\tau^+ W_\mu^+ + \tau^- W_\mu^-) - \frac{ig_2}{\cos \theta_W} (I_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu - ie Q A_\mu \right] q_L^i, \quad (1.56)$$

$$D_\mu (u, d)_R^i = \left[\partial_\mu - ig_s \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a - \frac{ig_2}{\cos \theta_W} (-\sin^2 \theta_W Q) Z_\mu - ie Q A_\mu \right] (u, d)_R^i. \quad (1.57)$$

Trong khi đó, các vectorlike quark có tích đối với nhóm $U(1)_X$ là khác không.

Do đó, đạo hàm hiệp biến của chúng bằng

$$D_\mu Q_{L,R} = \left[\partial_\mu - ig_s \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a - \frac{ig_2}{\sqrt{2}} (\tau^+ W_\mu^+ + \tau^- W_\mu^-) - \frac{ig_2}{\cos \theta_W} (I_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu - ieQA_\mu - ig_X X Z'_\mu \right] Q_{L,R}. \quad (1.58)$$

Thay các phương trình trên vào Lagrangian Dirac:

$$\mathcal{L} \supset \overline{q_L^i} \gamma^\mu D_\mu q_L^i + \overline{u_R^i} \gamma^\mu D_\mu u_R^i + \overline{d_R^i} \gamma^\mu D_\mu d_R^i + i\overline{Q_L} \gamma^\mu D_\mu Q_L + i\overline{Q_R} \gamma^\mu D_\mu Q_R, \quad (1.59)$$

ta được các số hạng tương tác với trường chuẩn của các quark trong mô hình:

$$\mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\text{gauge}} \supset \mathcal{L}_{qqG} + \mathcal{L}_{qqW} + \mathcal{L}_{qqZ} + \mathcal{L}_{qqA} + \mathcal{L}_{qqZ'}. \quad (1.60)$$

Tách các lưỡng tuyến quark thành các phần ứng với các tích khác nhau, ta được tương tác giữa quark và gluon được mô tả như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqG} &= g_s \overline{u_L^i} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu u_L^i G_\mu^a + g_s \overline{d_L^i} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu d_L^i G_\mu^a + g_s \overline{U_L} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu U_L G_\mu^a + g_s \overline{D_L} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu D_L G_\mu^a \\ &+ g_s \overline{u_R^i} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu u_R^i G_\mu^a + g_s \overline{d_R^i} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu d_R^i G_\mu^a + g_s \overline{U_R} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu U_R G_\mu^a + g_s \overline{D_R} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu D_R G_\mu^a \\ &= g_s \overline{F_L^u} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu F_L^u G_\mu^a + g_s \overline{F_R^u} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu F_R^u G_\mu^a + g_s \overline{F_L^d} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu F_L^d G_\mu^a + g_s \overline{F_R^d} \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu F_R^d G_\mu^a, \end{aligned} \quad (1.61)$$

trong đó, $F_{L,R}^{u,d}$ là các trạng thái riêng của quark trong biểu diễn hương vị:

$$F_{L,R}^u = \begin{pmatrix} u_{L,R}^1 \\ u_{L,R}^2 \\ u_{L,R}^3 \\ U_{L,R} \end{pmatrix}, \quad F_{L,R}^d = \begin{pmatrix} d_{L,R}^1 \\ d_{L,R}^2 \\ d_{L,R}^3 \\ D_{L,R} \end{pmatrix}. \quad (1.62)$$

Tương tác giữa quark và W boson có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqW} &= \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{u_L^i} \gamma^\mu d_L^i W_\mu^+ + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{d_L^i} \gamma^\mu u_L^i W_\mu^- \\ &+ \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{U_L} \gamma^\mu D_L W_\mu^+ + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{D_L} \gamma^\mu U_L W_\mu^- + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{U_R} \gamma^\mu D_R W_\mu^+ + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{D_R} \gamma^\mu U_R W_\mu^- \\ &= \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{F_L^u} \gamma^\mu (C_L^W)_{4 \times 4} F_L^d W_\mu^+ + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{F_R^u} \gamma^\mu (C_R^W)_{4 \times 4} F_R^d W_\mu^+ + h.c., \end{aligned} \quad (1.63)$$

với

$$C_L^W = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad C_R^W = \text{diag}(0, 0, 0, 1), \quad (1.64)$$

là các ma trận đường chéo 4×4 tác động lên không gian các thế hệ.

Tương tác giữa quark và Z boson có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqZ} &= \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{u}_L^i \gamma^\mu \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) u_L^i Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{d}_L^i \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) d_L^i Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{u}_R^i \gamma^\mu \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) u_R^i Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{d}_R^i \gamma^\mu \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) d_R^i Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{U}_L \gamma^\mu \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) U_L Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{D}_L \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) D_L Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{U}_R \gamma^\mu \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) U_R Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{D}_R \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) D_R Z_\mu \\ &= \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{F}_L^u \gamma^\mu (C_{uL}^Z)_{4 \times 4} F_L^u Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{F}_L^d \gamma^\mu (C_{dL}^Z)_{4 \times 4} F_L^d Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{F}_R^u \gamma^\mu (C_{uR}^Z)_{4 \times 4} F_R^u Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \bar{F}_R^d \gamma^\mu (C_{dR}^Z)_{4 \times 4} F_R^d Z_\mu, \end{aligned} \quad (1.65)$$

với

$$C_{uL}^Z = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \cdot \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad (1.66)$$

$$C_{dL}^Z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \cdot \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad (1.67)$$

$$C_{uR}^Z = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \end{pmatrix}, \quad (1.68)$$

$$C_{dR}^Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \end{pmatrix}, \quad (1.69)$$

là các ma trận đường chéo 4×4 tác động lên không gian thế hệ. Từ (1.63) và (1.65), ta có thể thấy dòng yếu của quark (quark weak current) trong mô hình chuẩn có dạng $V - A$, trong khi đó, dòng yếu của vectorlike quark lại có dạng thuần V .

Số hạng tương tác giữa quark và photon:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{qqA} &= \frac{2}{3} \overline{eu}_L^i \gamma^\mu u_L^i A_\mu - \frac{1}{3} \overline{ed}_L^i \gamma^\mu d_L^i A_\mu + \frac{2}{3} \overline{eu}_R^i \gamma^\mu u_R^i A_\mu - \frac{1}{3} \overline{ed}_R^i \gamma^\mu d_R^i A_\mu \\
&+ \frac{2}{3} e \overline{U}_L \gamma^\mu U_L A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{D}_L \gamma^\mu D_L A_\mu + \frac{2}{3} e \overline{U}_R \gamma^\mu U_R A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{D}_R \gamma^\mu D_R A_\mu \\
&= \frac{2}{3} e \overline{F}_L^u \gamma^\mu F_L^u A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{F}_L^d \gamma^\mu F_L^d A_\mu + \frac{2}{3} e \overline{F}_R^u \gamma^\mu F_R^u A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{F}_R^d \gamma^\mu F_R^d A_\mu. \quad (1.70)
\end{aligned}$$

Lưu ý rằng $X_{Q_{L,R}} = -2$ như đã cho trong bảng 1.2, các số hạng tương tác giữa quark và Z' boson là:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{qqZ'} &= -2g_X \overline{U}_L \gamma^\mu U_L Z'_\mu - 2g_X \overline{D}_L \gamma^\mu D_L Z'_\mu - 2g_X \overline{U}_R \gamma^\mu U_R Z'_\mu - 2g_X \overline{D}_R \gamma^\mu D_R Z'_\mu \\
&= -2g_X \overline{F}_L^u \gamma^\mu (C_{Z'})_{4 \times 4} F_L^u Z'_\mu - 2g_X \overline{F}_L^d \gamma^\mu (C_{Z'})_{4 \times 4} F_L^d Z'_\mu \\
&- 2g_X \overline{F}_R^u \gamma^\mu (C_{Z'})_{4 \times 4} F_R^u Z'_\mu - 2g_X \overline{F}_R^d \gamma^\mu (C_{Z'})_{4 \times 4} F_R^d Z'_\mu, \quad (1.71)
\end{aligned}$$

trong đó,

$$C_{Z'} = \text{diag}(0, 0, 0, 1). \quad (1.72)$$

là các ma trận đường chéo 4×4 tác động lên không gian các thế hệ.

ii. Trong hệ cơ sở khối lượng (mass basis)

Tiếp theo, ta viết lại các số hạng tương tác ở trên trong hệ cơ sở các trạng thái riêng của khối lượng (1.45),

$$\mathcal{F}_{L,R}^u = \begin{pmatrix} u_{L,R} \\ c_{L,R} \\ t_{L,R} \\ \mathcal{U}_{L,R} \end{pmatrix} = V_{L,R}^u F_{L,R}^u, \quad \mathcal{F}_{L,R}^d = \begin{pmatrix} d_{L,R} \\ s_{L,R} \\ b_{L,R} \\ \mathcal{D}_{L,R} \end{pmatrix} = V_{L,R}^d F_{L,R}^d, \quad (1.73)$$

cũng chính là các trạng thái vật lý mà chúng ta quan sát được trong thực nghiệm. Trong quá trình tính toán, ta vận dụng tính unitary của các ma trận quay, $(V_{L,R}^{u,d})^\dagger V_{L,R}^{u,d} = \mathbf{1}_{4 \times 4} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, một cách thích hợp. Để chuyển Lagrangian từ biểu diễn Weyl sang biểu diễn Dirac, ta dùng các biểu thức liên hệ sau:

$$\mathcal{F}_{L,R}^{u,d} = P_{L,R} \mathcal{F}^{u,d}, \quad P_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma^5}{2}, \quad (1.74)$$

$$\mathcal{F}^{u,d} = \mathcal{F}_L^{u,d} + \mathcal{F}_R^{u,d}. \quad (1.75)$$

a. Tương tác quark–quark–gluon

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqG} &= g_s \overline{\mathcal{F}}_L^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu V_L^u V_L^{u\dagger} \mathcal{F}_L^u G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}_R^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu V_R^u V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u G_\mu^a \\ &+ g_s \overline{\mathcal{F}}_L^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu V_L^d V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}_R^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu V_R^d V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d G_\mu^a \\ &= g_s \overline{\mathcal{F}}_L^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu \mathcal{F}_L^u G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}_R^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu \mathcal{F}_R^u G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}_L^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu \mathcal{F}_L^d G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}_R^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu \mathcal{F}_R^d G_\mu^a \\ &= g_s \overline{\mathcal{F}}^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu P_L \mathcal{F}^u G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu P_R \mathcal{F}^u G_\mu^a \\ &+ g_s \overline{\mathcal{F}}^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu P_L \mathcal{F}^d G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu P_R \mathcal{F}^d G_\mu^a \\ &= g_s \overline{\mathcal{F}}^u \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu \mathcal{F}^u G_\mu^a + g_s \overline{\mathcal{F}}^d \frac{\lambda_a}{2} \gamma^\mu \mathcal{F}^d G_\mu^a. \end{aligned} \quad (1.76)$$

Từ phương trình trên, ta có thể thấy, do tính unitary của các ma trận quay $V_{L,R}^{u,d}$, tương tác mạnh của quark trong mô hình BDW giống hệt như trong SM.

b. Tương tác quark–quark–W

$$\mathcal{L}_{qqW} = \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^u \gamma^\mu V_L^u C_L^W V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d W_\mu^+ + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_R^u \gamma^\mu V_R^u C_R^W V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d W_\mu^+ + h.c.. \quad (1.77)$$

Lưu ý rằng C_L^W là ma trận đơn vị (xem công thức (1.64)), số hạng liên quan trở nên đơn giản hơn:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqW} &\stackrel{(1.64)}{=} \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^u \gamma^\mu V_L^u V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d W_\mu^+ + \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_R^u \gamma^\mu V_R^u C_R^W V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d W_\mu^+ + h.c. \\ &= \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \gamma^\mu \left(V_L^u V_L^{d\dagger} P_L + V_R^u C_R^W V_R^{d\dagger} P_R \right) \mathcal{F}^d W_\mu^+ + h.c. \\ &= \frac{ig_2}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(V_L^u V_L^{d\dagger} + V_R^u C_R^W V_R^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^\mu \right. \\ &\quad \left. - \left(V_L^u V_L^{d\dagger} - V_R^u C_R^W V_R^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mathcal{F}^d W_\mu^+ + h.c.. \end{aligned} \quad (1.78)$$

Trong mô hình chuẩn, chỉ có thành phần tay trái của quark xuất hiện trong dòng mang điện (charged current). Trong mô hình mới, do có sự xuất hiện của vectorlike quark cũng như sự trộn lẫn giữa chúng và quark trong SM, cả thành phần tay trái và tay phải của quark đều tham gia tương tác với hạt W boson.

c. Tương tác quark–quark–Z

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqZ} &= \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_L^u \gamma^\mu V_L^u C_{uL}^Z V_L^{u\dagger} \mathcal{F}_L^u Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_L^d \gamma^\mu V_L^d C_{dL}^Z V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_R^u \gamma^\mu V_R^u C_{uR}^Z V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_R^d \gamma^\mu V_R^d C_{dR}^Z V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.79)$$

Bởi vì C_{uL}^Z và C_{dL}^Z tỷ lệ với ma trận đơn vị, chúng giao hoán với V_L^u và V_L^d . Tuy nhiên, C_{uR}^Z và C_{dR}^Z lại không giao hoán với V_R^u và V_R^d . Sử dụng tính unitary của $V_L^{u,d}$, ta có

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqZ} &\stackrel{(1.66)}{=} \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_L^u \gamma^\mu C_{uL}^Z \mathcal{F}_L^u Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_L^d \gamma^\mu C_{dL}^Z \mathcal{F}_L^d Z_\mu \\ &\stackrel{(1.67)}{=} \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_R^u \gamma^\mu V_R^u C_{uR}^Z V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u Z_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}_R^d \gamma^\mu V_R^d C_{dR}^Z V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d Z_\mu \\ &= \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}^u \gamma^\mu \left(C_{uL}^Z P_L + V_R^u C_{uR}^Z V_R^{u\dagger} P_R \right) \mathcal{F}^u Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{\cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}^d \gamma^\mu \left(C_{dL}^Z P_L + V_R^d C_{dR}^Z V_R^{d\dagger} P_R \right) \mathcal{F}^d Z_\mu \\ &= \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(C_{uL}^Z + V_R^u C_{uR}^Z V_R^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^\mu - \left(C_{uL}^Z - V_R^u C_{uR}^Z V_R^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mathcal{F}^u Z_\mu \\ &+ \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} \overline{\mathcal{F}}^d \left[\left(C_{dL}^Z + V_R^d C_{dR}^Z V_R^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^\mu - \left(C_{dL}^Z - V_R^d C_{dR}^Z V_R^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mathcal{F}^d Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.80)$$

Trong mô hình chuẩn, bởi vì hạt Z boson chỉ tương tác với các quark trong cùng một thế hệ, cho nên không tồn tại dòng trung hòa chuyển đổi hương vị (flavor changing neutral current - FCNC) ở mức cây. Trong mô hình mới mà ta đang xét, tình hình lại khác. Có thể thấy, mặc dù tương tác giữa Z boson và thành phần tay trái của quark hoàn toàn tương tự như trong SM, nhưng các thành phần tay phải của quark lại có đóng góp vào FCNC ở mức cây. Do đó, các ma trận trộn $V_R^{u,d}$ phải bé.

d. Tương tác quark–quark–photon

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qqA} &= \frac{2}{3} e \overline{\mathcal{F}}_L^u \gamma^\mu V_L^u V_L^{u\dagger} \mathcal{F}_L^u A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{\mathcal{F}}_L^d \gamma^\mu V_L^d V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d A_\mu \\ &+ \frac{2}{3} e \overline{\mathcal{F}}_R^u \gamma^\mu V_R^u V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{\mathcal{F}}_R^d \gamma^\mu V_R^d V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d A_\mu \\ &= \frac{2}{3} e \overline{\mathcal{F}}_L^u \gamma^\mu \mathcal{F}_L^u A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{\mathcal{F}}_L^d \gamma^\mu \mathcal{F}_L^d A_\mu + \frac{2}{3} e \overline{\mathcal{F}}_R^u \gamma^\mu \mathcal{F}_R^u A_\mu - \frac{1}{3} e \overline{\mathcal{F}}_R^d \gamma^\mu \mathcal{F}_R^d A_\mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3}e\overline{\mathcal{F}^u}\gamma^\mu P_L\mathcal{F}^u A_\mu + \frac{2}{3}e\overline{\mathcal{F}^u}\gamma^\mu P_R\mathcal{F}^u A_\mu - \frac{1}{3}e\overline{\mathcal{F}^d}\gamma^\mu P_L\mathcal{F}^d A_\mu - \frac{1}{3}e\overline{\mathcal{F}^d}\gamma^\mu P_R\mathcal{F}^d A_\mu \\
&= \frac{2}{3}e\overline{\mathcal{F}^u}\gamma^\mu\mathcal{F}^u A_\mu - \frac{1}{3}e\overline{\mathcal{F}^d}\gamma^\mu\mathcal{F}^d A_\mu.
\end{aligned} \tag{1.81}$$

Tương tự như trường hợp của gluon, do tính unitary của các ma trận quay $V_{L,R}^{u,d}$, tương tác điện từ của quark trong mô hình BDW cũng hoàn toàn giống như trong mô hình chuẩn.

e. Tương tác quark–quark– Z'

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{qqZ'} &= -2g_X\overline{\mathcal{F}^u}_L\gamma^\mu V_L C_{Z'} V_L^{u\dagger}\mathcal{F}^u_{Z'_\mu} - 2g_X\overline{\mathcal{F}^d}_L\gamma^\mu V_L^d C_{Z'} V_L^{d\dagger}\mathcal{F}^d_{Z'_\mu} \\
&\quad - 2g_X\overline{\mathcal{F}^u}_R\gamma^\mu V_R^u C_{Z'} V_R^{u\dagger}\mathcal{F}^u_{Z'_\mu} - 2g_X\overline{\mathcal{F}^d}_R\gamma^\mu V_R^d C_{Z'} V_R^{d\dagger}\mathcal{F}^d_{Z'_\mu} \\
&= -2g_X\overline{\mathcal{F}^u}\gamma^\mu V_L^u C_{Z'} V_L^{u\dagger} P_L\mathcal{F}^u_{Z'_\mu} - 2g_X\overline{\mathcal{F}^d}\gamma^\mu V_L^d C_{Z'} V_L^{d\dagger} P_L\mathcal{F}^d_{Z'_\mu} \\
&\quad - 2g_X\overline{\mathcal{F}^u}\gamma^\mu V_R^u C_{Z'} V_R^{u\dagger} P_R\mathcal{F}^u_{Z'_\mu} - 2g_X\overline{\mathcal{F}^d}\gamma^\mu V_R^d C_{Z'} V_R^{d\dagger} P_R\mathcal{F}^d_{Z'_\mu} \\
&= -g_X\overline{\mathcal{F}^u} \left[\left(V_L^u C_{Z'} V_L^{u\dagger} + V_R^u C_{Z'} V_R^{u\dagger} \right)_{4\times 4} \gamma^\mu \right. \\
&\quad \left. - \left(V_L^u C_{Z'} V_L^{u\dagger} - V_R^u C_{Z'} V_R^{u\dagger} \right)_{4\times 4} \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mathcal{F}^u_{Z'_\mu} \\
&\quad - g_X\overline{\mathcal{F}^d} \left[\left(V_L^d C_{Z'} V_L^{d\dagger} + V_R^d C_{Z'} V_R^{d\dagger} \right)_{4\times 4} \gamma^\mu \right. \\
&\quad \left. - \left(V_L^d C_{Z'} V_L^{d\dagger} - V_R^d C_{Z'} V_R^{d\dagger} \right)_{4\times 4} \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mathcal{F}^d_{Z'_\mu}.
\end{aligned} \tag{1.82}$$

Ban đầu, hạt Z' boson chỉ tương tác với các vectorlike quark mà không tương tác với quark trong SM. Bởi vì $C_{Z'}$ không giao hoán với các ma trận quay $V_{L,R}^{u,d}$, sau khi chuyển sang biểu diễn khối lượng, tất cả các loại quark đều tương tác với Z' boson do có sự trộn lẫn quark trong mô hình mới.

1.2.4 Tương tác của các trường vô hướng mới

i. Tương tác Yukawa của lepton và vô hướng

Từ Lagrangian của mô hình chuẩn, cùng với biểu thức Lagrangian của vật lý mới (1.15), có thể thấy trường vô hướng ϕ không tương tác với cả lepton trong SM lẫn vectorlike lepton. Vô hướng χ tương tác với cả hai loại lepton theo quy

luật sau:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\ell L\chi} &= y\bar{\ell}_L L_R\chi + h.c. \\
&= y_i \bar{\nu}_L^{e_i} N_{R\chi} + y_i \bar{e}_L^i E_{R\chi} + h.c., \tag{1.83}
\end{aligned}$$

với $i = 1, 2, 3$ là các chỉ số thế hệ. Tách χ thành hai thành phần như biểu thức (1.29), ta được:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\ell L\chi} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(y_i \bar{\nu}_L^{e_i} N_R + y_i \bar{e}_L^i E_R + y_i^* \bar{N}_R \nu_L^{e_i} + y_i^* \bar{E}_R e_L^i \right) \chi_r \\
&\quad + \frac{i}{\sqrt{2}} \left(y_i \bar{\nu}_L^{e_i} N_R + y_i \bar{e}_L^i E_R - y_i^* \bar{N}_R \nu_L^{e_i} - y_i^* \bar{E}_R e_L^i \right) \chi_i. \tag{1.84}
\end{aligned}$$

Từ đó, ta có được phần Lagrangian tương tác giữa $\chi_r(\chi_i)$ và lepton lần lượt là:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\ell L\chi_r} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\left(y_i \bar{\nu}^{e_i} N + y_i \bar{e}^i E + y_i^* \bar{N} \nu^{e_i} + y_i^* \bar{E} e^i \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(y_i \bar{\nu}^{e_i} N + y_i \bar{e}^i E - y_i^* \bar{N} \nu^{e_i} - y_i^* \bar{E} e^i \right) \gamma^5 \right] \chi_r, \tag{1.85}
\end{aligned}$$

và

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\ell L\chi_i} &= \frac{i}{2\sqrt{2}} \left[\left(y_i \bar{\nu}^{e_i} N + y_i \bar{e}^i E - y_i^* \bar{N} \nu^{e_i} - y_i^* \bar{E} e^i \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(y_i \bar{\nu}^{e_i} N + y_i \bar{e}^i E + y_i^* \bar{N} \nu^{e_i} + y_i^* \bar{E} e^i \right) \gamma^5 \right] \chi_i. \tag{1.86}
\end{aligned}$$

ii. Tương tác Yukawa của quark và vô hướng

Ta thấy vô hướng χ không tương tác với quark trong SM và vectorlike quark. Trong hệ cơ sở hương vị quark, số hạng tương tác giữa vô hướng ϕ và các quark có thể thu được từ Lagrangian (1.15):

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{qq\phi} &= w\bar{q}_L Q_R\phi + h.c. \\
&= w_i \bar{u}_L^i U_R\phi + w_i \bar{d}_L^i D_R\phi + h.c. \\
&= \bar{F}_L^u (C^\phi)_{4\times 4} F_R^u \phi + \bar{F}_L^d (C^\phi)_{4\times 4} F_R^d \phi + h.c., \tag{1.87}
\end{aligned}$$

trong đó,

$$C^\phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & w_1 \\ 0 & 0 & 0 & w_2 \\ 0 & 0 & 0 & w_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.88)$$

và $F_{L,R}^{u,d}$ là các trạng thái riêng của quark trong biểu diễn hương vị được định nghĩa trong (1.62). Thực hiện các phép quay với các ma trận quay $V_{L,R}^{u,d}$ để chuyển sang hệ cơ sở khối lượng như mô tả trong biểu thức (1.45), ta được tương tác giữa ϕ và các quark trong mô hình như sau:

$$-\mathcal{L}_{qq\phi} = \overline{\mathcal{F}}_L^u V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u \phi + \overline{\mathcal{F}}_L^d V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d \phi + h.c.. \quad (1.89)$$

Thay (1.24) vào (1.89), ta rút ra được phần tương tác giữa các quark trong mô hình và phần thực φ_r của trường vô hướng ϕ :

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{qq\varphi_r} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^u V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u \varphi_r + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^d V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d \varphi_r \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_R^u V_R^u C^{\phi\dagger} V_L^{u\dagger} \mathcal{F}_L^u \varphi_r + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_R^d V_R^d C^{\phi\dagger} V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d \varphi_r \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} \right) P_R + \left(V_R^u C^{\phi\dagger} V_L^{u\dagger} \right) P_L \right] \mathcal{F}^u \varphi_r \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^d \left[\left(V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} \right) P_R + \left(V_R^d C^{\phi\dagger} V_L^{d\dagger} \right) P_L \right] \mathcal{F}^d \varphi_r \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} + V_R^u C^{\phi\dagger} V_L^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \right. \\ &\quad \left. + \left(V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} - V_R^u C^{\phi\dagger} V_L^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^5 \right] \mathcal{F}^u \varphi_r \\ &\quad + \frac{1}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^d \left[\left(V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} + V_R^d C^{\phi\dagger} V_L^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \right. \\ &\quad \left. + \left(V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} - V_R^d C^{\phi\dagger} V_L^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^5 \right] \mathcal{F}^d \varphi_r. \quad (1.90) \end{aligned}$$

Tương tự, ta cũng có Lagrangian tương tác giữa các quark trong mô hình và phần ảo φ_i của trường vô hướng ϕ :

$$-\mathcal{L}_{qq\varphi_i} = \frac{i}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} - V_R^u C^{\phi\dagger} V_L^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \left(V_L^u C^\phi V_R^{u\dagger} + V_R^u C^{\phi\dagger} V_L^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^5 \Big] \mathcal{F}^u \varphi_i \\
& + \frac{i}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^d \left[\left(V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} - V_R^d C^{\phi\dagger} V_L^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \right. \\
& \quad \left. + \left(V_L^d C^\phi V_R^{d\dagger} + V_R^d C^{\phi\dagger} V_L^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^5 \right] \mathcal{F}^d \varphi_i. \quad (1.91)
\end{aligned}$$

Trong hệ cơ sở hương vị quark, Lagrangian tương tác giữa boson Higgs h và quark được rút ra từ các số hạng Yukawa trong mô hình chuẩn sau khi phá vỡ đối xứng tự phát:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{qqh} &= \frac{1}{\sqrt{2}} Y_{ij}^u \overline{u}_L^i u_R^j h + \frac{1}{\sqrt{2}} Y_{ij}^d \overline{d}_L^i d_R^j h + h.c. \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{F}_L^u (C_u^h)_{4 \times 4} F_R^u h + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{F}_L^d (C_d^h)_{4 \times 4} F_R^d h + h.c., \quad (1.92)
\end{aligned}$$

trong đó,

$$C_u^h = \begin{pmatrix} Y_{11}^u & Y_{12}^u & Y_{13}^u & 0 \\ Y_{21}^u & Y_{22}^u & Y_{23}^u & 0 \\ Y_{31}^u & Y_{32}^u & Y_{33}^u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.93)$$

$$C_d^h = \begin{pmatrix} Y_{11}^d & Y_{12}^d & Y_{13}^d & 0 \\ Y_{21}^d & Y_{22}^d & Y_{23}^d & 0 \\ Y_{31}^d & Y_{32}^d & Y_{33}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.94)$$

Thực hiện các phép quay để chéo hóa ma trận khối lượng, tương tác giữa h và quark trong hệ cơ sở mới trở thành:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{qqh} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^u V_L^u C_u^h V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u h + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^d V_L^d C_d^h V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d h + h.c. \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^u V_L^u C_u^h V_R^{u\dagger} \mathcal{F}_R^u h + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_L^d V_L^d C_d^h V_R^{d\dagger} \mathcal{F}_R^d h \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_R^u V_R^u C_u^{h\dagger} V_L^{u\dagger} \mathcal{F}_L^u h + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}_R^d V_R^d C_d^{h\dagger} V_L^{d\dagger} \mathcal{F}_L^d h \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(V_L^u C_u^h V_R^{u\dagger} \right) P_R + \left(V_R^u C_u^{h\dagger} V_L^{u\dagger} \right) P_L \right] \mathcal{F}^u h \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^d \left[\left(V_L^d C_d^h V_R^{d\dagger} \right) P_R + \left(V_R^d C_d^{h\dagger} V_L^{d\dagger} \right) P_L \right] \mathcal{F}^d h
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^u \left[\left(V_L^u C_u^h V_R^{u\dagger} + V_R^u C_u^{h\dagger} V_L^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \right. \\
&\quad \left. + \left(V_L^u C_u^h V_R^{u\dagger} - V_R^u C_u^{h\dagger} V_L^{u\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^5 \right] \mathcal{F}^u h \\
&+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \overline{\mathcal{F}}^d \left[\left(V_L^d C_d^h V_R^{d\dagger} + V_R^d C_d^{h\dagger} V_L^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \right. \\
&\quad \left. + \left(V_L^d C_d^h V_R^{d\dagger} - V_R^d C_d^{h\dagger} V_L^{d\dagger} \right)_{4 \times 4} \gamma^5 \right] \mathcal{F}^d h. \tag{1.95}
\end{aligned}$$

iii. Tương tác giữa trường chuẩn và vô hướng

Các số hạng tương tác giữa trường chuẩn và các vô hướng mới có thể thu được từ các số hạng động năng có chứa đạo hàm hiệp biến:

$$\mathcal{L}_{NP}^{kinetic} \supset (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi + (D^\mu \chi)^\dagger D_\mu \chi. \tag{1.96}$$

Sau một số biến đổi, ta thu được các số hạng tương tác cần tìm:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{scalar}^{gauge} &\supset 2g_X^2 Z'_\mu Z'^\mu \varphi_r^2 + 4\sqrt{2} \langle \phi \rangle g_X^2 Z'_\mu Z'^\mu \varphi_r + \frac{1}{2} g_X^2 Z'_\mu Z'^\mu \chi_r^2 + \frac{1}{2} g_X^2 Z'_\mu Z'^\mu \chi_i^2 \\
&+ g_X Z'_\mu (\chi_r \partial^\mu \chi_i - \chi_i \partial^\mu \chi_r). \tag{1.97}
\end{aligned}$$

iv. Tương tác giữa vô hướng và vô hướng

Các số hạng tương tác bậc cao của trường vô hướng mới có thể thu được từ biểu thức thế vô hướng:

$$V(H, \phi, \chi) \supset \lambda_{\phi H} |\phi|^2 |H|^2 + \lambda_{\chi H} |\chi|^2 |H|^2 + V_0(\phi, \chi). \tag{1.98}$$

Sau sự phá vỡ đối xứng tự phát của trường H , ϕ và một số biến đổi đại số, ta thu được các số hạng tương tác vô hướng mới bậc 3

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{scalar}^{3-point} &\supset \sqrt{2} \lambda_{\phi \langle \phi \rangle} \varphi_r^3 + \sqrt{2} \lambda_{\phi H} \langle \phi \rangle \varphi_r h^2 + \lambda_{\phi H} \langle H \rangle \varphi_r^2 h + \lambda_{\chi H} \langle H \rangle (\chi_r^2 h + \chi_i^2 h) \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_{\chi \phi} \langle \phi \rangle + r) \varphi_r \chi_r^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_{\chi \phi} \langle \phi \rangle - r) \varphi_r \chi_i^2, \tag{1.99}
\end{aligned}$$

và bậc 4

$$-\mathcal{L}_{scalar}^{4-point} \supset \frac{\lambda_{\phi H}}{2} \varphi_r^2 h^2 + \frac{\lambda_\phi}{4} \varphi_r^4 + \frac{\lambda_{\chi H}}{2} (\chi_r^2 h^2 + \chi_i^2 h^2) + \frac{\lambda_\chi}{4} (\chi_r^4 + \chi_i^4 + 2\chi_r^2 \chi_i^2)$$

$$+ \frac{\lambda_{\chi\phi}}{4}(\varphi_r^2\chi_r^2 + \varphi_r^2\chi_i^2). \quad (1.100)$$

1.2.5 Một số nhận xét về mô hình

Một điểm đáng lưu ý là mô hình BDW có thể trở về giống như mô hình chuẩn trong giới hạn các tương tác mới trong biểu thức (1.15) và (1.34) tiến tới 0 và các khối lượng mới trong biểu thức (1.18) và (1.36) tiến tới vô cùng. Cho nên, về nguyên tắc, tất cả các kết quả thực nghiệm trùng khớp với tiên đoán trong SM cũng có thể được giải thích bằng mô hình đang xét khi các tham số mới tiệm cận các giới hạn nói trên. Ở đây, ta nói sơ qua về một số vấn đề hiện tượng luận quan trọng.

- Trong phương trình (1.80), có sự tồn tại của FCNC ở mức cây. Ảnh hưởng của chúng có thể được giảm xuống bằng cách làm cho các ma trận trộn đủ bé, ứng với các hệ số $w_{1,2,3}$ bé và khối lượng vectorlike quark $m_{U,D}$ lớn. Trong giới hạn không có sự trộn lẫn với vectorlike quark, không tồn tại FCNC ở mức cây.
- Liên quan tới tính unitary của ma trận CKM, các giá trị $w_{1,2,3}$ bé đồng nghĩa với các loại quark ít trộn lẫn với nhau. Ngoài ra, hằng số tương tác của $U(1)_X$ bé cùng với khối lượng Z' boson lớn sẽ dẫn đến các bổ chính vòng của Z' trở nên không đáng kể. Do đó, bằng cách chọn các tham số một cách thích hợp, ta có thể không chế độ vi phạm tính unitary của ma trận CKM nằm trong vùng sai số các phép đo thực nghiệm.
- Các quá trình tạo thành W và Z ở LHC thông qua kết hợp gluon-gluon vẫn có thể nằm trong các giới hạn thu được từ thực nghiệm vì các bổ chính vòng liên quan tới các vectorlike fermion mới có đóng góp rất bé do khối lượng (M_Q, M_L) rất lớn của chúng.
- Các tham số Peskin-Takeuchi (S, T và U) [113, 114] và tham số ρ [127] là các tham số quan trọng cho việc kiểm tra tính chính xác điện yếu. Các đóng góp của vectorlike lepton và quark đối với các tham số này đã được tính toán cụ thể trong gần đúng khối lượng vectorlike fermion là lớn,

$m_{N,E}, m_{U,D} \gg m_W$ và các loại quark ít trộn lẫn với nhau. Kết quả như sau

$$S \approx -\frac{4}{3\pi} \left[\left(-\frac{1}{2}\right) \frac{\Delta m_L}{m_N} + 3 \times \left(\frac{1}{6}\right) \frac{\Delta m_Q}{m_U} \right] = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\Delta m_L}{m_N} - \frac{\Delta m_Q}{m_U} \right), \quad (1.101)$$

$$T \approx \frac{1}{6\pi \sin^2 \theta_W} \times \frac{\Delta m_L^2 + 3\Delta m_Q^2}{m_W^2}, \quad (1.102)$$

$$U \approx \frac{11}{30\pi} \left(\frac{\Delta m_L^2}{m_N^2} + 3 \frac{\Delta m_Q^2}{m_U^2} \right), \quad (1.103)$$

trong đó, $\Delta m_L = m_N - m_E$ và $\Delta m_Q = m_U - m_D$ là chênh lệch khối lượng giữa thành phần trên và dưới trong các lưỡng tuyến vectorlike lepton và vectorlike quark. Đóng góp của các vectorlike fermion đối với tham số ρ tỷ lệ với tham số T :

$$\Delta\rho = \alpha \cdot T = \frac{\alpha}{6\pi \sin^2 \theta_W} \times \frac{\Delta m_L^2 + 3\Delta m_Q^2}{m_W^2}. \quad (1.104)$$

Ta có thể thấy các tham số này phụ thuộc vào chênh lệch khối lượng, $\Delta m_{L,Q}$, giữa thành phần trên và dưới trong các lưỡng tuyến vectorlike. Vì vậy, khi các vectorlike fermion này có khối lượng đủ lớn và gần như suy biến, các ràng buộc đối với các tham số này có thể được thỏa mãn.

- Độ lớn của các mức năng lượng mới $m_U, m_D, m_N, m_E, \langle\phi\rangle$ trong mô hình phải đủ lớn để tương thích với các kết quả thực nghiệm. Từ các tính toán ở trên, ta thấy các mức năng lượng này vào cỡ $\mathcal{O}(\text{TeV})$ là có thể thỏa mãn các điều kiện ràng buộc trong các thí nghiệm kiểm tra độ chính xác của mô hình [127].
- Sự dao động neutrino là một hiện tượng khác liên quan tới khối lượng và sự trộn lẫn neutrino. Để xử lý vấn đề này, các trạng thái tay phải của neutrino được đưa thêm vào sao cho các neutrino tay trái thu được khối lượng bé thông qua cơ chế bập bênh (see-saw mechanism).
- Mô hình vật lý mới BDW dẫn đến nhiều hiện tượng thú vị nằm ngoài mô hình chuẩn, đặc biệt là các quá trình có liên quan tới sự trộn lẫn vectorlike quark. Các hiệu ứng mới này đóng vai trò là các tiêu chí quan trọng để đánh giá độ chính xác của mô hình, và vì vậy, đáng giá khảo sát tỉ mỉ trong tương lai.

1.3 Kết luận chương 1

Chương 1 của luận án trình bày các nội dung xoay quanh mô hình BDW. Sau khi trình bày sơ lược Lagrangian của mô hình chuẩn, chúng tôi mô tả chi tiết mô hình BDW, một mô hình mở rộng của mô hình chuẩn với các hạt vectorlike và tăng thêm nhóm $U(1)_X$. Lagrangian của mô hình BDW cũng được tính toán cụ thể, thu được các số hạng khối lượng của các hạt mới, cùng với các số hạng tương tác mới sinh ra từ việc mở rộng nhóm chuẩn của mô hình, chuẩn bị cho việc nghiên cứu ở các chương sau.

Chương 2

Muon $g - 2$ và phân rã semileptonic của B meson với số hạng trộn động năng

Trong chương này, chúng tôi sẽ sử dụng mô hình BDW để khảo sát bài toán muon $g - 2$ và hai phân rã hiếm $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$, $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$, có đối chiếu cả hai trường hợp có và không có số hạng trộn động năng. Từ các dữ liệu thực nghiệm tương ứng, vùng tham số cho phép của mô hình sẽ được tìm ra. Các kết quả của chương này đã được công bố ở tài liệu số hai trong danh mục các công trình khoa học liên quan đến luận án của tác giả (Physical Review D Vol. 104 (11), 115009).

2.1 Số hạng trộn động năng

Xét một mô hình lý thuyết chứa hai nhóm chuẩn Abelian $U(1)_Y \times U(1)_X$. Phần Lagrangian của mô hình chỉ liên quan đến các trường chuẩn

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}}^{\text{kinetic}} \supset -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^1 F^{1\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 F^{2\mu\nu} - \frac{k}{2}F_{\mu\nu}^1 F^{2\mu\nu}, \quad (2.1)$$

trong đó $F_{\mu\nu}^1 = \partial_\mu A_\nu^1 - \partial_\nu A_\mu^1$ và $F_{\mu\nu}^2 = \partial_\mu A_\nu^2 - \partial_\nu A_\mu^2$ là các tensor cường độ trường ứng với các trường chuẩn A_μ^1 , A_μ^2 của nhóm $U(1)_Y$ và $U(1)_X$. Số hạng cuối cùng chính là số hạng trộn động năng, với k là hệ số trộn động năng. Số hạng này

bất biến đối với nhóm chuẩn của mô hình BDW (xem phụ lục D). Hệ số trộn động năng k đặc trưng cho sự trộn lẫn giữa hai trường chuẩn ứng với hai nhóm chuẩn nói trên. Lưu ý rằng kể cả khi $k = 0$, hiện tượng trộn năng vẫn có thể tồn tại thông qua các bổ chính lượng tử bậc cao.

Để loại bỏ số hạng trộn động năng nói trên, ta thực hiện phép quay trong không gian các trường chuẩn:

$$\begin{pmatrix} A_\mu^1 \\ A_\mu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2(1+k)}} & \frac{-1}{\sqrt{2(1-k)}} \\ \frac{1}{\sqrt{2(1+k)}} & \frac{1}{\sqrt{2(1-k)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^Y \\ A_\mu^E \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Để phép quay là thực, hệ số k phải nằm trong khoảng $-1 < k < 1$.

Phép quay này sẽ làm biến đổi ma trận tương tác chuẩn. Thật vậy, xét biểu thức đạo hàm hiệp biến:

$$D_\mu = \partial_\mu + i \begin{pmatrix} Y^1 & Y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^1 \\ A_\mu^2 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$= \partial_\mu + i \begin{pmatrix} Y^Y & Y^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{YY} & g_{YE} \\ g_{EY} & g_{EE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^Y \\ A_\mu^E \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

trong đó, các tích của nhóm chuẩn không hề thay đổi $Y^{1,2} = Y^{Y,E}$, còn ma trận tương tác chuẩn biến đổi theo quy luật

$$\begin{pmatrix} g_{YY} & g_{YE} \\ g_{EY} & g_{EE} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2(1+k)}} & \frac{-1}{\sqrt{2(1-k)}} \\ \frac{1}{\sqrt{2(1+k)}} & \frac{1}{\sqrt{2(1-k)}} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Sau khi thực hiện phép quay kể trên, có thể kiểm chứng được số hạng trộn động năng trong Lagrangian sẽ biến mất trong hệ cơ sở A_μ^Y và A_μ^E .

Tiếp đó, ta thực hiện tiếp một phép quay unitary để đơn giản hoá kết quả mà không khiến số hạng trộn động năng xuất hiện trở lại:

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ E_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g_{EE}^2 + g_{EY}^2}} \begin{pmatrix} g_{EE} & -g_{EY} \\ g_{EY} & g_{EE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^Y \\ A_\mu^E \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Đạo hàm hiệp biến cũng thay đổi một cách tương ứng

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + i \begin{pmatrix} Y^Y & Y^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{YY} & g_{YE} \\ g_{EY} & g_{EE} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{g_{EE}^2 + g_{EY}^2}} \begin{pmatrix} g_{EE} & g_{EY} \\ -g_{EY} & g_{EE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ E_\mu \end{pmatrix} \\ &= \partial_\mu + i \begin{pmatrix} Y^Y & Y^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_y & g' \\ 0 & g_E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ E_\mu \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

với các hằng số tương tác mới

$$\begin{aligned} g_y &= \frac{g_{YY}g_{EE} - g_{YE}g_{EY}}{\sqrt{g_{EE}^2 + g_{EY}^2}}, \\ g_E &= \sqrt{g_{EE}^2 + g_{EY}^2}, \\ g' &= \frac{g_{YY}g_{EY} + g_{YE}g_{EE}}{\sqrt{g_{EE}^2 + g_{EY}^2}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Trong trường hợp đơn giản, ma trận tương tác chuẩn có dạng chéo ngay từ đầu, tức là $g_{12} = g_{21} = 0$, $g_{11} = g_1$, $g_{22} = g_2$. Khi đó, sau một số tính toán, (2.8) trở thành

$$\begin{aligned} g_y &= g_1, \\ g_E &= \frac{g_2}{\sqrt{1 - k^2}}, \\ g' &= g_1 \frac{-k}{\sqrt{1 - k^2}}. \end{aligned}$$

Biểu thức đạo hàm hiệp biến có thể được viết lại dưới dạng

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + iY^Y g_y B_\mu + i(Y^Y g' + Y^E g_E) E_\mu \\ &= \partial_\mu + iY^1 g_1 B_\mu + i e^E g_E E_\mu. \end{aligned} \quad (2.9)$$

trong đó, tích hiệu dụng e^E và hằng số tương tác hiệu dụng g_E được xác định bằng công thức

$$e^E = Y^E - Y^Y \begin{pmatrix} k \frac{g_1}{g_2} \end{pmatrix} = Y^2 - Y^1 \begin{pmatrix} k \frac{g_1}{g_2} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

$$g_E = \frac{g_2}{\sqrt{1 - k^2}}. \quad (2.11)$$

Có thể thấy, trong hệ cơ sở mới này, số hạng trộn động năng biến mất. Thay

vào đó, tích và hằng số tương tác của nhóm chuẩn thứ hai được thay bằng các giá trị hiệu dụng, trong khi hai giá trị này của nhóm chuẩn thứ nhất giữ nguyên không đổi. Điều này sẽ làm cho quá trình tính toán trở nên đơn giản hơn nhiều vì không phải xét thêm quá nhiều giản đồ mới, rất thuận tiện khi xem xét các mô hình mở rộng của SM với nhóm chuẩn Abelian tăng thêm.

Ta sẽ áp dụng những điều tính được ở trên vào mô hình BDW với giả thiết số hạng trộn động năng là khác không. Sau một số phép quay thích hợp trong không gian các trường chuẩn, phần Lagrangian mô tả động năng của trường chuẩn được đưa trở về dạng chính tắc. Trong cơ sở mới này, gọi B_μ là trường chuẩn tương ứng với siêu tích Y mà chúng ta vẫn biết, với siêu tích và hằng số tương tác không có gì thay đổi. Ký hiệu Z'_μ là trường chuẩn tương ứng với nhóm chuẩn mới thêm vào $U(1)_X$. Tích và hằng số tương tác của nhóm chuẩn này sẽ trở thành các giá trị hiệu dụng X' , g'_X , được xác định theo các công thức (2.10) và (2.11). Đạo hàm hiệp biến bây giờ có dạng

$$D_\mu \supset \partial_\mu - iY g_Y B_\mu - iX' g'_X Z'_\mu, \quad (2.12)$$

trong đó, tích và hằng số tương tác hiệu dụng mới X' , g'_X được xác định thông qua các giá trị ban đầu và hệ số trộn động năng k

$$X' = \frac{-k g_Y}{g_X} Y + X, \quad (2.13)$$

$$g'_X = \frac{g_X}{\sqrt{1 - k^2}}. \quad (2.14)$$

Ở đây, $Y(X)$ và $g_Y(g_X)$ lần lượt là tích và hằng số tương tác tương ứng với các nhóm chuẩn $U(1)_Y(U(1)_X)$.

Sau khi phá vỡ đối xứng tự phát gây ra bởi VEV của trường Higgs trong SM, $\langle H \rangle = 174$ GeV, hiệu ứng trộn động năng trường chuẩn gây ra sự trộn khối lượng giữa hai hạt boson Z và Z' , dẫn đến ma trận khối lượng của các boson này không còn có dạng đường chéo:

$$M_{ZZ'}^2 = \begin{pmatrix} (g_2^2 + g_Y^2) \frac{\langle H \rangle^2}{2} & -X'_H g'_X \sqrt{g_2^2 + g_Y^2} \langle H \rangle^2 \\ -X'_H g'_X \sqrt{g_2^2 + g_Y^2} \langle H \rangle^2 & 2g_X'^2 \left(X_H'^2 \langle H \rangle^2 + X_\phi'^2 \langle \phi \rangle^2 \right) \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Đây là ma trận đối xứng thực. Để chéo hóa ma trận này, ta thực hiện phép quay như sau:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_Z & -\sin \alpha_Z \\ \sin \alpha_Z & \cos \alpha_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

với Z và Z' là các trạng thái riêng trong biểu diễn khối lượng. Ma trận khối lượng trong hệ cơ sở mới có dạng:

$$M_{ZZ'}^2 = \begin{pmatrix} \cos \alpha_Z & \sin \alpha_Z \\ -\sin \alpha_Z & \cos \alpha_Z \end{pmatrix} (M_{ZZ'}^2)_{2 \times 2} \begin{pmatrix} \cos \alpha_Z & -\sin \alpha_Z \\ \sin \alpha_Z & \cos \alpha_Z \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

với các yếu tố ma trận nhận giá trị như sau:

$$\begin{aligned} (M_{ZZ'}^2)_{12} &= (M_{ZZ'}^2)_{21} = \\ &= [(M_{ZZ'}^2)_{22} - (M_{ZZ'}^2)_{11}] \cos \alpha_Z \sin \alpha_Z \\ &\quad + (M_{ZZ'}^2)_{12} (\cos^2 \alpha_Z - \sin^2 \alpha_Z), \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} (M_{ZZ'}^2)_{11} \equiv m_Z^2 &= (M_{ZZ'}^2)_{11} \cos^2 \alpha_Z + 2 (M_{ZZ'}^2)_{12} \cos \alpha_Z \sin \alpha_Z \\ &\quad + (M_{ZZ'}^2)_{22} \sin^2 \alpha_Z, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} (M_{ZZ'}^2)_{22} \equiv m_{Z'}^2 &= (M_{ZZ'}^2)_{11} \sin^2 \alpha_Z - 2 (M_{ZZ'}^2)_{12} \cos \alpha_Z \sin \alpha_Z \\ &\quad + (M_{ZZ'}^2)_{22} \cos^2 \alpha_Z. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Từ điều kiện chéo hóa của ma trận khối lượng $(M_{ZZ'}^2)_{12} = (M_{ZZ'}^2)_{21} = 0$, ta thu được công thức xác định góc trộn α_Z :

$$\tan 2\alpha_Z = \frac{2 (M_{ZZ'}^2)_{12}}{(M_{ZZ'}^2)_{11} - (M_{ZZ'}^2)_{22}}. \quad (2.21)$$

Mặt khác, từ (2.19) và (2.20), ta có:

$$\begin{aligned} m_Z^2 + m_{Z'}^2 &= (M_{ZZ'}^2)_{11} + (M_{ZZ'}^2)_{22} \\ &= 2 (M_{ZZ'}^2)_{11} - [(M_{ZZ'}^2)_{11} - (M_{ZZ'}^2)_{22}]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Từ đó, biểu thức (2.21) có thể viết lại thành:

$$\tan 2\alpha_Z = \frac{-2 (M_{ZZ'}^2)_{12}}{m_Z^2 + m_{Z'}^2 - 2 (M_{ZZ'}^2)_{11}}. \quad (2.23)$$

Thay các yếu tố của ma trận $M_{ZZ'}^2$ trong (2.15) vào (2.23), ta được biểu thức tường minh của góc trộn α_Z :

$$\tan 2\alpha_Z = \left(-\frac{kg_Y}{\sqrt{1-k^2}} \right) \frac{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2} \langle H \rangle^2}{m_Z^2 + m_{Z'}^2 - (g_2^2 + g_Y^2) \langle H \rangle^2}. \quad (2.24)$$

Lưu ý rằng, trong giới hạn không có sự trộn động năng ($k=0$), ta trở về trường hợp mô hình BDW như cũ, tức là $X' = X$, $g'_X = g_X$ và $\alpha_Z = 0$.

Từ số hạng chứa đạo hàm hiệp biến của muon, ta tìm được các số hạng tương tác giữa muon và Z, Z' boson:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset \bar{\mu} \left[(g_V \cos \alpha_Z + g_V^k \sin \alpha_Z) \gamma^\mu + (g_A \cos \alpha_Z + g_A^k \sin \alpha_Z) \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mu Z_\mu + \\ \bar{\mu} \left[(-g_V \sin \alpha_Z + g_V^k \cos \alpha_Z) \gamma^\mu + (-g_A \sin \alpha_Z + g_A^k \cos \alpha_Z) \gamma^\mu \gamma^5 \right] \mu Z'_\mu, \end{aligned} \quad (2.25)$$

với

$$g_V = \frac{g_2}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{4} + \sin^2 \theta_W \right), \quad (2.26)$$

$$g_A = \frac{g_2}{4 \cos \theta_W}, \quad (2.27)$$

$$X'_{\mu L} = \frac{-kg_Y}{g_X} Y_{\mu L} = \frac{kg_Y}{2g_X}, \quad (2.28)$$

$$X'_{\mu R} = \frac{-kg_Y}{g_X} Y_{\mu R} = \frac{kg_Y}{g_X}, \quad (2.29)$$

$$g_V^k = g'_X \frac{X'_{\mu L} + X'_{\mu R}}{2} = \frac{3kg_Y}{4\sqrt{1-k^2}}, \quad (2.30)$$

$$g_A^k = g'_X \frac{-X'_{\mu L} + X'_{\mu R}}{2} = \frac{kg_Y}{4\sqrt{1-k^2}}. \quad (2.31)$$

Trong giới hạn không có sự trộn động năng, muon chỉ tương tác với Z boson như trong mô hình chuẩn. Tương tự, các số hạng tương tác giữa hạt lepton tích điện mới E_R và hai boson trường chuẩn trung hòa này là

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset \left[\frac{g_2 \cos \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) + g'_X X'_{LR} \sin \alpha_Z \right] \overline{E_R} \gamma^\mu E_R Z_\mu \\ + \left[-\frac{g_2 \sin \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) + g'_X X'_{LR} \cos \alpha_Z \right] \overline{E_R} \gamma^\mu E_R Z'_\mu, \end{aligned} \quad (2.32)$$

trong đó,

$$X'_{LR} = \frac{-kg_Y}{g_X} Y_{LR} + X_{LR} = \frac{kg_Y}{2g_X} + 1. \quad (2.33)$$

Đối với các hạt vô hướng mới $\chi_{r,i}$, các số hạng tương tác của chúng và Z' , Z cũng có thể tìm được thông qua khai triển các số hạng Lagrangian chứa đạo hàm hiệp biến:

$$\mathcal{L} \supset g'_X X'_\chi \sin \alpha_Z Z^\mu (\partial_\mu \chi_r \cdot \chi_i - \chi_r \cdot \partial_\mu \chi_i) + g'_X X'_\chi \cos \alpha_Z Z'^\mu (\partial_\mu \chi_r \cdot \chi_i - \chi_r \cdot \partial_\mu \chi_i), \quad (2.34)$$

với $X'_\chi = X_\chi = -1$.

Dòng FCNC của quark ở mức cây được sinh ra do sự trộn lẫn giữa quark trong SM và vectorlike quark. Ta tham số hóa các tương tác giữa quark b , quark s và các boson trường chuẩn trung hòa như sau:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &\supset X'_Q g'_X (A_{bs} \bar{b}_L \gamma^\mu s_L + B_{bs} \bar{b}_R \gamma^\mu s_R) Z'_\mu + \frac{g_2}{\cos \theta_W} C_{bs} \bar{b}_R \gamma^\mu s_R Z_\mu + h.c. \\ &= \left[(X'_Q g'_X A_{bs} \sin \alpha_Z) \bar{b}_L \gamma^\mu s_L + \left(X'_Q g'_X B_{bs} \sin \alpha_Z + \frac{g_2}{\cos \theta_W} C_{bs} \cos \alpha_Z \right) \bar{b}_R \gamma^\mu s_R \right] Z_\mu + \\ &\left[(X'_Q g'_X A_{bs} \cos \alpha_Z) \bar{b}_L \gamma^\mu s_L + \left(X'_Q g'_X B_{bs} \cos \alpha_Z - \frac{g_2}{\cos \theta_W} C_{bs} \sin \alpha_Z \right) \bar{b}_R \gamma^\mu s_R \right] Z'_\mu + h.c., \end{aligned} \quad (2.35)$$

với

$$X'_Q = -2 - \frac{kg_Y}{6g_X}, \quad (2.36)$$

và A_{bs} , B_{bs} , C_{bs} là các tham số đặc trưng cho các FCNC trong chuyển tiếp $b \rightarrow s$. Ở mức cây, các tham số này được cho bởi

$$A_{bs} = \left(V_L^d \cdot \text{diag}(0, 0, 0, 1) \cdot V_L^{d\dagger} \right)_{32} = (V_L^d)_{34} (V_L^d)_{24}^*, \quad (2.37)$$

$$B_{bs} = \left(V_R^d \cdot \text{diag}(0, 0, 0, 1) \cdot V_R^{d\dagger} \right)_{32} = (V_R^d)_{34} (V_R^d)_{24}^*, \quad (2.38)$$

$$C_{bs} = \left(V_R^d \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W, \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W, \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W, -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \cdot V_R^{d\dagger} \right)_{32}. \quad (2.39)$$

Để đơn giản, giả thiết rằng sự trộn lẫn giữa vectorlike quark và các quark trong

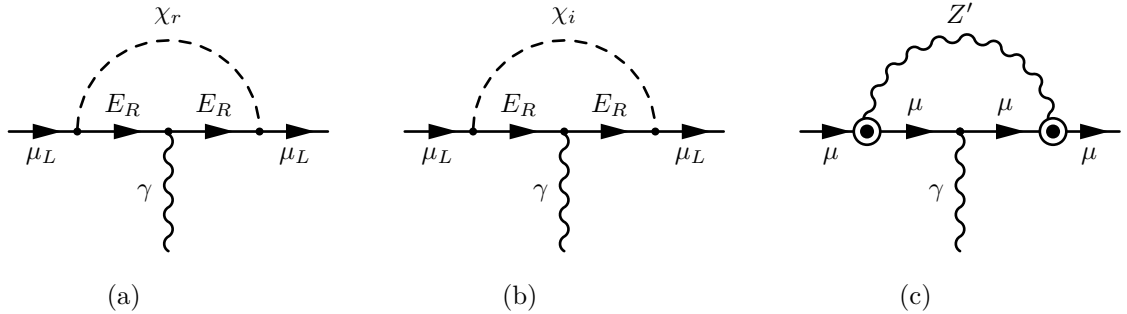
SM thuộc thể hệ thứ nhất là không đáng kể, tham số C_{bs} có thể xem gần đúng bằng

$$C_{bs} \approx \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) B_{bs}. \quad (2.40)$$

Ở mức vòng, các tham số này được xem như các tham số hiệu dụng, chứa đựng thông tin về vật lý mới liên quan tới phần quark của mô hình.

2.2 Muon $g - 2$

Trong mô hình BDW, vật lý mới đóng góp vào moment từ dị thường của muon thông qua tương tác trường chuẩn liên quan tới hạt boson Z' cùng tương tác Yukawa giữa vô hướng χ , phần tay phải của vectorlike lepton E_R và muon. Các giản đồ Feynman ứng với các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với muon $g - 2$ được biểu diễn trên hình 2.1. Giản đồ (a) và (b) liên quan tới hằng số tương tác Yukawa y_μ trong biểu thức (1.15). Đóng góp của giản đồ (c) sinh ra bởi hiệu ứng trộn động năng trường chuẩn.



Hình 2.1: Các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với muon $g - 2$. Các đỉnh tương tác chỉ sinh ra do hiệu ứng trộn động năng được biểu diễn bằng một vòng tròn bao quanh một dấu chấm.

Vận dụng các quy tắc Feynman trong phụ lục B, chúng tôi đã viết các yếu tố ma trận ứng với các giản đồ trên. Sau một loạt các biến đổi đại số, trong đó có sử dụng các công thức trong phụ lục A, ta thu được biểu thức giải tích đóng góp của vật lý mới đối với muon $g - 2$ có dạng như sau:

$$\Delta a_\mu^{\text{NP}} = \frac{|y_\mu|^2 m_\mu^2}{32\pi^2 m_{\chi_r}^2} \left[F_g(\tau) + \left(\frac{1}{1+\delta} \right) F_g \left(\frac{\tau}{1+\delta} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\beta}{4\pi^2} \int_0^1 dz(1-z) \left\{ (-g_A \sin \alpha_Z + g_A^k \cos \alpha_Z)^2 (3z-1) \ln [\beta(1-z)^2 + z] \right. \\
& \left. + \frac{(-g_V \sin \alpha_Z + g_V^k \cos \alpha_Z)^2 z(1-z) - (-g_A \sin \alpha_Z + g_A^k \cos \alpha_Z)^2 z(z+3)}{\beta(1-z)^2 + z} \right\}, \tag{2.41}
\end{aligned}$$

với

$$\tau = \frac{m_L^2}{m_{\chi_r}^2}, \tag{2.42}$$

$$\delta = \frac{m_{\chi_i}^2}{m_{\chi_r}^2} - 1, \tag{2.43}$$

$$\beta = \frac{m_\mu^2}{m_{Z'}^2}. \tag{2.44}$$

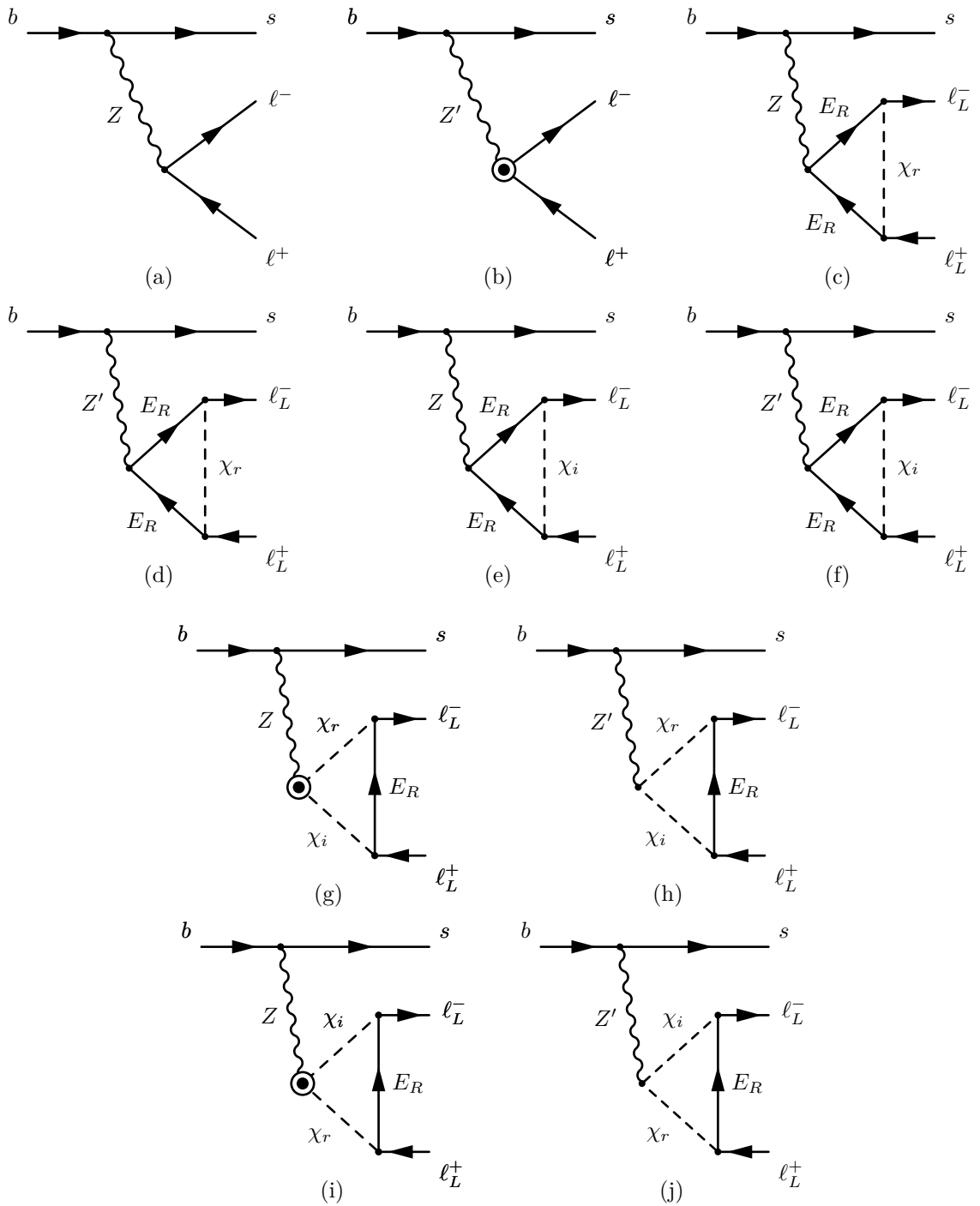
Số hạng thứ nhất (có dấu ngoặc vuông) trong (2.41) ứng với các đóng góp của giản đồ (a) và (b) trong hình 2.1. Ở đây, hàm tích phân vòng $F_g(x)$ được cho bằng

$$F_g(x) = \frac{1}{6(1-x)^4} (6x \ln x + x^3 - 6x^2 + 3x + 2). \tag{2.45}$$

Số hạng này phù hợp với kết quả trong tài liệu [59] cho trường hợp không có sự trộn động năng. Số hạng thứ hai (có dấu tích phân) trong (2.41) sinh ra từ hiệu ứng trộn động năng thông qua giản đồ trong hình 2.1c. Nó triệt tiêu khi $k = 0$. Hơn nữa, đóng góp của số hạng thứ hai này là không đáng kể do nó phụ thuộc vào các hệ số rất bé β và hệ số trộn động năng k . Chính vì vậy, dấu của Δa_μ^{NP} được quyết định bởi dấu của số hạng đầu tiên trong (2.41), luôn là dấu dương.

2.3 Các hệ số Wilson

Các hệ số Wilson (xem phụ lục C) vô hướng và giả vô hướng $C_{S,P}$ là rất bé do bị hạn chế bởi phân rã $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ [44, 45], trong mục này của luận án, ta chỉ dùng các hệ số Wilson $C_{9,10}^{(\prime)}$ để tính các tỷ số phân nhánh semileptonic của B meson. Các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với các hệ số Wilson $C_9^{(\prime)}$ và $C_{10}^{(\prime)}$ được minh họa bởi các giản đồ Feynman trên hình 2.2. Ở đây, ta chỉ xét các giản đồ tương ứng với các yếu tố ma trận tỷ lệ với bậc hai theo các hằng số



Hình 2.2: Các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với các hệ số Wilson $C_9^{(\prime)}$ và $C_{10}^{(\prime)}$. Các đỉnh tương tác chỉ sinh ra do hiệu ứng trộn động năng được biểu diễn bằng một vòng tròn bao quanh một dấu chấm.

tương tác g_2 hoặc g_X .

Trong hình 2.2a, đóng góp của vật lý mới ở mức cây sinh ra bởi tương tác ở đỉnh bsZ , là hệ quả của sự trộn lẫn giữa các quark trong SM và vectorlike quark. Đóng góp của giản đồ 2.2b là do hiệu ứng trộn động năng. Đóng góp của các giản đồ (c)-(f) sinh ra từ các tương tác giữa các vectorlike lepton mang điện E_R và Z, Z' boson. Với trường hợp các giản đồ (g)-(j), tương tác giữa các vô hướng $\chi_{r,i}$ và các trường chuẩn Z, Z' đóng vai trò quan trọng. Các đóng góp của giản đồ (h) và (j) luôn tồn tại, trong khi đó, các giản đồ (g) và (i) sinh ra là do sự trộn ZZ' , và do đó chỉ xuất hiện khi $k \neq 0$.

Việc tính toán các đóng góp tương ứng với các giản đồ trên hình 2.2 được thực hiện thông qua các quy tắc Feynman và các phép biến đổi đại số Dirac. Các số hạng phân kỳ trong bốn giản đồ (d), (f), (h), (j) triệt tiêu lẫn nhau, trong khi các thành phần vô hạn từ các giản đồ (c), (e), (g), (i) có thể được loại bỏ thông qua việc tái chuẩn hóa đỉnh tương tác $Z - \ell^+ - \ell^-$. Các đóng góp mới vào các hệ số Wilson thu được bằng cách đối chiếu các yếu tố ma trận với các số hạng tương ứng trong Hamiltonian hiệu dụng mô tả quá trình $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$. Phần bổ chính liên quan tới vật lý mới đối với bốn hệ số Wilson $C_{9,10}^{(\prime)}$ theo các giản đồ trên hình 2.2 là:

$$C_9^{\text{NP}} = \frac{12g_X + kg_Y}{12(1-k^2)} \left(\frac{g_X \cos \alpha_Z}{m_{Z'}^2} A_k + \frac{g_2 \sin \alpha_Z}{m_Z^2} A_k^Z \right) \Lambda_{\text{SM}}^2 \frac{|V_{tb}V_{ts}^*|}{V_{tb}V_{ts}^*} A_{bs}, \quad (2.46)$$

$$C_9^{\prime\text{NP}} = \left\{ \frac{12g_X + kg_Y}{12(1-k^2)} \left(\frac{g_X \cos \alpha_Z}{m_{Z'}^2} A_k + \frac{g_2 \sin \alpha_Z}{m_Z^2} A_k^Z \right) + \frac{g_2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right)}{2 \cos \theta_W \sqrt{1-k^2}} \left[\frac{g_X \sin \alpha_Z}{m_{Z'}^2} A_k - \frac{g_2 \cos \alpha_Z}{m_Z^2} A_k^Z \right] \right\} \Lambda_{\text{SM}}^2 \frac{|V_{tb}V_{ts}^*|}{V_{tb}V_{ts}^*} B_{bs}, \quad (2.47)$$

$$C_{10}^{\text{NP}} = \frac{12g_X + kg_Y}{12(1-k^2)} \left(\frac{g_X \cos \alpha_Z}{m_{Z'}^2} B_k + \frac{g_2 \sin \alpha_Z}{m_Z^2} B_k^Z \right) \Lambda_{\text{SM}}^2 \frac{|V_{tb}V_{ts}^*|}{V_{tb}V_{ts}^*} A_{bs}, \quad (2.48)$$

$$C_{10}^{\prime\text{NP}} = \left\{ \frac{12g_X + kg_Y}{12(1-k^2)} \left(\frac{g_X \cos \alpha_Z}{m_{Z'}^2} B_k + \frac{g_2 \sin \alpha_Z}{m_Z^2} B_k^Z \right) + \frac{g_2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right)}{2 \cos \theta_W \sqrt{1-k^2}} \left[\frac{g_X \sin \alpha_Z}{m_{Z'}^2} B_k - \frac{g_2 \cos \alpha_Z}{m_Z^2} B_k^Z \right] \right\} \Lambda_{\text{SM}}^2 \frac{|V_{tb}V_{ts}^*|}{V_{tb}V_{ts}^*} B_{bs}, \quad (2.49)$$

trong đó, các ký hiệu A_k , A_k^Z , B_k và B_k^Z được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned}
A_k(q^2) &= \left[\frac{3kg_Y \cos \alpha_Z}{4g_X} - \frac{g_2 \sqrt{1-k^2} \sin \alpha_Z}{g_X \cos \theta_W} \left(-\frac{1}{4} + \sin^2 \theta_W \right) \right] + \frac{|y_\ell|^2 \cos \alpha_Z}{32\pi^2} f_A \\
&+ \frac{|y_\ell|^2}{32\pi^2} \left[\left(1 + \frac{kg_Y}{2g_X} \right) \cos \alpha_Z - \frac{g_2 \sqrt{1-k^2} \sin \alpha_Z}{g_X \cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \right] g_A,
\end{aligned} \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned}
A_k^Z(q^2) &= \left[\frac{\sqrt{1-k^2}}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{4} + \sin^2 \theta_W \right) \cos \alpha_Z + \frac{3kg_Y}{4g_2} \sin \alpha_Z \right] + \frac{|y_\ell|^2 g_X \sin \alpha_Z}{32\pi^2 g_2} f_A \\
&+ \frac{|y_\ell|^2}{32\pi^2} \left[\frac{\sqrt{1-k^2} \cos \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) + \left(1 + \frac{kg_Y}{2g_X} \right) \frac{g_X \sin \alpha_Z}{g_2} \right] g_A,
\end{aligned} \tag{2.51}$$

$$\begin{aligned}
B_k(q^2) &= \left[\frac{kg_Y \cos \alpha_Z}{4g_X} - \frac{g_2 \sqrt{1-k^2} \sin \alpha_Z}{4g_X \cos \theta_W} \right] - \frac{|y_\ell|^2 \cos \alpha_Z}{32\pi^2} f_B \\
&+ \frac{|y_\ell|^2}{32\pi^2} \left[\left(1 + \frac{kg_Y}{2g_X} \right) \cos \alpha_Z - \frac{g_2 \sqrt{1-k^2} \sin \alpha_Z}{g_X \cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \right] g_B,
\end{aligned} \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned}
B_k^Z(q^2) &= \left[\frac{\sqrt{1-k^2}}{4 \cos \theta_W} \cos \alpha_Z + \frac{kg_Y}{4g_2} \sin \alpha_Z \right] - \frac{|y_\ell|^2 g_X \sin \alpha_Z}{32\pi^2 g_2} f_B \\
&+ \frac{|y_\ell|^2}{32\pi^2} \left[\frac{\sqrt{1-k^2} \cos \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) + \left(1 + \frac{kg_Y}{2g_X} \right) \frac{g_X \sin \alpha_Z}{g_2} \right] g_B.
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Trong các công thức trên, các hàm tích phân vòng f_A , g_A , f_B và g_B được cho bởi

$$\begin{aligned}
f_A &= \int dx dy dz \delta(1-x-y-z) \left\{ \frac{\ln [(\tau z + x + y + \delta x)(\tau z + x + y + \delta y)]}{2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{m_\ell^2}{m_{\chi_r}^2} z(1-z) \left[\frac{1}{\tau z + x + y + \delta x} + \frac{1}{\tau z + x + y + \delta y} \right] \right\}, \tag{2.54}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_A &= \int dx dy dz \delta(1-x-y-z) \left\{ -\frac{\ln [(\tau(x+y) + z)(\tau(x+y) + z + \delta z)]}{2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{z^2 m_\ell^2 + xyq^2 + m_L^2}{2m_{\chi_r}^2} \left[\frac{1}{\tau(x+y) + z} + \frac{1}{\tau(x+y) + z + \delta z} \right] \right\}, \tag{2.55}
\end{aligned}$$

$$f_B = \int dx dy dz \delta(1-x-y-z) \frac{\ln [(\tau z + x + y + \delta x)(\tau z + x + y + \delta y)]}{2}, \quad (2.56)$$

$$g_B = \int dx dy dz \delta(1-x-y-z) \left\{ \frac{\ln [(\tau(x+y) + z)(\tau(x+y) + z + \delta z)]}{2} + \frac{z^2 m_\ell^2 - xyq^2 - m_L^2}{2m_{\chi_r}^2} \left[\frac{1}{\tau(x+y) + z} + \frac{1}{\tau(x+y) + z + \delta z} \right] \right\}, \quad (2.57)$$

là kết quả của quá trình tham số hóa Feynman. Trong các công thức này, ℓ là một trong các lepton mang điện trong mô hình chuẩn $\{e, \mu, \tau\}$.

2.4 Phân tích số liệu và đồ thị

Trong quá trình phân tích số liệu, để đơn giản, ta giả thiết các vectorlike lepton chỉ tương tác với muon (y_μ đáng kể), còn tương tác với electron có thể bỏ qua ($y_e = 0$). Từ đó, bộ các tham số tự do đầu vào sẽ là

$$m_{\chi_r}, m_{Z'}, k, g_X, y_\mu, \tau, \delta, A_{bs}, B_{bs}. \quad (2.58)$$

Trong mục này, ta xem xét các ràng buộc liên quan tới moment từ dị thường muon và các phân rã semileptonic của B meson. Độ lệch giữa giá trị thực nghiệm và tiên đoán SM của muon $g - 2$ theo các tài liệu [33, 53, 127] là

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (25.1 \pm 5.9) \times 10^{-10}. \quad (2.59)$$

Thí nghiệm đang tiến hành E989 sẽ có khả năng đạt tới độ chính xác 140 phần tỷ [84, 89]. Giả thiết giá trị trung tâm của Δa_μ vẫn giữ nguyên theo kết quả (2.59), độ lệch dự kiến giữa giá trị thực nghiệm và tiên đoán của SM trở thành

$$\Delta a_\mu^{\text{projected}} = (25.1 \pm 4.6) \times 10^{-10}, \quad (2.60)$$

cũng tức là 5.5σ .

Về phần các phân rã semileptonic của B meson, ta xét các tỷ số phân nhánh của các quá trình $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$, $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-$ và các đại lượng quan sát được R_K và R_{K^*} , đặc trưng cho sự vi phạm tính phổ quát của lepton (lepton universality). Xét khối lượng bất biến (invariant mass) của muon trong vùng $q^2 = [1.1, 6.0] \text{ GeV}^2$, vùng 2σ cho phép của các đại lượng quan sát được của B

meson là như sau:

$$1.050 \times 10^{-7} < \text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-) < 1.322 \times 10^{-7}, \quad [25, 28, 49] \quad (2.61)$$

$$1.382 \times 10^{-7} < \text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-) < 1.970 \times 10^{-7}, \quad [26, 49] \quad (2.62)$$

$$0.764 < R_K = \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)} < 0.934, \quad [19, 29, 30, 50] \quad (2.63)$$

$$0.53 < R_{K^*} = \frac{\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)}{\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} e^+ e^-)} < 0.95, \quad [21, 32, 50] \quad (2.64)$$

theo các kết quả từ thí nghiệm LHCb. Tỷ số phân nhánh vi phân của phân rã $B \rightarrow K \ell^+ \ell^-$ được cho bởi [46]:

$$\frac{d\text{BR}(B \rightarrow K \ell^+ \ell^-)}{dq^2} = \frac{\tau_B G_F^2 \alpha_e^2 |V_{tb} V_{ts}^*|^2}{2^9 \pi^5 m_B^3} \cdot \frac{\lambda^{3/2}}{3} (|F_A|^2 + |F_V|^2), \quad (2.65)$$

với

$$F_A = (C_{10} + C'_{10}) f_+(q^2), \quad (2.66)$$

$$F_V = (C_9 + C'_9) f_+(q^2) + (C_7 + C'_7) \frac{2m_b}{m_B + m_K} f_T(q^2), \quad (2.67)$$

$$\lambda = m_B^4 + m_K^4 + q^4 - 2(m_B^2 m_K^2 + m_B^2 q^2 + m_K^2 q^2). \quad (2.68)$$

Ở đây, f_+ , f_T là các thừa số dạng (form factor), G_F , α_e , τ_B lần lượt là hằng số Fermi, hằng số cấu trúc tinh tế và thời gian sống của B meson. Trong khi đó, tỷ số phân nhánh vi phân của phân rã $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$ lại được tính từ công thức [67, 132]:

$$\frac{d\text{BR}(B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-)}{dq^2} = \tau_B \left[\frac{3}{4} (I_1^c + 2I_1^s) - \frac{1}{4} (I_2^c + 2I_2^s) \right], \quad (2.69)$$

với

$$I_1^c = (|F_0^L|^2 + |F_0^R|^2) + 8\hat{m}_l^2 \text{Re}(F_0^L F_0^{R*}) + 4\hat{m}_l^2 |F_t|^2, \quad (2.70)$$

$$I_1^s = \left(\frac{3}{4} - \hat{m}_l^2\right) \left(|F_\perp^L|^2 + |F_\parallel^L|^2 + |F_\perp^R|^2 + |F_\parallel^R|^2\right) + 4\hat{m}_l^2 \text{Re}\left(F_\perp^L F_\perp^{R*} + F_\parallel^L F_\parallel^{R*}\right), \quad (2.71)$$

$$I_2^c = -\beta_l^2 (|F_0^L|^2 + |F_0^R|^2), \quad (2.72)$$

$$I_2^s = \frac{1}{4} \beta_l^2 \left(|F_\perp^L|^2 + |F_\parallel^L|^2 + |F_\perp^R|^2 + |F_\parallel^R|^2\right). \quad (2.73)$$

Các đại lượng $F^{L/R}$ là hàm theo các thừa số dạng (form factor) V , $A_{0,1,2}$, $T_{1,2,3}$ và các hệ số Wilson $C_{9,10}^{(\prime)}$:

$$F_t = 2i\sqrt{N_{K_J^*}}N_1(C_{10} - C'_{10})\frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{q^2}}A_0(q^2), \quad (2.74)$$

$$F_0^{L,R} = i\frac{\sqrt{N_{K_J^*}}N_1}{2m_{K^*}\sqrt{q^2}} \left\{ [(C_9 - C'_9) \mp (C_{10} - C'_{10})] \times \right. \\ \times \left[(m_B^2 - m_{K^*}^2 - q^2)(m_B + m_{K^*})A_1(q^2) - \frac{\lambda}{m_B + m_{K^*}}A_2(q^2) \right] \\ \left. + (C_7 - C'_7) \cdot 2m_b \left[(m_B^2 + 3m_{K^*}^2 - q^2)T_2(q^2) - \frac{\lambda}{m_B^2 + m_{K^*}^2}T_3(q^2) \right] \right\}, \quad (2.75)$$

$$F_{\perp}^{L,R} = -i\sqrt{2N_{K_J^*}}N_1 \left\{ [(C_9 + C'_9) \mp (C_{10} + C'_{10})] \frac{\sqrt{\lambda}V(q^2)}{m_B + m_{K^*}} \right. \\ \left. + (C_7 + C'_7) \frac{2m_b\sqrt{\lambda}}{q^2}T_1(q^2) \right\}, \quad (2.76)$$

$$F_{\parallel}^{L,R} = i\sqrt{2N_{K_J^*}}N_1 \left\{ [(C_9 - C'_9) \mp (C_{10} - C'_{10})] (m_B + m_{K^*})A_1(q^2) \right. \\ \left. + (C_7 - C'_7) \frac{2m_b(m_B^2 - m_{K^*}^2)}{q^2}T_2(q^2) \right\}, \quad (2.77)$$

trong đó,

$$N_1 = \frac{G_F\alpha_e V_{tb}V_{ts}^*}{4\sqrt{2}\pi}, \quad (2.78)$$

$$N_{K_J^*} = \frac{\sqrt{\lambda}q^2\beta_l}{3 \cdot 2^5\pi^3 m_B^3}, \quad (2.79)$$

$$\beta_l = \sqrt{1 - 4\hat{m}_l^2}, \quad (2.80)$$

$$\hat{m}_l^2 = \frac{m_l^2}{q^2}. \quad (2.81)$$

Lưu ý rằng trong các công thức trên, các số hạng chứa C_7 , C'_7 là rất bé so với các số hạng còn lại và có thể được bỏ qua. Trong quá trình tính toán, dữ liệu về các thừa số dạng tương ứng trong tài liệu [64] cũng đã được sử dụng.

Nhiều thí nghiệm tìm kiếm Z' boson đã được thực hiện ở LHC run II trong nhiều kênh khác nhau ứng với sản phẩm phân rã là dilepton [6, 13, 121], di-quark [7, 14, 122–124] và Zh [18] cho vùng giá trị rộng tới 6 TeV của $m_{Z'}$. Từ các thí nghiệm này, ta thu được giới hạn trên cho tích của tiết diện tán xạ sinh thành Z' boson và tỷ số phân nhánh của nó, từ đó lại đặt được các ràng buộc cho khối lượng Z' và các tương tác với các hạt trong mô hình chuẩn. Trong mô hình BDW, để xử lý dị thường muon $g - 2$, các tương tác hiệu dụng sinh ra bởi các bổ chính vòng giữa Z' và muon phải đủ lớn. Dẫn tới, phân rã thành $\mu\bar{\mu}$ và $\nu_\mu\bar{\nu}_\mu$ đóng vai trò chủ đạo trong các phân rã của Z' boson [59]. Vì vậy, trong các điều kiện ràng buộc nói trên, các ràng buộc liên quan tới phân rã thành hai muon là nghiêm ngặt nhất đối với mô hình.

Các giới hạn đối với hệ số trộn động năng k và khối lượng $m_{Z'}$ thu được từ các thí nghiệm kiểm chứng độ chính xác điện yếu và các dữ liệu thực nghiệm khác từ các kênh phân rã như $h \rightarrow ZZ'$ và $h \rightarrow Z'Z'$ hoặc quá trình sinh hạt Z' Drell-Yan [81]. Theo đó, trong miền khối lượng của Z' boson dưới $\mathcal{O}(1)$ TeV, giới hạn của hệ số trộn động năng là $k \lesssim \mathcal{O}(10^{-2})$. Các nghiên cứu của BarBar Collaboration [99] và KLOE-2 Collaboration [52] cho thấy vùng khối lượng nhỏ dưới 10 GeV của Z' ứng với cận trên nhỏ nhất của k . Gần đây, CMS Collaboration đã khảo sát kênh phân rã thành cặp muon ở LHC với năng lượng khối tâm (center of mass energy) $\sqrt{s} = 13$ TeV nhằm tìm kiếm các đỉnh cộng hưởng hẹp hơn [125]. Nghiên cứu tương tự cũng đã được triển khai bởi LHCb Collaboration [27]. Các kết quả này cho thấy một sự ràng buộc gắt gao đối với hệ số trộn động năng k ứng với vùng khối lượng Z' boson nhỏ hơn 200 GeV. Giới hạn trên của k cho các vùng khác nhau của $m_{Z'}$ được ước tính như sau:

$$k \lesssim \begin{cases} 10^{-3}, & \text{for } m_{Z'} < 10 \text{ GeV}, & [52, 99] \\ 1.5 \times 10^{-3}, & \text{for } 10.6 \text{ GeV} < m_{Z'} < 30 \text{ GeV}, & [27] \\ 2 \times 10^{-3}, & \text{for } 30 \text{ GeV} < m_{Z'} < 75 \text{ GeV}, & [125] \\ 4 \times 10^{-3}, & \text{for } 110 \text{ GeV} < m_{Z'} < 200 \text{ GeV}. & [125] \end{cases} \quad (2.82)$$

Thí nghiệm LEP cũng đã triển khai tìm kiếm các slepton bằng cách sử dụng các kênh có cùng trạng thái cuối với các kênh vectorlike lepton tương ứng. Từ đó

thu được giới hạn dưới cho khối lượng của các vectorlike lepton mang điện [31]:

$$m_L \gtrsim 100 \text{ GeV}. \quad (2.83)$$

Tương tự, ràng buộc của LHC về khối lượng vectorlike lepton cũng có thể đạt được từ các dữ liệu về quá trình tìm kiếm slepton ở các thí nghiệm ATLAS và CMS ở 13 TeV [15, 16, 97, 126]. Theo đó, các vectorlike lepton phải thỏa mãn điều kiện hoặc $m_L \gtrsim \mathcal{O}(1) \text{ TeV}$, hoặc

$$m_L - m_{\chi_r} \lesssim 60 \text{ GeV}. \quad (2.84)$$

Để giải thích dị thường muon $g-2$ trong khi vẫn giữ hằng số tương tác y_μ trong giới hạn nhiễu loạn, khối lượng vectorlike lepton phải đủ nhẹ. Do đó, các trường hợp với m_L và m_{χ_r} không chênh lệch nhiều là thích hợp nhất. Với $m_{\chi_r} \sim \mathcal{O}(100) \text{ GeV}$, điều kiện (2.84) kéo theo $\tau \sim \mathcal{O}(1)$. Giả thiết rằng hạt χ_r là ổn định, điều kiện (2.84) trở thành

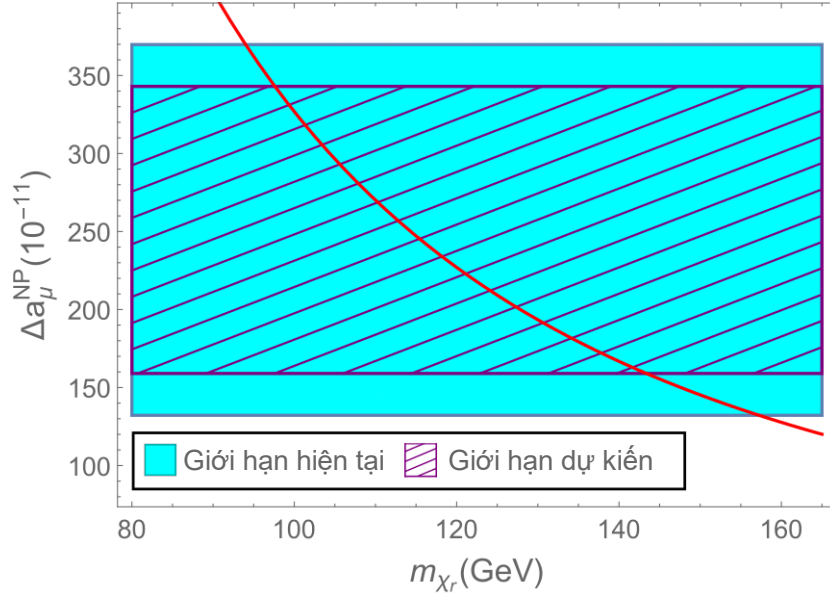
$$0 < m_L - m_{\chi_r} \lesssim 60 \text{ (GeV)}. \quad (2.85)$$

Vùng tham số ứng với phổ khối lượng hẹp ở trên cũng chịu một ràng buộc theo một nghiên cứu của ATLAS Collaboration [17].

*** Ràng buộc đối với m_{χ_r} :**

Vì khối lượng của trường vô hướng χ_r là một tham số tự do trong biểu thức (2.41), điều kiện (2.59) sẽ áp đặt ràng buộc cho tham số m_{χ_r} để giải thích dị thường của muon $g-2$. Trên hình 2.3, ta biểu diễn sự phụ thuộc của Δa_μ^{NP} vào m_{χ_r} với các tham số khác nhận giá trị cố định, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$, $y_\mu = 3$ và $k = 0$. Trong trường hợp này, từ các giới hạn (2.59) đối với muon $g-2$ ta suy ra khoảng 2σ cho các giá trị khả dĩ của khối lượng χ_r là $94 \text{ GeV} \lesssim m_{\chi_r} \lesssim 157 \text{ GeV}$.¹ Trong tương lai gần, khi các đo đạc ở thí nghiệm E989 hoàn thành, ta dự kiến vùng tham số này sẽ được cải thiện hơn. Giới hạn dự kiến trong (2.60) dẫn đến một ràng buộc càng nghiêm ngặt hơn đối với tham số này, đó là $98 \text{ GeV} \lesssim m_{\chi_r} \lesssim 143 \text{ GeV}$.

¹Chú ý rằng khi m_{χ_r} vượt quá cận trên này, mặc dù đóng góp của vật lý mới đối với muon $g-2$ không đủ lớn để giải thích các số liệu thực nghiệm đo được trong vùng 2σ , nhưng điều này là chưa đủ để hoàn toàn phủ nhận mô hình ta đang xét vì các tiên đoán khác của nó vẫn phù hợp với mô hình chuẩn.

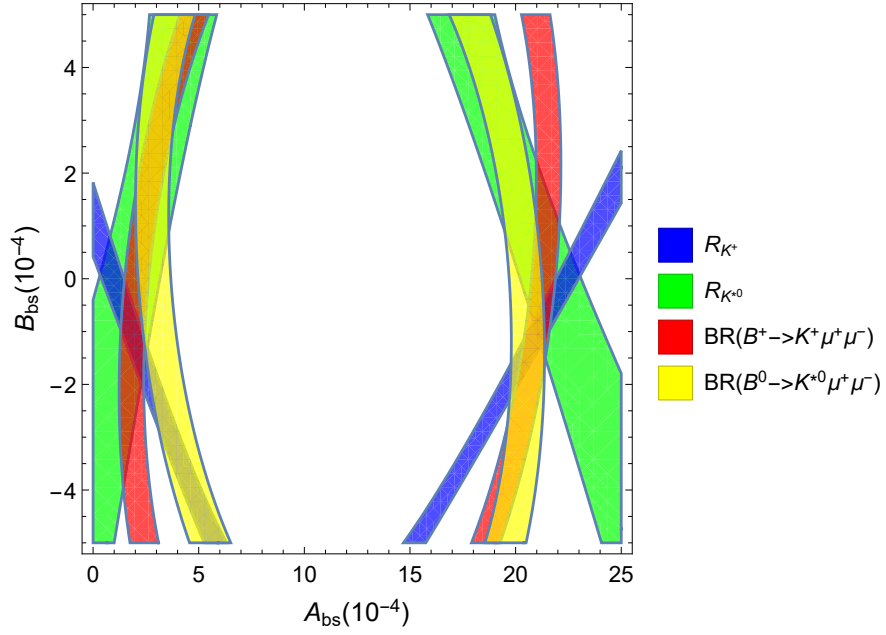


Hình 2.3: Đóng góp của vật lý mới đối với moment từ dị thường của muon như một hàm của m_{χ_r} trong trường hợp $\tau = 1.78$, $\delta = 1$, $y_\mu = 3$ và $k = 0$. Vùng màu xanh da trời và vùng gạch chéo lần lượt là các giới hạn 2σ hiện tại (2.59) và dự kiến khi thí nghiệm E989 hoàn thành (2.60).

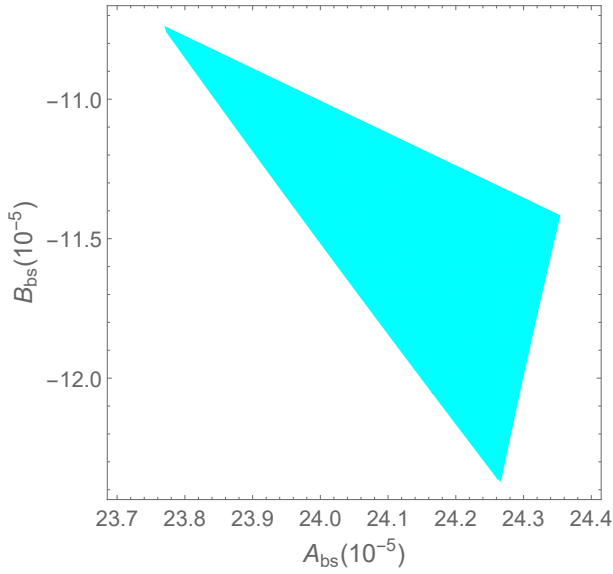
Trong các phân tích tiếp theo về muon $g - 2$ trong luận án, giá trị $m_{\chi_r} = 120$ GeV được chọn với vai trò đại diện.

*** Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) :**

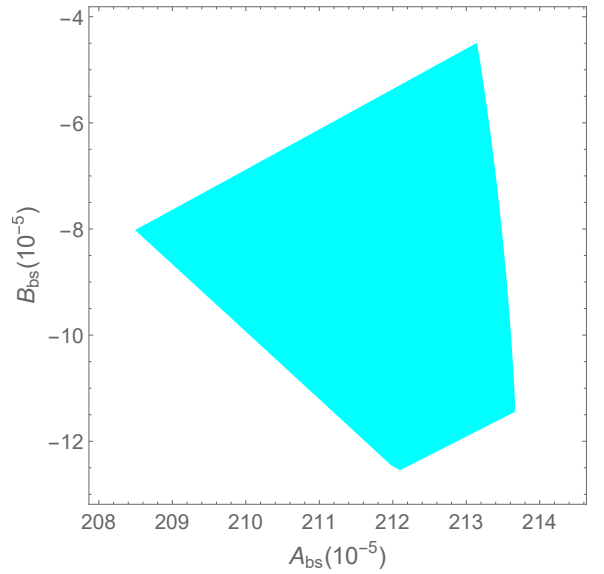
Hai tham số A_{bs} và B_{bs} bị ràng buộc bởi các kết quả thực nghiệm về tỷ số phân nhánh của các phân rã semileptonic $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ và $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ (biểu thức (2.61)-(2.62)), cùng với các tỷ số R_K và R_{K^*} (biểu thức (2.63)-(2.64)). Trên hình 2.4, các ràng buộc ở mức 2σ được biểu diễn bằng các vùng màu đỏ, vàng, xanh dương và xanh lá cây trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp các tham số khác được giữ không đổi $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và không có hiệu ứng trộn động năng. Các dải màu tương ứng với các điều kiện ràng buộc có dạng gần đúng như hình elip. Đây là bởi vì các đại lượng mà ta đang khảo sát là hàm bậc hai theo các hệ số Wilson $C_9^{(')NP}$ và $C_{10}^{(')NP}$, mà các hệ số này lại là hàm bậc nhất theo các tham số A_{bs} và B_{bs} . Ở đây ta thấy có hai vùng giao nhau, vùng bên trái và vùng bên phải, thỏa mãn tất cả các điều kiện ràng buộc. Chúng được trích ra và phóng to trên hai hình 2.5 và 2.6. Ta thấy miền được phép của A_{bs} và B_{bs} ở vùng bên trái lần lượt là



Hình 2.4: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

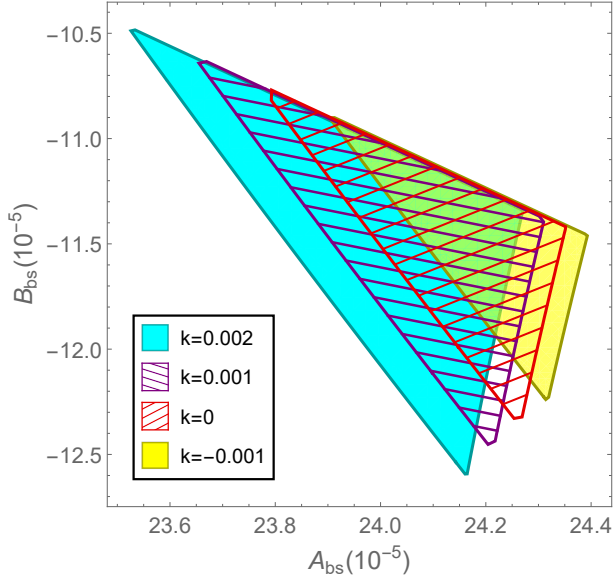


Hình 2.5: Vùng tham số khả dĩ bên trái trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

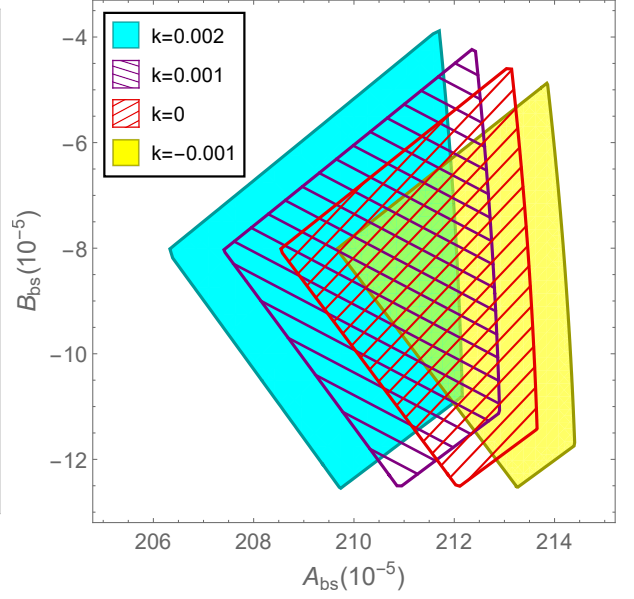


Hình 2.6: Vùng tham số khả dĩ bên phải trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

$23.77 \times 10^{-5} \lesssim A_{bs} \lesssim 24.36 \times 10^{-5}$ và $-12.38 \times 10^{-5} \lesssim B_{bs} \lesssim -10.74 \times 10^{-5}$. Đối với vùng bên phải, các giới hạn tương ứng là $208.5 \times 10^{-5} \lesssim A_{bs} \lesssim 213.7 \times 10^{-5}$ và



Hình 2.7: Vùng tham số khả dĩ bên trái trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$.

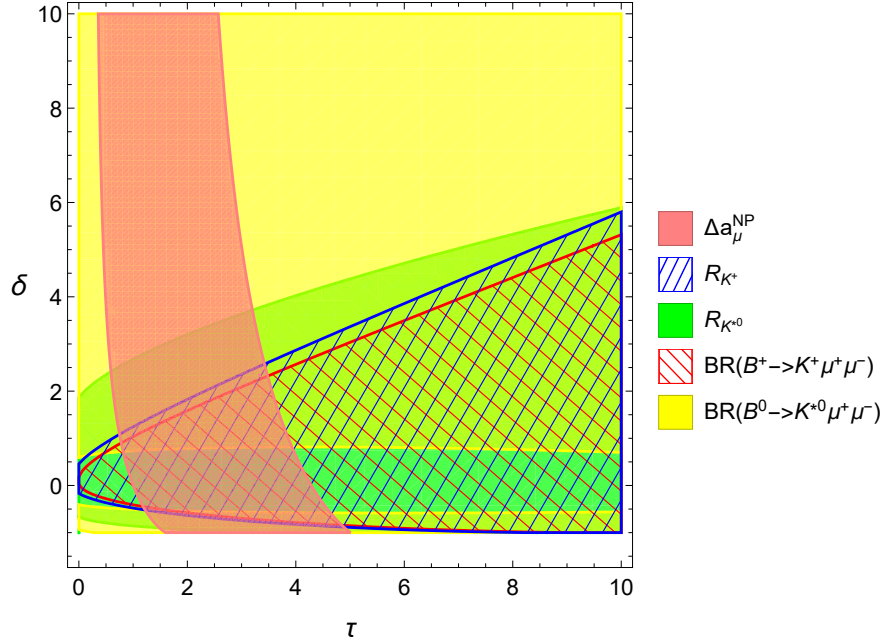


Hình 2.8: Vùng tham số khả dĩ bên phải trên mặt phẳng (A_{bs}, B_{bs}) cho trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$.

$-12.55 \times 10^{-5} \lesssim B_{bs} \lesssim -4.46 \times 10^{-5}$. Từ bậc của hai tham số này, dễ thấy đóng góp của các quá trình FCNC là hầu như không đáng kể.

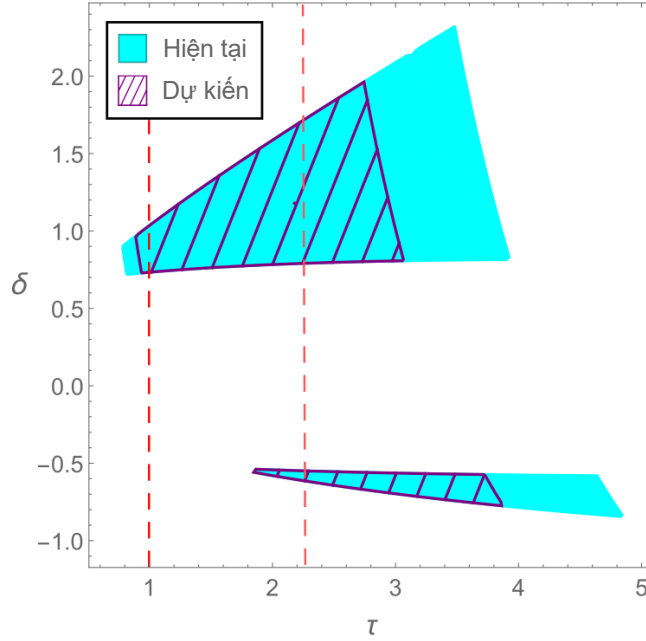
Hình 2.7 biểu diễn vùng thỏa mãn tất cả các điều kiện ràng buộc ở bên trái, ứng với các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001$ và 0.002 . Chúng được thể hiện bằng các vùng màu vàng, đỏ gạch chéo, tím gạch chéo và màu xanh da trời trên đồ thị. Ta thấy vùng được phép dịch chuyển dần sang trái về phía các giá trị A_{bs} bé, đồng thời tăng lớn diện tích khi hệ số k tăng lên. Điều này đồng nghĩa với việc lựa chọn các tham số A_{bs} và B_{bs} trở nên linh động hơn khi k lớn. Tình huống đối với vùng bên phải được thể hiện trên hình 2.8 ứng với các trường hợp $k = -0.001, 0, 0.001$ và 0.002 . Ta thấy giá trị cận dưới của B_{bs} trong vùng này ($\sim -12.55 \times 10^{-5}$) hầu như không đổi khi k biến thiên, trong khi cận trên thì hơi tăng lên khi k tăng. Về phần tham số A_{bs} , các giá trị k lớn sẽ khiến miền được phép của nó dịch chuyển sang bên trái, đồng thời bề rộng miền này cũng tăng lên.

* Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (τ, δ) :



Hình 2.9: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (τ, δ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$ và $k = 0$.

Hai tham số τ và δ có liên quan đến tất cả các biến mà ta đang khảo sát. Từ định nghĩa của δ trong (2.43), nó phải thỏa mãn điều kiện lý thuyết $\delta \geq -1$. Hình 2.9 thể hiện các điều kiện ràng buộc của $\Delta a_\tau^{\text{NP}}$, R_K , R_{K^*} , $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$ và $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$ ở mức 2σ trên mặt phẳng (τ, δ) trong trường hợp không có sự trộn động năng và các tham số còn lại nhận giá trị cố định: $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$ và $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$. Có thể thấy gần như toàn bộ vùng tham số mà ta đang quan tâm đều thỏa mãn điều kiện $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$ (vùng màu vàng). Vùng ứng với $-0.5 \lesssim \delta \lesssim 0.5$ sẽ khiến cho phân rã $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ xảy ra thường xuyên hơn, với tỷ số phân nhánh vượt quá giới hạn trên được phép. Do đó, vùng này bị loại. Giới hạn đối với muon $g - 2$ yêu cầu $0.3 \lesssim \tau \lesssim 3.2$ khi $\delta \gtrsim 3.7$. Đây là bởi vì, với các giá trị δ lớn như vậy, số hạng thứ hai trong dấu ngoặc vuông trong (2.41) trở nên không đáng kể, và Δa_μ^{NP} chủ yếu phụ thuộc vào số hạng thứ nhất. Hệ quả là, các giới hạn đối với Δa_μ^{NP} chủ yếu ràng buộc vùng được phép của τ chứ rất ít phụ thuộc vào δ . Tuy nhiên, vùng tham số ứng với δ lớn như vậy gần như bị loại bởi các



Hình 2.10: Vùng được phép của cặp tham số (τ, δ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$ và $k = 0$. Vùng gạch chéo ứng với kết quả dự kiến sau khi thí nghiệm E989 hoàn thành. Vùng nằm giữa hai đường đứt nét màu đỏ thỏa mãn điều kiện ràng buộc (2.85).

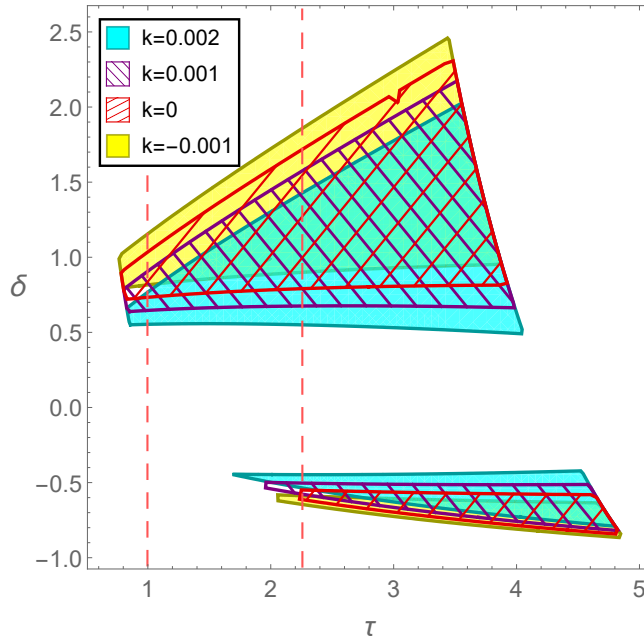
điều kiện đối với $R_{K^{*0}}$. Với các giá trị $\delta \lesssim 3.7$, sự phụ thuộc vào δ của vùng cho phép của τ trở nên rõ ràng hơn. Từ đồ thị cho thấy, ngoài muon $g-2$, ràng buộc đối với tỷ số phân nhánh semileptonic của B^0 và B^+ cũng đóng vai trò rất quan trọng trong việc xác định vùng cho phép của các tham số ở mức 2σ .

Trên hình 2.10, vùng tham số thỏa mãn tất cả các ràng buộc (2.59) được biểu diễn bằng màu xanh da trời. Khi có xét đến các kết quả dự kiến từ thí nghiệm E989, vùng tham số khả dĩ sẽ bị thu hẹp lại đáng kể. Vùng này được đánh dấu bằng các đường gạch chéo trên hình 2.10. Với $m_{\chi_r} = 120$ GeV, điều kiện LEP (2.83) tự động thỏa mãn nếu ta giả thiết điều kiện LHC (2.85) là đúng. (2.85) dẫn đến ràng buộc cho τ và được thể hiện bởi vùng tham số nằm giữa hai đường đứt nét màu đỏ trên hình 2.10. Có thể thấy ràng buộc này còn nghiêm ngặt hơn cả vùng giới hạn dự kiến bởi thí nghiệm E989 trong tương lai. Ngoài ra, ta thấy có hai vùng tham số khả dĩ ứng với các giá trị dương và âm của δ trên đồ thị, lần lượt tương ứng các giá trị $1.00 < \tau \lesssim 2.25$, $0.73 \lesssim \delta \lesssim 1.72$ khi δ dương và

$1.82 \lesssim \tau \lesssim 2.25$, $-0.62 \lesssim \delta \lesssim -0.53$ khi δ âm. Thí nghiệm tìm kiếm sự tạo thành các hạt siêu đối xứng từ tương tác điện yếu với phổ khối lượng hẹp ở LHC 13 TeV [17] đã loại bỏ các giá trị τ trong khoảng

$$1.02 \lesssim \tau \lesssim 1.43, \quad (2.86)$$

với $m_{\chi_r} = 120$ GeV. Do đó, vùng tham số âm được phép của δ đã nói ở trên không có gì thay đổi, nhưng vùng tham số dương của δ lại bị tách thành hai phần ứng với: (i) $1.00 < \tau \lesssim 1.02$ và (ii) $1.43 \lesssim \tau \lesssim 2.25$.

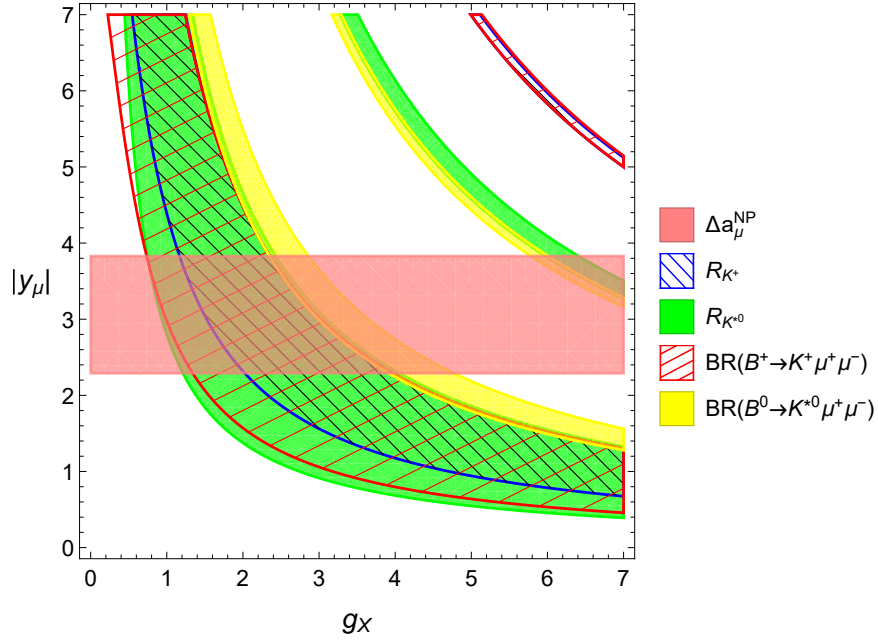


Hình 2.11: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng (τ, δ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $y_\mu = 3$, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$. Vùng nằm giữa hai đường đứt nét màu đỏ thỏa mãn điều kiện (2.85).

Với $k \neq 0$, vùng tham số khả dĩ biến đổi không nhiều khi k thay đổi. Trên hình 2.11, vùng được phép của (τ, δ) được vẽ ứng với các giá trị $k = -0.001, 0, 0.001$ và 0.002 . Tương tự như hình 2.10, vùng nằm giữa hai đường đứt nét màu đỏ thỏa mãn điều kiện (2.85). Ở đây, ta thấy khi k tăng, vùng được phép của $|\delta|$ dịch chuyển về phía các giá trị nhỏ hơn, dẫn đến sự thu hẹp khoảng trống giữa hai miền ứng với δ dương và âm. Một điểm đáng lưu ý là diện tích vùng δ dương lớn hơn rất nhiều so với vùng δ âm, đồng nghĩa với việc các trường hợp

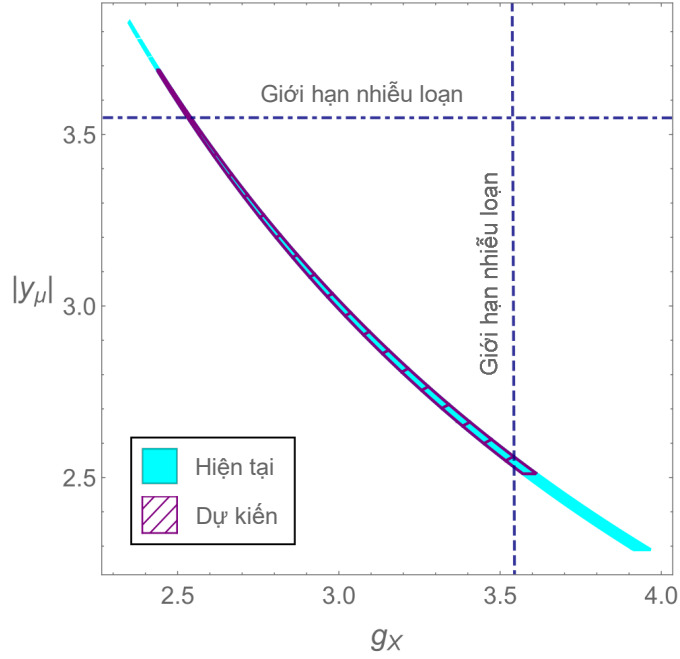
ứng với khối lượng χ_r bé được ưu tiên hơn các trường hợp ứng với khối lượng χ_i bé. Về phần tham số τ , khi giá trị k tăng, vùng được phép của τ ứng với δ dương giữ nguyên không đổi do điều kiện (2.85), trong khi vùng được phép của τ ứng với δ âm mở rộng sang bên trái.

* Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (g_X, y_μ) :



Hình 2.12: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (g_X, y_μ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'}$ = 300 GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

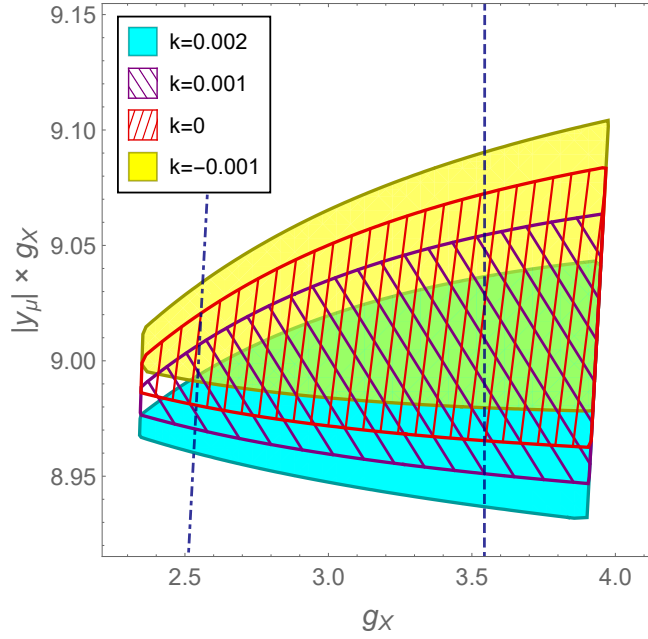
Trên hình 2.12, các điều kiện ràng buộc từ thực nghiệm được vẽ trên mặt phẳng (g_X, y_μ) trong trường hợp không có sự trộn động năng và các tham số còn lại được giữ cố định giá trị $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'}$ = 300 GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$ và $\delta = 1$. Do muon $g-2$ không phụ thuộc vào g_X , vùng được phép của g_X có dạng một dải nằm ngang với bề rộng $2.27 \lesssim |y_\mu| \lesssim 3.84$. Vùng tham số thỏa mãn các giới hạn cho các đại lượng (R_K , R_{K^*} và các tỷ số phân nhánh của các phân rã B^+ , B^0) có dạng hình hyperbol. Đó là bởi vì các hệ số Wilson $C_{9,10}^{(\prime)NP}$ đều phụ thuộc vào hai hằng số tương tác kể trên theo dạng tích $g_X \times y_\mu$. Trên hình 2.13 là vùng tham số thỏa mãn tất cả năm điều kiện ràng buộc. Nó có dạng một dải hẹp hình hyperbol và được biểu diễn bằng màu



Hình 2.13: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng (g_X, y_μ) cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$. Miền gạch chéo tương ứng với kết quả dự kiến sau khi thí nghiệm E989 hoàn thành.

xanh da trời. Miền khả dĩ của tham số g_X là $2.35 \lesssim g_X \lesssim 3.97$. Trong tương lai gần, thí nghiệm E989 sẽ áp đặt một ràng buộc càng gắt gao hơn trên mặt phẳng (g_X, y_μ) , được thể hiện bằng vùng gạch chéo trên đồ thị. Để giải thích các dị thường trong các phân rã của B meson, các hằng số tương tác y_μ và g_X cần phải có giá trị tương đối lớn cỡ $\mathcal{O}(1)$. Nếu xét đến các giới hạn nhiễu loạn, được thể hiện bằng đường chấm gạch nằm ngang và đường đứt nét thẳng đứng trên đồ thị, ta thấy có một phần lớn của miền tham số khả dĩ bị loại bỏ bởi điều kiện này. Hơn nữa, điều kiện nhiễu loạn của g_X gián tiếp xác định giá trị cận dưới cho y_μ , và ngược lại, điều kiện nhiễu loạn của y_μ gián tiếp xác định giá trị cận dưới cho g_X . Khi kết hợp với các ràng buộc cho các phân rã B meson, hai điều kiện giới hạn nhiễu loạn này dẫn đến sự hạn chế càng nghiêm trọng hơn đối với g_X và y_μ so với kết quả dự kiến từ thí nghiệm E989. Hệ quả là, ta có $2.53 \lesssim g_X \lesssim \sqrt{4\pi}$ và $2.53 \lesssim |y_\mu| \lesssim \sqrt{4\pi}$.

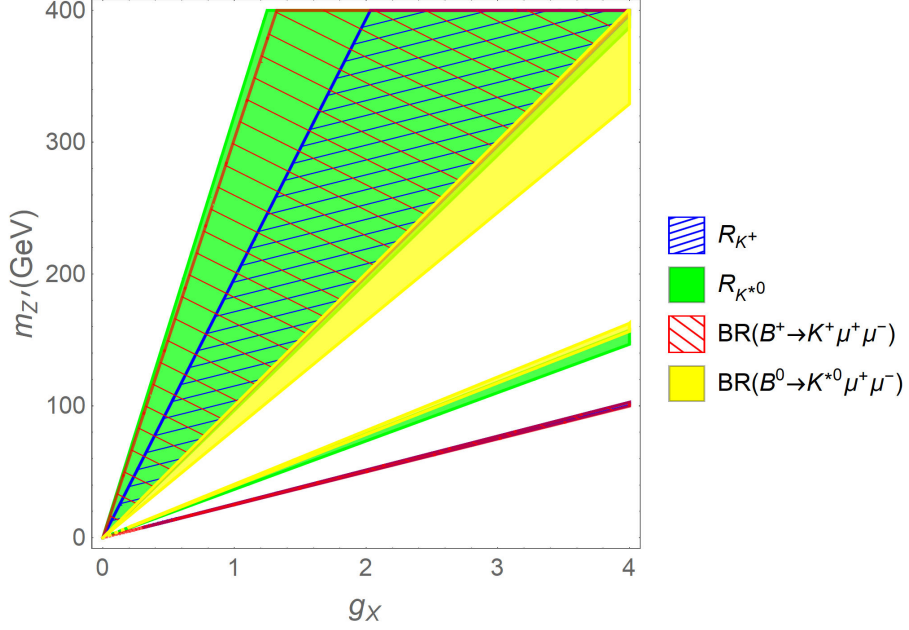
Đối với trường hợp hệ số trộn động năng $k \neq 0$, bởi vì ảnh hưởng của hiệu



Hình 2.14: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(g_X, y_\mu g_X)$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$. Các đường chấm gạch và đường đứt nét lần lượt ứng với giới hạn nhiễu loạn của y_μ và g_X .

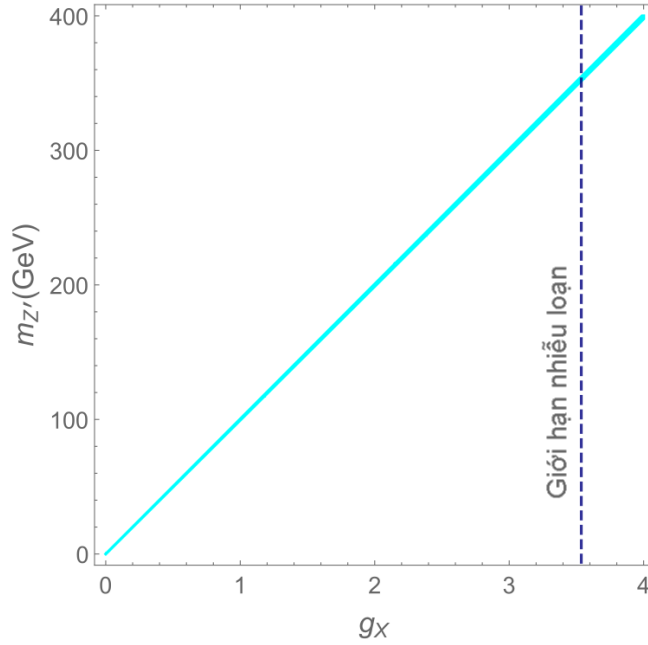
ứng trộn động năng đối với muon $g - 2$ là bé, vùng tham số cho phép thu được từ ràng buộc đối với Δa_μ^{NP} hầu như giữ nguyên không đổi. Mặc dù các vùng tham số giới hạn đối với các phân rã B meson (vùng màu xanh lá, màu vàng, xanh lam gạch chéo và đỏ gạch chéo) vẫn có dạng hyperbol như trước, nhưng chúng lại hơi dịch chuyển về phía các giá trị nhỏ hơn của $|y_\mu|$ (khi g_X không đổi) so với trường hợp ứng với $k = 0$. Điều này là do các hệ số Wilson nhận thêm đóng góp từ các giản đồ có sự trao đổi hạt Z' boson ở mức cây khi $k \neq 0$. Hệ quả là, dải hẹp hyperbol ở hình 2.13 sẽ hơi thay đổi khi k biến thiên. Để càng làm rõ hơn hiện tượng này, trên hình 2.14, chúng tôi biểu diễn vùng tham số khả dĩ trên mặt phẳng $(g_X, y_\mu \times g_X)$ ứng với bốn giá trị thí điểm của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001$ và 0.002 . Có thể thấy, khi tăng k , vùng tham số được phép sẽ dịch chuyển xuống dưới, cho thấy các giá trị bé của tích $|y_\mu| \times g_X$ được ưu tiên hơn khi k lớn. Nói cách khác, với một giá trị xác định của g_X , các giá trị $|y_\mu|$ bé sẽ được ưu tiên hơn khi tăng k . Trên đồ thị này, giới hạn nhiễu loạn của y_μ và g_X lần lượt được biểu diễn bằng đường chấm gạch và đường đứt nét. Vùng tham số cho phép phải nằm giữa hai đường này.

* Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$:



Hình 2.15: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ cho trường hợp $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

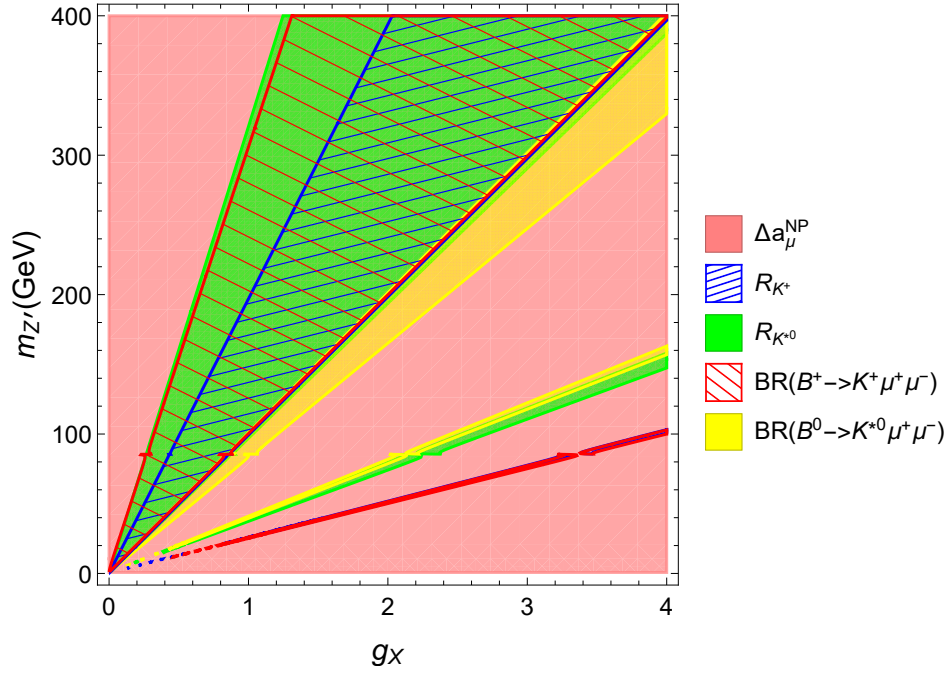
Các giới hạn thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ được thể hiện trên hình 2.15 trong trường hợp không có sự trộn động năng và các tham số còn lại nhận giá trị cố định $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$ và $\delta = 1$. Ứng với một giá trị cụ thể của tỷ số phân nhánh, các tham số g_X và $m_{Z'}$ phụ thuộc tuyến tính vào nhau. Đây là bởi vì hai tham số này luôn xuất hiện dưới dạng tỷ số $\frac{g_X^2}{m_{Z'}^2}$ trong biểu thức của các hệ số Wilson khi $k = 0$. Ứng với mỗi ràng buộc của R_K , R_{K^*} , $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$ và $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$, có hai miền khả dĩ tách biệt nhau của tỷ số $\frac{g_X^2}{m_{Z'}^2}$. Tuy nhiên, chỉ có duy nhất một miền giao nhau thỏa mãn tất cả bốn điều kiện ràng buộc trên. Hơn nữa, vùng giao nhau tổng cộng này hẹp hơn rất nhiều so với vùng giao nhau xác định bởi chỉ hai điều kiện đối với R_K và R_{K^*} (miền xanh lam gạch chéo và miền xanh lá cây). Cho nên, có thể thấy hai điều kiện còn lại đối với tỷ số phân nhánh của phân rã $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ và $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ là vô cùng quan trọng. Vùng tham số thỏa mãn cả bốn điều kiện nói trên được vẽ riêng trên hình 2.16. Nhìn vào đó, ta có thể xác định miền khả dĩ của tỷ số $\frac{m_{Z'}}{g_X}$ là cỡ 98.2–100.8 GeV. Nếu xét thêm giới



Hình 2.16: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ cho trường hợp $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

hạn nhiễu loạn của g_X , ta tìm được giá trị cận trên của $m_{Z'}$ là vào cỡ 354 GeV trong trường hợp này.

Khi hệ số trộn động năng $k \neq 0$, quan hệ tuyến tính giữa g_X và $m_{Z'}$ bị biến dạng do có thêm một số đóng góp khác liên quan tới k trong biểu thức của các hệ số Wilson. Hình 2.17 thể hiện các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ trong trường hợp $k = 0.002$. Ở đây, sự biến dạng xuất hiện khi $m_{Z'} \approx 85$ GeV là do góc trộn ZZ' , α_Z , bị đổi dấu (xem (2.21)). Trong trường hợp $k \neq 0$, cần phải xem xét ràng buộc đối với muon $g - 2$ bởi vì Δa_μ^{NP} phụ thuộc vào $m_{Z'}$ thông qua số hạng chứa β trong phương trình (2.41). Trong trường hợp $k = 0.002$, ta có giới hạn dưới cho khối lượng của Z' boson thu được từ điều kiện ràng buộc này là $m_{Z'} \gtrsim 0.68$ GeV. Trên hình 2.18, ta biểu diễn vùng tham số khả dĩ cho các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng ($k = -0.001, 0, 0.001$ và 0.002) trên mặt phẳng $(g_X, \frac{m_{Z'}}{g_X})$. So sánh các miền tương ứng, ta có thể thấy, với các giá trị k lớn, vùng tham số cho phép bị dịch chuyển lên trên, đồng nghĩa với việc ứng với một giá trị của g_X , các giá trị $m_{Z'}$ lớn được ưu tiên hơn. Tương tự như hình 2.16, giới hạn nhiễu loạn của g_X rất quan trọng trong việc loại bỏ vùng tham số ứng với giá trị lớn của khối lượng Z' boson. Nó xác định giới hạn

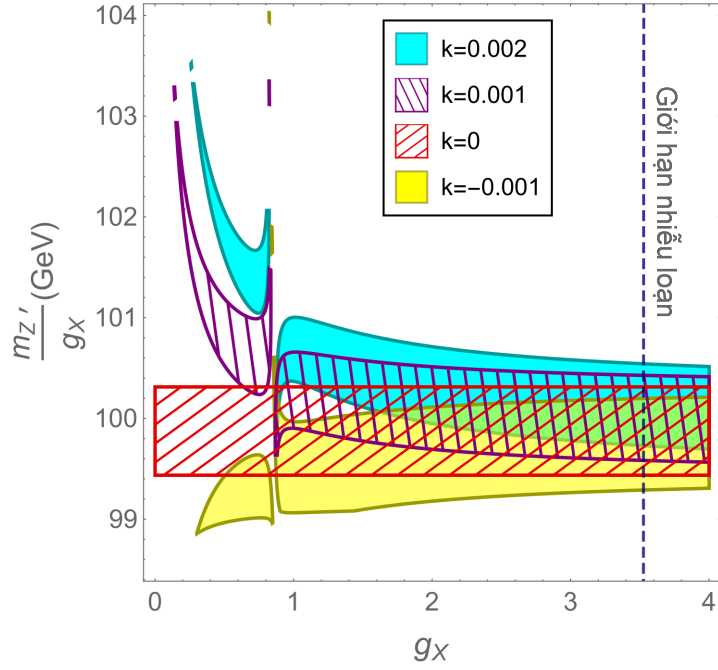


Hình 2.17: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(g_X, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0.002$.

trên cho $m_{Z'}$ khi các tham số khác được chọn cố định. Có thể thấy, hệ số k lớn sẽ khiến cho giá trị cận trên của $m_{Z'}$ hơi tăng lên.

*** Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$:**

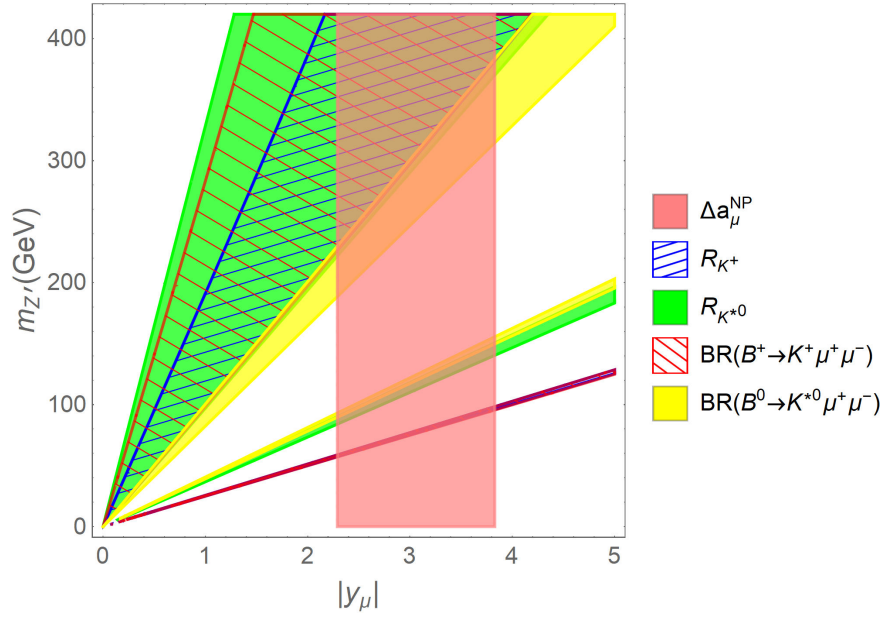
Các giới hạn thực nghiệm trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ được biểu diễn trên hình 2.19 với các tham số còn lại được giữ cố định với các giá trị $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$. Bởi vì các đóng góp ở mức một vòng của vật lý mới đối với muon $g-2$ khi $k = 0$ không phụ thuộc vào $m_{Z'}$, nên ràng buộc đối với Δa_μ^{NP} là một miền hẹp thẳng đứng trên hình. Điều này dẫn đến y_μ có cùng một phạm vi giới hạn như trường hợp trên hình 2.12. Tương tự như hình 2.15, các ràng buộc đối với tỷ số phân nhánh đang xét của B meson dẫn đến sự phụ thuộc gần như tuyến tính của hai tham số y_μ và $m_{Z'}$ do chúng chỉ xuất hiện dưới dạng tỷ số $\frac{|y_\mu|}{m_{Z'}}$ trong biểu thức các hệ số Wilson trong trường hợp không có hiệu ứng trộn động năng. Cụ thể, mỗi ràng buộc đối với R_K , R_{K^*} , $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$ và $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$ ứng với hai khoảng cho phép của tỷ số $\frac{|y_\mu|}{m_{Z'}}$. Tuy nhiên, chỉ có một vùng giao nhau thỏa mãn



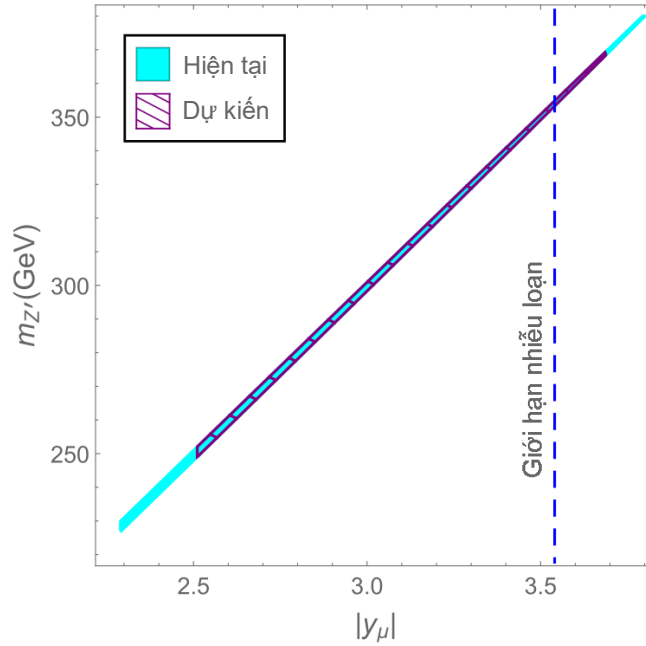
Hình 2.18: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(g_X, \frac{m_{Z'}}{g_X})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$.

tất cả các điều kiện ràng buộc kể trên ở mức 2σ . Vùng này được vẽ riêng trên đồ thị ở hình 2.20 bằng màu xanh da trời. Bởi vì vùng tham số được phép này là một dải rất hẹp, ta có thể xấp xỉ mối quan hệ giữa hai tham số này là $\frac{m_{Z'}}{g_X} \sim 100$ GeV, ứng với tập giá trị các tham số khác đang xét. Từ đó, ta có thể suy ra giới hạn cho khối lượng Z' boson ở độ tin cậy 95% là $226 \text{ GeV} \lesssim m_{Z'} \lesssim 381 \text{ GeV}$. Trong tương lai gần, khi thí nghiệm E989 hoàn thành, giả thiết giá trị trung tâm của muon $g - 2$ không đổi, ta có thể kỳ vọng các giới hạn này thu hẹp lại đến mức $248 \text{ GeV} \lesssim m_{Z'} \lesssim 370 \text{ GeV}$, như được biểu diễn bằng vùng gạch chéo trên đồ thị. Nếu xét thêm điều kiện nhiễu loạn cho y_μ , giá trị cận trên của $m_{Z'}$ càng bị ràng buộc gắt gao hơn so với trường hợp ứng với thí nghiệm E989 nói trên, và bằng $m_{Z'} \lesssim 355 \text{ GeV}$.

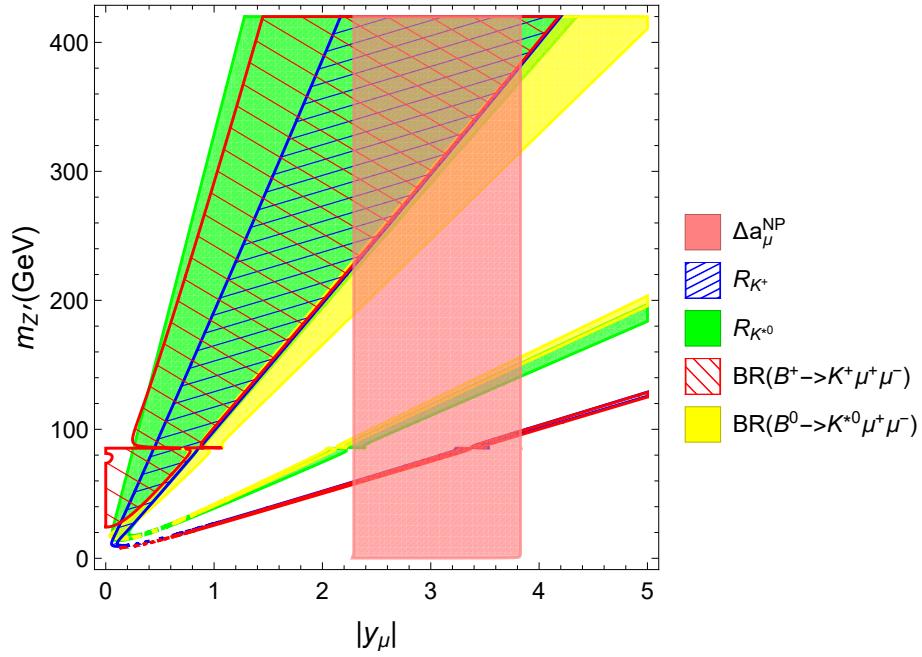
Khi hiệu ứng trộn động năng được đưa vào, các vùng tham số bị biến dạng đi như biểu diễn trên hình 2.21 ứng với trường hợp $k = 0.002$. Một mặt, liên quan tới ràng buộc đối với Δa_μ^{NP} (vùng màu hồng), ta thấy hệ số Yukawa mới, y_μ , có thể nhận các giá trị rất nhỏ khi khối lượng Z' boson là đủ nhẹ, bé hơn cỡ $\mathcal{O}(1)$



Hình 2.19: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.

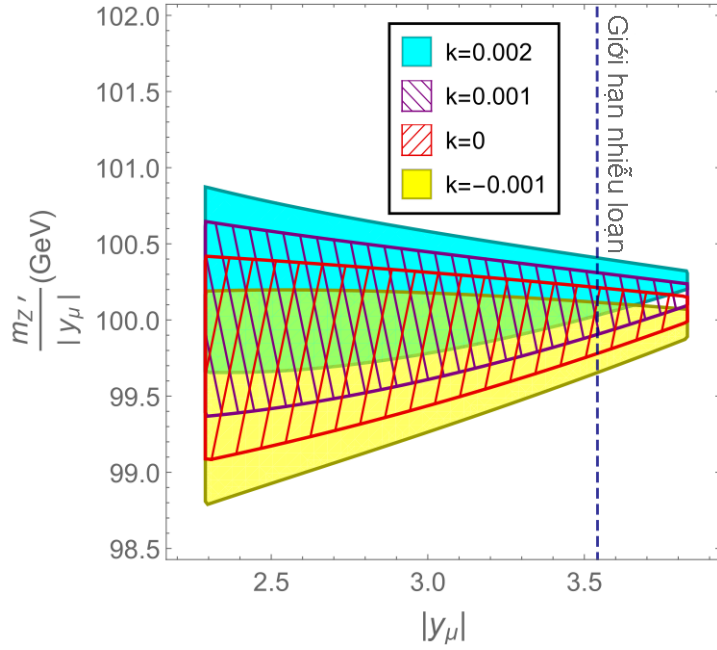


Hình 2.20: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0$.



Hình 2.21: Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(y_\mu, m_{Z'})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và $k = 0.002$.

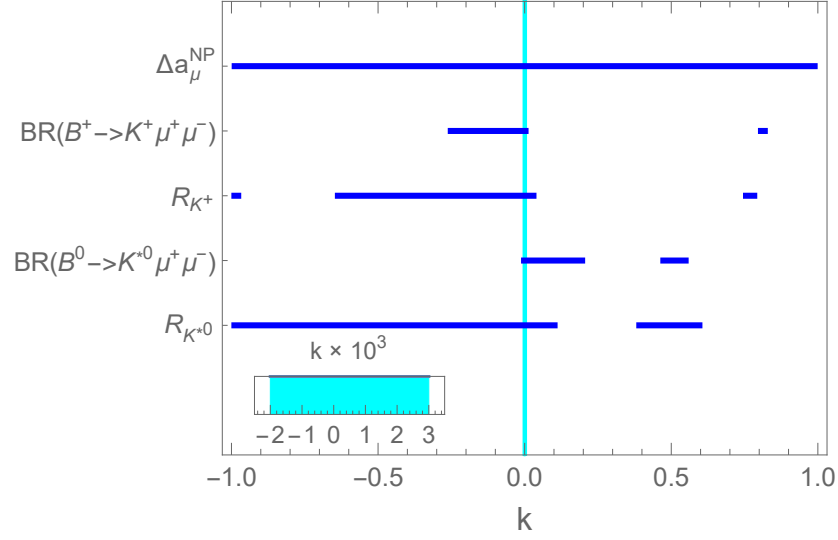
GeV. Mặt khác, hạn chế đối với tỷ số phân nhánh của phân rã $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ cho thấy $m_{Z'}$ phải lớn hơn khoảng 8 GeV. Vì vậy, các giá trị $|y_\mu|$ bé bị loại bỏ trong trường hợp $k = 0.002$. Các ràng buộc đối với R_K , R_{K^*} , $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$ lần lượt được thể hiện bằng các miền màu xanh lam gạch chéo, màu xanh lá cây và màu vàng. Mỗi điều kiện tương ứng với hai khoảng được phép của tỷ số $\frac{|y_\mu|}{m_{Z'}}$. Vùng gạch chéo màu đỏ xác định bởi các giới hạn đối với $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$ bị biến dạng mạnh khi $8 \text{ GeV} \lesssim m_{Z'} \lesssim 90 \text{ GeV}$. Đặc biệt, tất cả các vùng tham số đều bị biến dạng mạnh khi $m_{Z'}$ có giá trị gần cỡ 85 GeV, ứng với vị trí khi mà góc trộn α_Z đổi dấu. Vùng tham số thỏa mãn tất cả các điều kiện ràng buộc đang xét được vẽ riêng trên hình 2.22 ứng với các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001$ và 0.002 . Có thể thấy các miền này dịch chuyển lên trên khi tăng giá trị k . Nói cách khác, các giá trị $m_{Z'}$ lớn được ưu tiên hơn khi k lớn và y_μ được giữ cố định. Trong khi đó, vùng tham số được phép của y_μ lại hầu như không phụ thuộc vào hệ số k . Giới hạn nhiễu loạn của y_μ (đường đứt nét thẳng đứng) góp phần loại bỏ một phần của vùng tham số ứng với các giá trị $|y_\mu| \gtrsim 3.54$.



Hình 2.22: Vùng tham số được phép trên mặt phẳng $(y_\mu, \frac{m_{Z'}}{|y_\mu|})$ cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $g_X = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và các giá trị khác nhau của hệ số trộn động năng $k = -0.001, 0, 0.001, 0.002$.

* Ràng buộc đối với k :

Các ràng buộc thực nghiệm đối với hệ số trộn động năng k được biểu diễn trên hình 2.23 khi các tham số còn lại nhận các giá trị cố định $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV, $g_X = 3$, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$ và $\delta = 1$. Ta thấy các điều kiện đối với Δa_μ^{NP} chỉ loại bỏ các giá trị k lớn hơn xấp xỉ ± 1 . Các ràng buộc đối với R_K và R_{K^*} lại tương đối nghiêm ngặt, loại trừ đi một bộ phận lớn các giá trị trong khoảng khả dĩ của k . Tuy nhiên, hạn chế gắt gao nhất lại là các ràng buộc lên các tỷ số phân nhánh của các phân rã $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ và $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$. Ứng với mỗi điều kiện, chỉ có hai khoảng tham số hẹp của k là thỏa mãn. Một lần nữa có thể thấy, ngoài R_K và R_{K^*} , các tỷ số phân nhánh này là quan trọng như thế nào. Bằng cách lấy giao của các khoảng tham số khả dĩ của k nói trên, ta được miền tham số cho phép của hệ số trộn động năng thỏa mãn tất cả các ràng buộc đang xét là $-0.002 \lesssim k \lesssim 0.003$ khi các tham số khác được giữ cố định. Miền này được phóng to và lồng vào trong đồ thị ở hình 2.23. Kết quả này cho thấy giới hạn



Hình 2.23: Các ràng buộc thực nghiệm đối với hệ số trộn động năng cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV $g_X = 3$, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$.

trên của k trong trường hợp $m_{Z'} = 300$ GeV là gần tương đương với kết quả thu được từ dữ liệu thực nghiệm khác khi $m_{Z'} \lesssim 200$ GeV như trong biểu thức (2.82). Cho nên, các phân rã B meson là các kênh quan trọng để sàng lọc không gian tham số. Ở mức một vòng, hệ số trộn động năng được ước lượng [79, 87] có độ lớn cỡ $\mathcal{O}(10^{-1}) - \mathcal{O}(10^{-2})$, đã vượt quá giới hạn trên thu được ở thời điểm hiện tại. Do đó, trong trường hợp này, k phải khác không ở mức cây, đồng thời độ lớn phải cùng bậc và trái dấu với trường hợp ở mức một vòng, sao cho giá trị hiệu dụng của tham số này phải tương thích với các giới hạn thực nghiệm.

Trong bảng 2.1, để minh họa, ta tính giá trị của các đại lượng quan sát được ứng với bốn giá trị thí điểm của hệ số trộn động năng $k = -0.002, 0, 0.002$ và 0.003 , còn các tham số khác được chọn giống như trong hình 2.23. Tất cả các giá trị tính được đều thỏa mãn các ràng buộc thực nghiệm tương ứng ở mức 2σ . Lưu ý rằng, trong bảng này, trong khi các giá trị Δa_μ^{NP} chỉ khác nhau ở chữ số có nghĩa thứ tám khi k biến thiên, thì biến động tương ứng ở các đại lượng khác đã có thể quan sát thấy ở chữ số có nghĩa thứ ba hoặc thứ tư. Điều này cho thấy ảnh hưởng của hiệu ứng trộn động năng lên muon $g - 2$ nhỏ hơn rất nhiều so với ảnh hưởng lên phân rã semileptonic của B meson và sự vi phạm

tính phổ quát của lepton. Các hệ số FCNC trong mô hình đang xét, A_{bs} và B_{bs} , cảm sinh các đóng góp ở mức cây đối với sự trộn $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Do các ràng buộc thực nghiệm của các phân rã hiếm B meson, hai tham số này phải rất bé, cỡ $\mathcal{O}(10^{-4})$. Do đó, các đóng góp này cho các biến trộn (mixing observable), Δm_s và $\Delta \Gamma_s$, là không đáng kể so với các đóng góp của SM¹. Điều này phù hợp với các kết quả thực nghiệm [135]. Ngoài trừ sự trộn lẫn giữa vectorlike và quark trong SM, hiệu ứng trộn động năng cũng có thể gây ra các đóng góp ở mức cây đối với tương tác giữa Z' boson và tất cả các fermion trong mô hình chuẩn, với độ lớn tỷ lệ với $k \lesssim \mathcal{O}(10^{-3})$. Do đó, tiết diện tán xạ của phản ứng sinh thành Z' ở các máy gia tốc hạt, cũng như bề rộng các phân rã của nó cũng chỉ thay đổi ở mức rất bé, tỷ lệ với $k^2 \lesssim \mathcal{O}(10^{-6})$, so với trường hợp hệ số $k = 0$. Xét trong trường hợp $k \neq 0$, chúng tôi đã tính toán độ lớn của tích tiết diện tán xạ sinh thành Z' nhân với tỷ số phân nhánh của nó thành hai muon từ các va chạm pp ở mức năng lượng $\sqrt{s} = 13$ TeV. Kết quả là cỡ $\mathcal{O}(1)$ fb, cùng bậc với dữ liệu thực nghiệm trong tài liệu [13]. Từ đó cho thấy độ khả thi của mô hình đang xét là rất cao. Điều này còn chờ chứng thực thêm từ các thí nghiệm ở LHC trong tương lai.

k	Δa_μ^{NP}	$\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$	R_K	$\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$	R_{K^*}
-0.002	2.2698174×10^{-9}	1.05535×10^{-7}	0.76795	1.96886×10^{-7}	0.55552
0	2.2698173×10^{-9}	1.05332×10^{-7}	0.76772	1.96171×10^{-7}	0.55505
0.002	2.2698174×10^{-9}	1.05129×10^{-7}	0.76749	1.95459×10^{-7}	0.55458
0.003	2.2698176×10^{-9}	1.05028×10^{-7}	0.76737	1.95104×10^{-7}	0.55434

Bảng 2.1: Một số giá trị của các đại lượng quan sát được cho trường hợp $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $m_{Z'} = 300$ GeV $g_X = 3$, $y_\mu = 3$, $A_{bs} = 24.2 \times 10^{-5}$, $B_{bs} = -11.5 \times 10^{-5}$, $\tau = 1.78$, $\delta = 1$ và bốn giá trị thí điểm của hệ số trộn động năng k .

Hạt vô hướng χ_r trong mô hình này là ổn định và bất biến đối với nhóm chuẩn của SM. Nó có thể là ứng cử viên cho vật chất tối. Ở mô hình BDW gốc, đóng góp chủ đạo vào tiết diện tán xạ không phụ thuộc spin giữa χ_r và nucleon đã được ước lượng vào cỡ $\sigma_{SI}^p \sim \mathcal{O}(10^{-50})$ cm² [59]. Trong nghiên cứu này, hệ số trộn động năng khác không sẽ làm tăng nhẹ xác suất của các tán xạ

¹Lưu ý rằng các bất định lý thuyết trong tiên đoán của SM cho Δm_s và $\Delta \Gamma_s$ là tương đối lớn, vào cỡ 5% và 23% [55, 68, 76, 95, 135].

này do sự xuất hiện thêm của các đóng góp ở mức một vòng. Tuy nhiên, bởi vì hệ số trộn động năng bị giới hạn ở mức $k \sim \mathcal{O}(10^{-3})$, các đóng góp mới này là không đáng kể. Dẫn đến, tiết diện tán xạ toàn phần tương ứng vẫn nhỏ hơn các tán xạ nền kết hợp neutrino-hạt nhân (coherent neutrino-nucleus scattering background) [65]. Với bộ tham số đã chọn, quá trình hủy cặp của χ_r thành một cặp lepton (μ hoặc ν_μ) là tương đối đáng kể do hệ số y_μ lớn. Hơn nữa, quá trình đồng hủy (coannihilation) giữa vectorlike lepton và χ_r cũng góp phần làm giảm mật độ tàn dư của nó do khối lượng của hai loại hạt này là tương đối gần nhau. Do đó, mật độ tàn dư của χ_r là nhỏ hơn lượng vật chất tối quan sát được như trong tài liệu [59]. Khi có sự tham gia của sự trộn động năng, các quá trình hủy cặp và đồng hủy (coannihilation) nói trên xảy ra càng mạnh hơn trong các thời điểm ban sơ của vũ trụ, dẫn đến đại lượng $\Omega_{\chi_r} h^2$ có giá trị nhỏ hơn trong trường hợp không có sự trộn động năng. Để xem xét các dữ liệu về mật độ tàn dư vật chất tối được đo đạc bởi Planck Collaboration [37], ta cần thêm một ứng cử viên nữa cho vật chất tối.

2.5 Kết luận chương 2

Trong chương này, hiệu ứng trộn động năng đã được áp dụng vào mô hình BDW để tính toán và thu được các biểu thức giải tích cho các đóng góp của vật lý mới đối với moment từ dị thường của muon và các hệ số Wilson $C_{9,10}^{(\prime)}$. Các kết quả này là phù hợp với các tính toán trong mô hình BDW khi cho hệ số trộn động năng $k \rightarrow 0$.

Không gian tham số của mô hình cũng đã được khảo sát bằng cách xem xét các ràng buộc thực nghiệm đối với muon $g - 2$, các dữ liệu của LHCb về tính phổ quát của lepton (R_K và R_{K^*}), các tỷ số phân nhánh của các phân rã semileptonic ($B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ và $B^0 \rightarrow K^0 \mu^+ \mu^-$), dữ liệu của LEP về quá trình tìm kiếm slepton, cùng dữ liệu về các phản ứng tìm kiếm slepton và Z' boson của LHC ở 13 TeV, cũng như các điều kiện yêu cầu của lý thuyết nhiễu loạn. Vùng tham số khả dĩ, thỏa mãn tất cả các điều kiện ràng buộc đang xét ở mức 2σ đã được xác định ra. Các kết quả cho thấy các hệ số FCNC, A_{bs} và B_{bs} , là đủ bé để tương thích với các dữ liệu thực nghiệm.

Khi có sự tham gia của hiệu ứng trộn động năng, vùng tham số cho phép bị dịch chuyển đi và bị biến dạng so với trường hợp $k = 0$. Đặc biệt, hệ số này đóng vai trò quan trọng trong việc mở rộng vùng tham số được phép. Nghiên cứu của chúng tôi cũng cho thấy rằng các phân rã hiếm của B meson là các kênh quan trọng, cung cấp các ràng buộc nghiêm ngặt đối với hệ số trộn động năng, cùng với các phản ứng tìm kiếm cộng hưởng Z' .

Trong tương lai không xa, với độ nhạy được kỳ vọng, thí nghiệm E989 sẽ có thể kiểm chứng một số bộ phận của không gian tham số tự do, đồng thời áp đặt một ràng buộc mạnh mẽ đối với vùng tham số được phép của mô hình. Ngoài ra, do tích của tiết diện tán xạ sinh thành Z' và tỷ số phân nhánh thành hai muon của nó ở LHC có cùng bậc với các giới hạn hiện tại, mô hình đang xét có thể được kiểm chứng bằng nhiều thí nghiệm chính xác thông qua kênh này.

Chương 3

Phân rã $B \rightarrow X_s \gamma$ và tính unitary của ma trận CKM

Chương này của luận án khảo sát phân rã hiếm $B \rightarrow X_s \gamma$ và tính unitary của ma trận CKM trong khuôn khổ mô hình BDW. Dựa vào các kết quả đo đạc thực nghiệm về hai vấn đề đó, kết hợp với dữ liệu cập nhật về các quá trình liên quan đến chuyển tiếp quark $b \rightarrow sl^+l^-$, muon $g-2$, các thí nghiệm tìm kiếm vectorlike quark ở LHC và khối lượng quark, chúng tôi thu được miền cho phép trong không gian tham số một cách toàn diện hơn so với chương trước. Do tính phức tạp của mô hình trong trường hợp số hạng trộn động năng k nhận giá trị tổng quát, để đơn giản hóa các tính toán, chương này chỉ giới hạn xem xét các ràng buộc thực nghiệm kể trên trong trường hợp $k = 0$. Các kết quả của chương này đã được công bố ở tài liệu số ba trong danh mục các công trình khoa học liên quan đến luận án của tác giả (Nuclear Physics B Vol. 997, 116384).

3.1 Đóng góp của vật lý mới đối với hệ số Wilson C_7

Hamiltonian hiệu dụng mô tả chuyển tiếp $b \rightarrow s \gamma$ được cho bởi [73, 90]

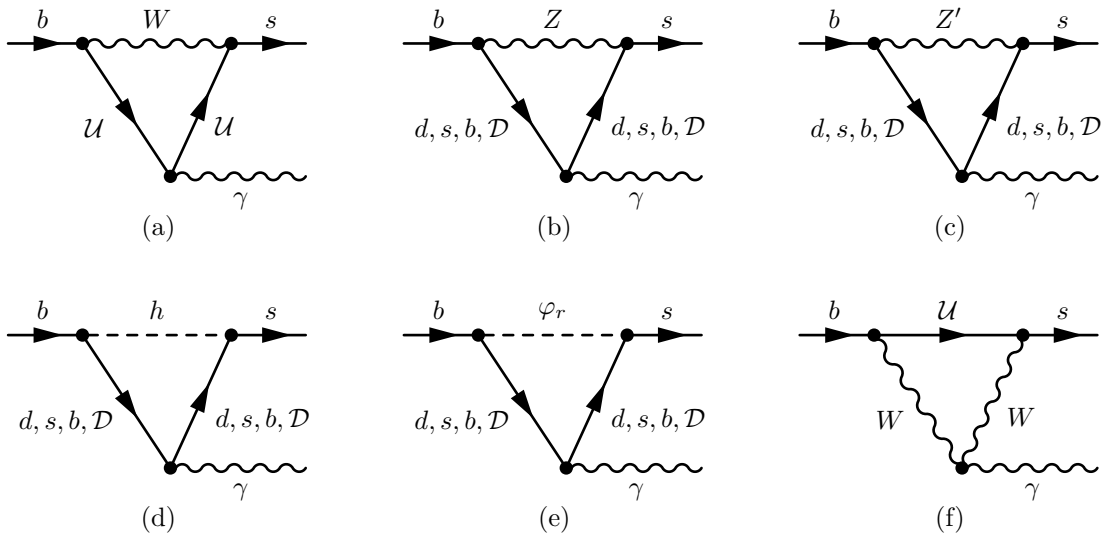
$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_{i=1}^8 (C_i \mathcal{O}_i + C'_i \mathcal{O}'_i) + h.c. \quad (3.1)$$

Ở đây, các toán tử chủ yếu liên quan đến quá trình $b \rightarrow s\gamma$ là:

$$\mathcal{O}_7 = \frac{e}{16\pi^2} m_b (\bar{s}_L \sigma^{\mu\nu} b_R) F_{\mu\nu}, \quad (3.2)$$

$$\mathcal{O}'_7 = \frac{e}{16\pi^2} m_s (\bar{s}_R \sigma^{\mu\nu} b_L) F_{\mu\nu}. \quad (3.3)$$

Do tỷ số $\frac{m_s}{m_b} \ll 1$ xuất hiện từ thao tác chèn khối lượng (mass-insertion) trên đường ngoài quark s của giản đồ Feynman tương ứng là rất bé, đóng góp của toán tử \mathcal{O}'_7 là hoàn toàn không đáng kể so với toán tử \mathcal{O}_7 .



Hình 3.1: Đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$.

Trong mô hình đang xét, các giản đồ Feynman trong chuẩn unitary ứng với các đóng góp chủ đạo của vật lý mới đối với chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ được biểu diễn trên hình 3.1. Ta thấy ngoài các đóng góp của các hạt mới như các vectorlike quark \mathcal{U} , \mathcal{D} , boson Z' của trường chuẩn $U(1)_X$ và vô hướng φ_r , còn có các đóng góp sinh ra từ các tương tác mới giữa các hạt trong mô hình chuẩn (hình 3.1b và 3.1d). Các tương tác mới này cảm sinh từ sự trộn lẫn giữa các vectorlike và quark trong SM.

Sử dụng gói mở rộng FeynCalc [101, 117, 118] của phần mềm Mathematica, kết hợp với một loạt các biến đổi đại số khác, chúng tôi đã tính được các đóng góp vật lý mới đối với hệ số Wilson C_7 . Kết quả này sau đó cũng đã được kiểm

chúng là phù hợp với các kết quả số thu được từ gói mở rộng Package-X version 2.1.1 [110, 111]. Biểu thức giải tích của C_7^{NP} đã tính được là

$$C_7^{\text{NP}} = \frac{1}{4\sqrt{2}G_F(V_{tb}V_{ts}^*)m_b} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left[F_{\mathcal{V}ff} \Big|_{\mathcal{V}=W, f=U} + \sum_{\mathcal{V}=Z, Z'} \sum_{f=d, s, b, \mathcal{D}} F_{\mathcal{V}ff} + F_{WWU} + \sum_{S=h, \varphi, r} \sum_{f=d, s, b, \mathcal{D}} F_{Sff} \right] \quad (3.4)$$

với các hàm tích phân vòng được cho bởi

$$F_{\mathcal{V}ff} = \frac{Q_f}{m_{\mathcal{V}}^2} \left\{ A_1^{\mathcal{V}ff} \left[(1-3x) \ln[\beta_{f\mathcal{V}}(x+y) + 1 - x - y] - x \right] - \frac{A_2^{\mathcal{V}ff}}{\beta_{f\mathcal{V}}(x+y) + 1 - x - y} \right\} \quad (3.5)$$

$$F_{Sff} = \frac{Q_f}{m_S^2} \times \frac{B^{Sff}}{\beta_{fS}(x+y) + 1 - x - y} \quad (3.6)$$

$$F_{WWU} = \frac{1}{m_W^2} \left\{ C_1^{WWU} \ln[(1 - \beta_{UW})(x+y) + \beta] - C_2^{WWU} + \frac{C_3^{WWU}}{(1 - \beta_{UW})(x+y) + \beta_{UW}} \right\} \quad (3.7)$$

Trong các phương trình trên, ta định nghĩa

$$A_1^{\mathcal{V}ff} = g_A^{bf\mathcal{V}} g_A^{sf\mathcal{V}} (2m_f + m_b + m_s) + g_V^{bf\mathcal{V}} g_V^{sf\mathcal{V}} (-2m_f + m_b + m_s) + g_V^{bf\mathcal{V}} g_A^{sf\mathcal{V}} (2m_f - m_b + m_s) + g_A^{bf\mathcal{V}} g_V^{sf\mathcal{V}} (-2m_f - m_b + m_s), \quad (3.8)$$

$$A_2^{\mathcal{V}ff} = g_A^{bf\mathcal{V}} g_A^{sf\mathcal{V}} \left\{ -4m_f(x+y-1) + (m_b + m_s) [\beta_{f\mathcal{V}}(x+y)x + 2(x+y-1)(x-1)] \right\} + g_A^{bf\mathcal{V}} g_V^{sf\mathcal{V}} \left\{ 4m_f(x+y-1) + (-m_b + m_s) [\beta_{f\mathcal{V}}(x+y)x + 2(x+y-1)(x-1)] \right\} + g_V^{bf\mathcal{V}} g_A^{sf\mathcal{V}} \left\{ -4m_f(x+y-1) + (-m_b + m_s) [\beta_{f\mathcal{V}}(x+y)x + 2(x+y-1)(x-1)] \right\} + g_V^{bf\mathcal{V}} g_V^{sf\mathcal{V}} \left\{ 4m_f(x+y-1) + (m_b + m_s) [\beta_{f\mathcal{V}}(x+y)x + 2(x+y-1)(x-1)] \right\}, \quad (3.9)$$

$$B^{Sff} = g_P^{bfS} g_P^{sfS} \left[m_f(x+y) + (m_b + m_s)x(x+y-1) \right] + g_P^{bfS} g_S^{sfS} \left[m_f(x+y) - (m_s - m_b)x(x+y-1) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + g_S^{bf\mathcal{S}} g_P^{sf\mathcal{S}} \left[m_f(x+y) + (m_s - m_b)x(x+y-1) \right] \\
& + g_S^{bf\mathcal{S}} g_S^{sf\mathcal{S}} \left[m_f(x+y) - (m_b + m_s)x(x+y-1) \right], \tag{3.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_1^{WWU} & = g_A^{bUW} g_A^{sUW} \left\{ (m_b + m_s) [4x^2 + 2x(2y-3) + 1] \right\} \\
& + g_A^{bUW} g_V^{sUW} \left\{ (-m_b + m_s) [4x^2 + 2x(2y-3) + 1] \right\} \\
& + g_V^{bUW} g_A^{sUW} \left\{ (-m_b + m_s) [4x^2 + 2x(2y-3) + 1] \right\} \\
& + g_V^{bUW} g_V^{sUW} \left\{ (m_b + m_s) [4x^2 + 2x(2y-3) + 1] \right\}, \tag{3.11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_2^{WWU} & = g_A^{bUW} g_A^{sUW} \left\{ -m_U - (m_b + m_s) [x^2 + x(y-2) + 1] \right\} \\
& + g_A^{bUW} g_V^{sUW} \left\{ m_U + (m_b - m_s) [x^2 + x(y-2) + 1] \right\} \\
& + g_V^{bUW} g_A^{sUW} \left\{ -m_U + (m_b - m_s) [x^2 + x(y-2) + 1] \right\} \\
& + g_V^{bUW} g_V^{sUW} \left\{ m_U - (m_b + m_s) [x^2 + x(y-2) + 1] \right\}, \tag{3.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_3^{WWU} & = g_A^{bUW} g_A^{sUW} \left[3m_U(x+y) + (m_b + m_s)(2x^2 + 2xy + y) \right] \\
& + g_A^{bUW} g_V^{sUW} \left[-3m_U(x+y) + (-m_b + m_s)(2x^2 + 2xy + y) \right] \\
& + g_V^{bUW} g_A^{sUW} \left[3m_U(x+y) + (-m_b + m_s)(2x^2 + 2xy + y) \right] \\
& + g_V^{bUW} g_V^{sUW} \left[-3m_U(x+y) + (m_b + m_s)(2x^2 + 2xy + y) \right], \tag{3.13}
\end{aligned}$$

và $\beta_{ab} = \frac{m_a^2}{m_b^2}$. Trong đó, g_V, g_A là các hằng số tương tác vector và giả vector giữa các fermion và một boson trường chuẩn, còn g_S, g_P là các hằng số tương tác vô hướng và giả vô hướng giữa các fermion và một trường vô hướng.

3.2 Phân tích số liệu và đồ thị

Trong mục này, ta bắt đầu với hệ cơ sở quark mà trong đó các khối 3×3 trong các ma trận khối lượng của quark loại u và quark loại d là có dạng đường chéo, với các giá trị trên đường chéo là các khối lượng thực nghiệm của các quark

trong SM. Trong cơ sở này, các ma trận khối lượng 4×4 có dạng¹

$$M^u = \begin{pmatrix} m_u^0 & 0 & 0 & w_1 \langle \phi \rangle \\ 0 & m_c^0 & 0 & w_2 \langle \phi \rangle \\ 0 & 0 & m_t^0 & w_3 \langle \phi \rangle \\ 0 & 0 & 0 & m_U \end{pmatrix}, \quad M^d = \begin{pmatrix} m_d^0 & 0 & 0 & w_1 \langle \phi \rangle \\ 0 & m_s^0 & 0 & w_2 \langle \phi \rangle \\ 0 & 0 & m_b^0 & w_3 \langle \phi \rangle \\ 0 & 0 & 0 & m_D \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

Ở đây, để đơn giản, ta xét trường hợp khối lượng các quark bị suy biến $m_U = m_D = m_Q$ và $m_N = m_E = m_L$. Sau khi chéo hóa các ma trận trên, khối lượng của các quark trong SM bị lệch khỏi giá trị ban đầu do trộn lẫn với các vectorlike quark. Các khối lượng mới này được yêu cầu phải nằm trong khoảng 2σ của các giá trị thực nghiệm.

Trong mô hình này, ma trận CKM của mô hình chuẩn là khối 3×3 của một ma trận 4×4 xác định bởi hệ thức $(V_L^u V_L^{d\dagger})_{4 \times 4}$. Do sự trộn lẫn giữa vectorlike và quark trong SM, dễ thấy tính unitary của ma trận CKM trong SM bị vi phạm. Ở đây ta xem xét ràng buộc thực nghiệm của tổng bình phương module các yếu tố ma trận trên hàng thứ nhất của ma trận CKM trong SM [134]:

$$0.9971 \leq |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 \leq 0.9999 \quad (2\sigma). \quad (3.15)$$

Ngoài ra, chúng tôi còn xem xét dữ liệu thực nghiệm về tỷ số phân nhánh của phân rã bức xạ (radiative decay) B meson ở mức 2σ [51]:

$$3.11 \times 10^{-4} < \text{BR}(B \rightarrow X_s \gamma) < 3.87 \times 10^{-4}. \quad (3.16)$$

Giả thiết giá trị trung tâm của đại lượng này là không đổi, ta có thể kỳ vọng sai số tương đối có thể đạt đến 2% với độ rọi 50 ab^{-1} ở thí nghiệm Belle II trong tương lai [36, 75]. Khi đó, khoảng 2σ nói trên được dự kiến sẽ trở thành

$$3.35 \times 10^{-4} < \text{BR}(B \rightarrow X_s \gamma)_{\text{Belle2}} < 3.63 \times 10^{-4}. \quad (3.17)$$

Chương này cũng cập nhật lại các dữ liệu thực nghiệm mới nhất về các phân rã semileptonic của B meson. Cụ thể là tỷ số phân nhánh của các quá trình

¹Lưu ý rằng hệ cơ sở mà ta đang sử dụng khác với hệ cơ sở đã được trình bày trong chương 1. Do đó, các ma trận khối lượng M^u , M^d sẽ có dạng khác với dạng tổng quát trong các biểu thức (1.41) và (1.42).

$B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ [25, 28, 49], $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-$ [26, 49], $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ [23, 24] và $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 e^+ e^-$ [23, 24]. Khoảng 2σ cho phép hiện tại của các đại lượng này ứng với khối lượng bất biến của muon trong vùng $q^2 = [1.1, 6.0]$ GeV² được cho như sau

$$1.050 \times 10^{-7} < \text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-) < 1.322 \times 10^{-7}, \quad (3.18)$$

$$1.382 \times 10^{-7} < \text{BR}(B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-) < 1.970 \times 10^{-7}, \quad (3.19)$$

$$1.090 \times 10^{-7} < \text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-) < 1.416 \times 10^{-7}, \quad (3.20)$$

$$1.290 \times 10^{-7} < \text{BR}(B^0 \rightarrow K^*(892)^0 e^+ e^-) < 1.965 \times 10^{-7}. \quad (3.21)$$

Các thí nghiệm tìm kiếm slepton ở ATLAS và CMS ở 13 GeV yêu cầu khối lượng của hạt vectorlike lepton mang điện [15, 16, 97, 126] phải thỏa mãn điều kiện, hoặc $m_L \gtrsim \mathcal{O}(1)$ TeV, hoặc

$$m_L - m_{\chi_r} \lesssim 60 \text{ GeV}. \quad (3.22)$$

Mặt khác, để giải thích sự sai lệch giữa giá trị thực nghiệm [38] và tiên đoán của SM về moment từ dị thường của muon [33, 53, 127]

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (24.9 \pm 4.8) \times 10^{-10}, \quad (3.23)$$

các vectorlike lepton phải đủ nhẹ.

Trong mô hình đang xét, hạt Z' boson không tương tác với các lepton và hạt Higgs trong mô hình chuẩn trong trường hợp không có số hạng trộn động năng. Tương tác giữa hạt boson mới này và quark trong SM được sinh ra do sự trộn lẫn giữa vectorlike quark và quark trong SM. Loại tương tác này là rất yếu do chịu hạn chế bởi các ràng buộc FCNC. Chúng tôi đã đánh giá tiết diện tán xạ của các quá trình tìm kiếm Z' boson đúng là có thể bỏ qua khi so với các tín hiệu nền của SM. Vì vậy, vùng tham số thỏa mãn các điều kiện FCNC thì đồng thời cũng thỏa mãn các ràng buộc hiện tại đối với các quá trình tìm kiếm Z' boson [8, 13, 14, 27, 34, 52, 99, 125, 130].

Ở LHC, các vectorlike quark có thể được sinh ra riêng lẻ hoặc theo từng cặp. Trong các quá trình tìm kiếm vectorlike được sinh ra riêng lẻ [9, 10, 131], các ràng

buộc đối với không gian tham số được thiết lập theo khối lượng vectorlike quark và các hệ số tương tác phổ quát (universal coupling strength) của các tương tác điện yếu/tương tác Yukawa giữa các vectorlike quark, quark trong SM và các hạt truyền tương tác trường chuẩn có khối lượng/Higgs boson trong SM. Bởi vì các hệ số tương tác nói trên được xác định bởi các ma trận trộn giữa vectorlike quark và quark trong SM, chúng phải nhận giá trị rất bé nhằm thỏa mãn các ràng buộc nghiêm ngặt đối với các FCNC và tính unitary của ma trận CKM. Từ đó, một khi đưa vào các ràng buộc về FCNC và tính unitary của ma trận CKM, vùng tham số được phép của mô hình cũng sẽ thỏa mãn các ràng buộc hiện tại đối với các quá trình tìm kiếm vectorlike sinh ra riêng lẻ bởi thí nghiệm ATLAS và CMS ở LHC. Về phần các quá trình tìm kiếm vectorlike quark được sinh ra thành cặp [5, 11, 12, 119, 120], các vectorlike quark được tạo thành chủ yếu từ các quá trình tương tác mạnh, với tiết diện tán xạ chỉ phụ thuộc vào khối lượng của vectorlike quark. Điều này là đúng đối với vùng khối lượng vectorlike quark bé hơn cỡ $\mathcal{O}(1)$ TeV. Vì vậy, khối lượng vectorlike quark trong mô hình đang xét sẽ chịu một ràng buộc từ các quá trình tìm kiếm sinh cặp, với cận dưới nghiêm ngặt nhất hiện tại là [12]

$$m_Q \gtrsim 1.59 \text{ TeV}. \quad (3.24)$$

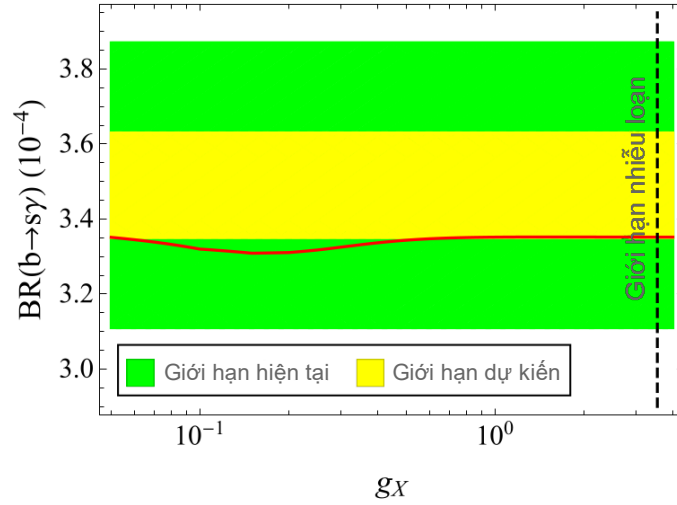
Bộ các tham số tự do của mô hình bao gồm

$$y_{1,2,3}, g_X, w_{1,2,3}, m_{Z'}, \lambda_\phi, m_Q, m_{\chi_r}, \tau = \frac{m_L^2}{m_{\chi_r}^2}, \delta = \frac{m_{\chi_i}^2}{m_{\chi_r}^2} - 1. \quad (3.25)$$

Lưu ý rằng đóng góp của vật lý mới vào muon $g-2$ phụ thuộc vào các tham số y_2 , m_{χ_r} , τ và δ , để hợp nhất hai điều kiện ràng buộc (3.22) và (3.23), ta chọn các tham số này như sau $y_2 = 3.3$, $m_{\chi_r} = 120$ GeV, $\tau = 1.78$ và $\delta = 1$. Để giải thích sự sai lệch khá lớn giữa tiên đoán của SM và các giá trị thực nghiệm của $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$, hệ số Yukawa y_2 cần phải lớn. Trong khi đó, giá trị đáng kể của hệ số y_1 cũng đóng vai trò quan trọng trong việc lý giải sự tăng lên ở các channel electron trong các phân rã semileptonic của B-meson vừa được công bố bởi LHCb Collaboration [23, 24]. Ở đây, chúng tôi xét trường hợp $y_1 = 3$, đồng thời, để đơn giản, y_3 được cho bằng 0. Để hạn chế đóng góp của vật lý mới đối với các FCNC liên quan tới hai thế hệ đầu, trường hợp $w_1 = 0$ cũng được chọn. Do ảnh hưởng của λ_ϕ đối với các đại lượng quan sát được đang xét là rất bé, ta

có thể lấy $\lambda_\phi = 3$ trong các phân tích phía sau mà không mất đi tính tổng quát. Bộ các tham số còn lại là g_X , w_2 , w_3 , $m_{Z'}$ và m_Q . Đối với các hằng số tương tác của trường chuẩn $U(1)_X$ và các tham số Yukawa vừa thêm vào, ta đưa vào thêm các giới hạn nhiễu loạn của chúng

$$g_X, w_{2,3} \leq \sqrt{4\pi}. \quad (3.26)$$



Hình 3.2: Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của g_X khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $m_Q = 2500$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Vùng màu xanh lá và màu vàng lần lượt biểu thị các giới hạn hiện tại và dự kiến từ thí nghiệm Belle II trong tương lai. Đường đứt nét màu đen tương ứng với giới hạn nhiễu loạn (3.26).

Tỷ số phân nhánh của quá trình $b \rightarrow s\gamma$ được xác định bởi [51, 82, 103, 106]

$$\text{BR}(b \rightarrow s\gamma) = \text{BR}(b \rightarrow c\ell\nu) \left| \frac{V_{ts}^* V_{tb}}{V_{cb}} \right|^2 \frac{6\alpha_e}{\pi C} \left(|C_7^{SM} + C_7^{NP}|^2 + N \right), \quad (3.27)$$

với C_7^{NP} là đóng góp của vật lý mới vào hệ số C_7 , còn C_7^{SM} là giá trị của C_7 theo tiên đoán của SM, được điều chỉnh sao cho phù hợp với kết quả tính toán lý thuyết về $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ ở mức NNLO (next-to-next-to-leading-order) [106]. Lưu ý rằng cả C_7^{SM} và C_7^{NP} đều được xét ở mức năng lượng $m_b = 4.2$ GeV. Trong công thức trên, phần đóng góp phi nhiễu loạn $N \simeq 0.0031$ [103], còn hệ số C được xác

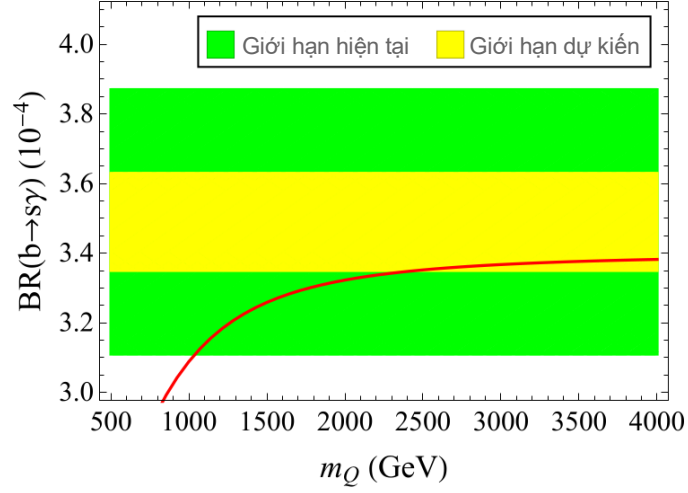
định bởi công thức số [82]

$$C = g(z) \left\{ 0.903 - 0.588[\alpha_s(4.6 \text{ GeV}) - 0.22] + 0.0650(m_{b,kin} - 4.55) - 0.1080[m_c(2 \text{ GeV}) - 1.05] - 0.0122\mu_G^2 - 0.199\rho_D^3 + 0.004\rho_{LS}^3 \right\}. \quad (3.28)$$

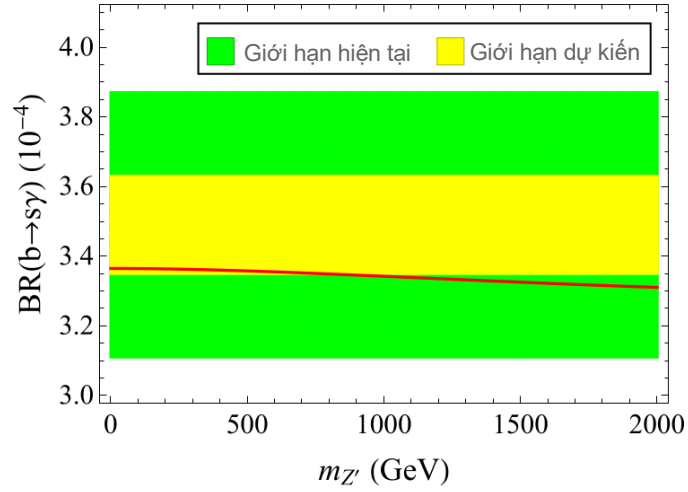
Trong đó, $g(z) = 1 - 8z + 8z^3 - z^4 - 12z^2 \ln z$, với $z = m_c^2(2 \text{ GeV})/m_{b,kin}^2$. Các tham số phi nhiễu loạn ($m_{b,kin}$, $m_c(2 \text{ GeV})$, μ_G^2 , ρ_D^3 , ρ_{LS}^3) lần lượt nhận các giá trị (4.564, 1.087, 0.309, 0.171, -0.135).

Trên hình 3.2, tỷ số phân nhánh $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ được biểu diễn dưới dạng hàm của g_X trong trường hợp $m_{Z'} = 700 \text{ GeV}$, $m_Q = 2500 \text{ GeV}$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Ứng với bộ tham số này, đóng góp chủ đạo vào quá trình $b \rightarrow s\gamma$ đến từ giản đồ vòng liên quan đến hạt boson Z' của nhóm chuẩn $U(1)_X$ trên hình 3.1c. Lưu ý rằng tương tác giữa Z' và dòng quark loại d tỷ lệ với tích của g_X và các yếu tố ma trận quay, mà tích này có thể xem gần đúng là tỷ lệ với $g_X \langle \phi \rangle$. Do đó, theo (1.36), nếu $m_{Z'}$ nhận giá trị cố định thì tương tác này sẽ không phụ thuộc vào g_X . Điều này giải thích dáng điệu đường cong của đồ thị trên hình 3.2. Bộ tham số này thỏa mãn các ràng buộc thực nghiệm hiện tại (3.16) (vùng màu xanh lá) trên toàn khoảng được vẽ của g_X cho tới giới hạn nhiễu loạn (đường đứt nét màu đen). Trong tương lai gần, nếu giá trị trung tâm của tỷ số phân nhánh này không thay đổi, khoảng 2σ dự kiến của nó (3.17) thu được từ thí nghiệm Belle II được biểu diễn trên đồ thị dưới dạng một dải màu vàng. Giá trị cận dưới dự kiến này sẽ có thể loại đi một loạt giá trị của g_X từ 0.05 đến 0.79 trong trường hợp này.

Trên hình 3.3, $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ được biểu diễn dưới dạng hàm của khối lượng các vectorlike quark m_Q trong trường hợp $g_X = 1.4$, còn các tham số khác được cho giống như trên hình 3.2. Có thể thấy, tỷ số phân nhánh này tăng lên rất nhiều ứng với các giá trị m_Q lớn. Khi m_Q tăng, các vectorlike quark dần dần tách rời khỏi vùng mô hình chuẩn ở các mức năng lượng thấp. Do đó, tỷ số phân nhánh đang xét này tiến tới giá trị tiên đoán của mô hình chuẩn khi m_Q rất lớn. Các ràng buộc hiện tại ở mức 2σ (3.16) của tỷ số phân nhánh này (vùng màu xanh lá cây) bắt buộc m_Q phải lớn hơn cỡ 1050 GeV. Sau khi thí nghiệm Belle II hoàn thành, vùng 2σ tương ứng (3.17) (vùng màu vàng) được kỳ vọng sẽ có thể tăng giá trị cận dưới của m_Q lên khoảng 2360 GeV.



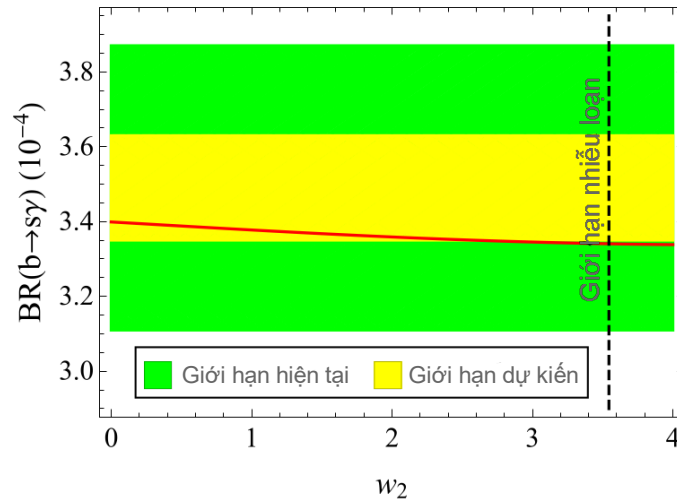
Hình 3.3: Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của m_Q khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Quy ước về màu cũng giống như hình 3.2.



Hình 3.4: Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của $m_{Z'}$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Quy ước về màu cũng giống như hình 3.2.

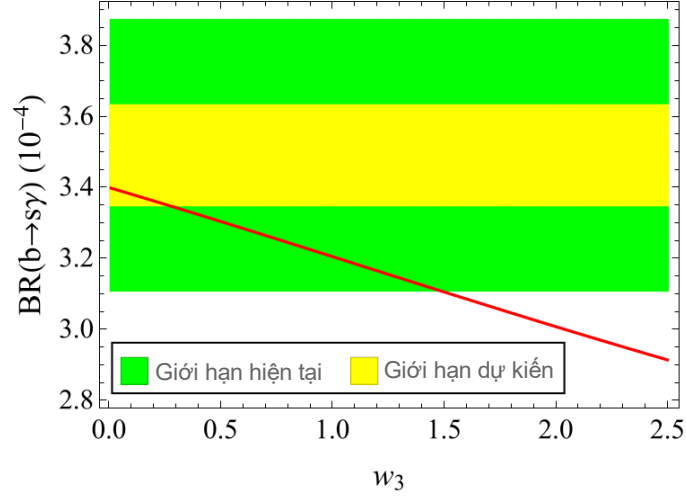
Sự phụ thuộc của $BR(b \rightarrow s\gamma)$ vào $m_{Z'}$ được thể hiện trên hình 3.4 cho trường hợp $g_X = 1.4$, còn các tham số khác được cho giống như trên hình 3.2. Có thể thấy đại lượng này hơi giảm xuống khi $m_{Z'}$ tăng lên. Bởi vì đóng góp chủ đạo

vào quá trình đang xét đến từ giản đồ trên hình 3.1c, sự phụ thuộc này là không quá mạnh khi g_X được giữ cố định. Tỷ số phân nhánh $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ thỏa mãn các giới hạn 2σ hiện tại (3.16) (vùng màu xanh lá cây) trên toàn miền của $m_{Z'}$. Tuy nhiên, người ta dự kiến các kết quả thu được từ thí nghiệm Belle II trong tương lai (3.17) (vùng màu vàng) có thể áp đặt một giới hạn trên vào cỡ 750 GeV cho khối lượng của Z' boson, ứng với bộ tham số đang xét.



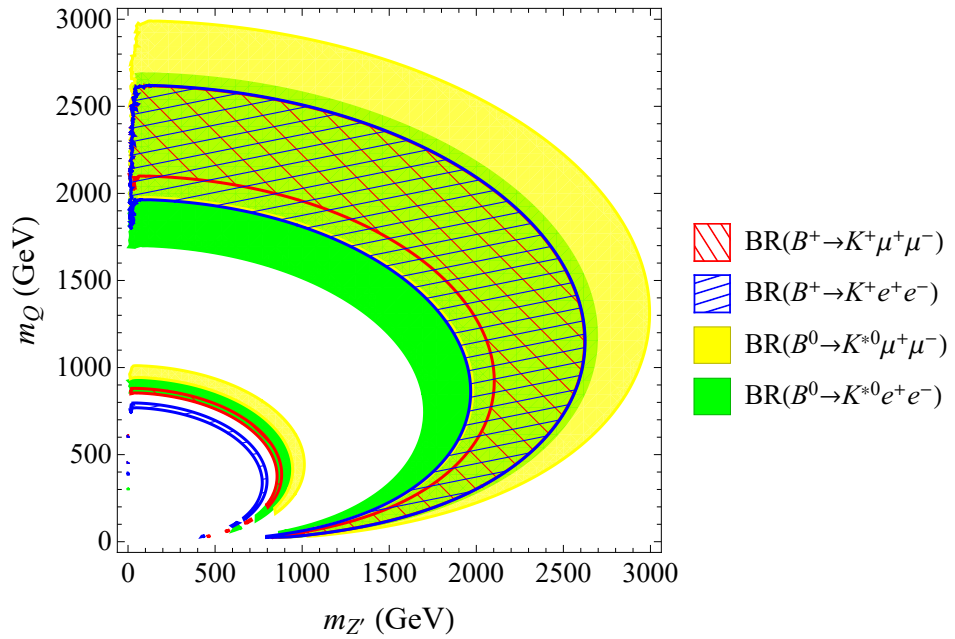
Hình 3.5: Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của w_2 khi $m_Q = 2500$ GeV, $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$. Quy ước về màu cũng giống như hình 3.2.

Hình 3.5 cho thấy sự phụ thuộc của $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ vào hệ số w_2 trong trường hợp $m_Q = 2500$ GeV, $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$. Ta thấy tỷ số phân nhánh sẽ hơi giảm một chút khi $|w_2|$ tăng. Với bộ tham số kể trên, tỷ số phân nhánh nằm trọn trong vùng giới hạn cho phép hiện tại (3.16) của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ (vùng màu xanh lá cây) với mọi giá trị w_2 từ 0 cho đến giới hạn nhiễu loạn. Trong tương lai gần, kết quả của thí nghiệm Belle II (3.17) dự kiến sẽ áp đặt một giá trị cận trên vào khoảng 2.57 đối với tham số w_2 . Cận trên này nhỏ hơn nhiều so với giới hạn nhiễu loạn (3.26). Đại lượng $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ được biểu diễn dưới dạng hàm của tham số w_3 trên hình 3.6. Tương tự như hình 3.5, ta cũng có thể thấy được tỷ số phân nhánh này tỷ lệ nghịch với w_3 . Ràng buộc thực nghiệm hiện tại (3.16) yêu cầu w_3 phải nhỏ hơn 1.5. Do sự phụ thuộc rất mạnh của $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ vào w_3 , giá trị cận trên này được kỳ vọng sẽ giảm xuống còn



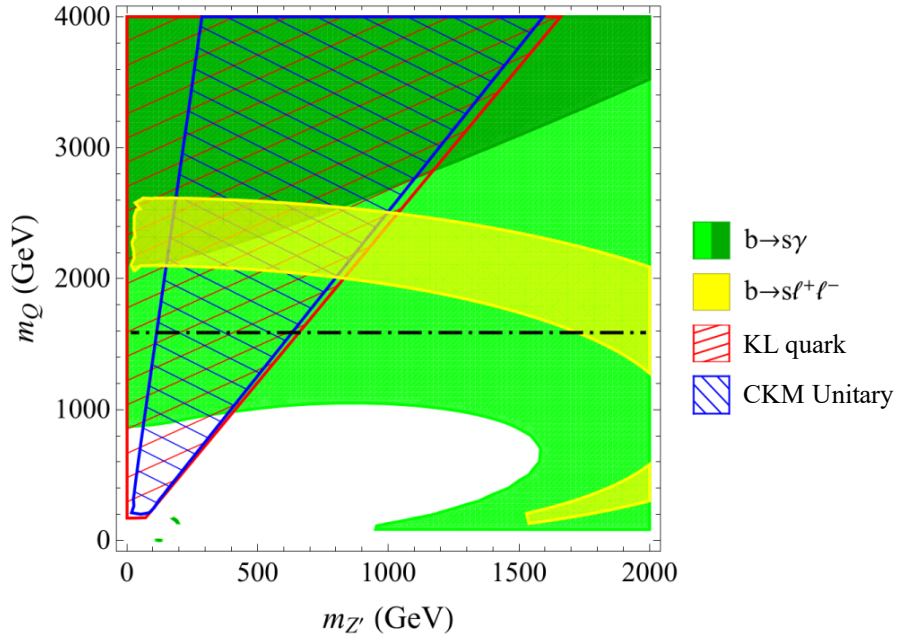
Hình 3.6: Tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ như là hàm của w_3 khi $m_Q = 2500$ GeV, $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$. Quy ước về màu cũng giống như hình 3.2.

cỡ 0.27 bởi điều kiện (3.17) khi thí nghiệm Belle II thu thập đủ dữ liệu trong tương lai.



Hình 3.7: Ràng buộc đối với các phân rã semileptonic (biểu thức (3.18)-(3.21)) ở mức 2σ trên mặt phẳng $(m_{Z'}, m_Q)$ khi $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$.

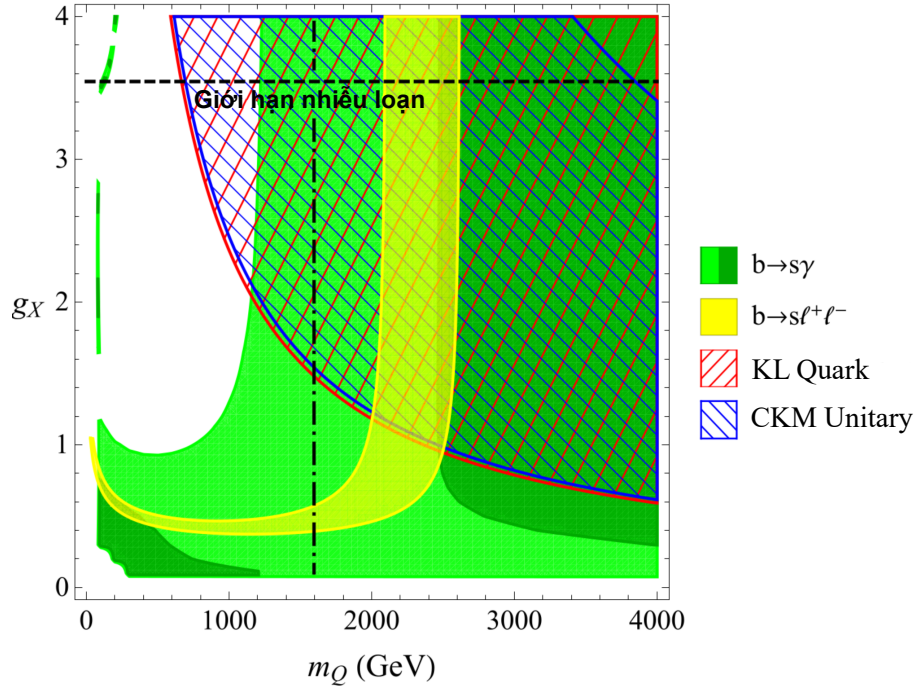
Trên hình 3.7, ràng buộc đối với các phân rã semileptonic của B meson được vẽ trên mặt phẳng $(m_{Z'}, m_Q)$ trong trường hợp $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$ và $w_3 = 0.25$. Vùng được phép ở mức 2σ tương ứng với các ràng buộc đối với $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)$ (3.18), $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-)$ (3.19), $\text{BR}(B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-)$ (3.20) và $\text{BR}(B^0 \rightarrow K^{0*} e^+ e^-)$ (3.21) lần lượt được biểu diễn bằng các miền màu đỏ gạch chéo, màu vàng, màu xanh lam gạch chéo và màu xanh lá cây. Mỗi điều kiện ràng buộc có hai miền tham số được phép, miền hẹp ứng với các giá trị $m_{Z'}$, m_Q bé và miền rộng hơn ứng với các giá trị lớn hơn của cặp tham số này. Từ đồ thị, ta thấy chỉ có các dải rộng nói trên mới tồn tại một vùng giao nhau thỏa mãn tất cả bốn điều kiện đang xét. Các đường biên của vùng này tạo bởi việc lấy giao các ràng buộc đối với tỷ số phân nhánh của hai quá trình có sự sai lệch khá lớn giữa tiên đoán của SM và giá trị thực nghiệm là $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ và $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$.



Hình 3.8: Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, m_Q)$ khi $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Màu xanh lá mạ và màu xanh lá đậm biểu diễn vùng 2σ được phép hiện tại (3.16) và vùng dự kiến tương ứng sau khi thí nghiệm Belle II hoàn thành (3.17). Các ràng buộc về khối lượng quark trong mô hình chuẩn được thể hiện bằng vùng màu đỏ gạch chéo. Vùng xanh lam gạch chéo thỏa mãn điều kiện (3.15) về sự vi phạm tính unitary của hàng thứ nhất của ma trận CKM. Đường chấm gạch nằm ngang thể hiện giới hạn dưới (3.24) của m_Q .

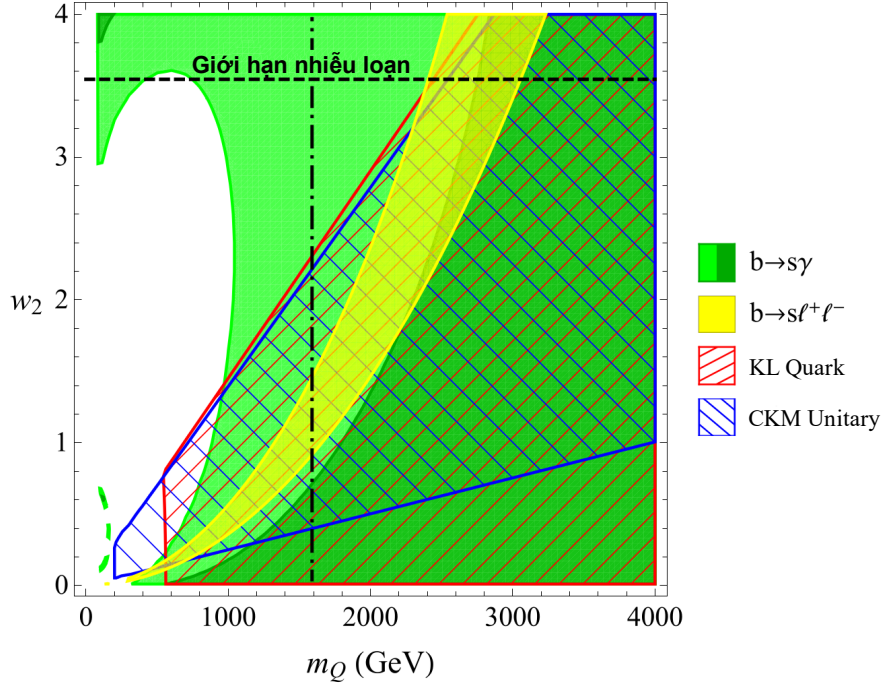
Vùng giao nhau nói trên được tách ra và vẽ lại trên hình 3.8 dưới dạng một dải màu vàng. Ngoài ra, ta còn xét cả các ràng buộc thực nghiệm đối với chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ (3.16), khối lượng quark trong SM, sự vi phạm tính unitary của hàng thứ nhất trong ma trận CKM (3.15) và điều kiện khối lượng vectorlike quark (3.24). Trên hình này, sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM (vùng màu xanh lam gạch chéo) bắt buộc tỷ số khối lượng $\frac{m_Q}{m_{Z'}}$ phải nằm trong khoảng [2.5, 13.8]. Ứng với mỗi giá trị m_Q , vùng tham số với giá trị $m_{Z'}$ quá lớn sẽ khiến cho sự trộn lẫn giữa vectorlike quark và quark trong SM trở nên quá mức, khiến cho tính unitary của ma trận CKM bị vi phạm. Vì vậy, vùng tham số này bị loại bỏ. Ngược lại, vùng tham số ứng với giá trị $m_{Z'}$ quá bé lại không đủ để thỏa mãn giới hạn dưới trong kết quả thực nghiệm về tính unitary của ma trận CKM (3.15). Do đó, vùng này cũng không được chọn. Giá trị cận dưới của m_Q được quyết định bởi ràng buộc hiện tại cho phân rã $b \rightarrow s\gamma$ (vùng màu xanh lá mạ) và tính unitary của ma trận CKM, có giá trị bằng 860 GeV. Cận dưới này được dự kiến sẽ nâng lên đến tầm 2130 GeV sau khi thí nghiệm Belle II hoàn thành và áp đặt một ràng buộc càng gắt gao hơn (3.17) (vùng màu xanh lá đậm). Nếu xét cả các ràng buộc (3.18)-(3.21) đối với các phân rã $b \rightarrow sl^+\ell^-$ (dải màu vàng), ta được một ràng buộc càng nghiêm ngặt hơn đối với không gian tham số. Khoảng tham số cho phép hiện tại của $m_{Z'}$ và m_Q lần lượt là [150, 1000] GeV và [2000, 2615] GeV. Ta thấy vùng tham số được phép này đã thỏa mãn điều kiện cận dưới hiện tại ở LHC của khối lượng vectorlike quark (3.24) (đường chấm gạch nằm ngang). Sau thí nghiệm Belle II, hai khoảng này giảm xuống còn [152, 816] GeV và [2124, 2615] GeV.

Trên hình 3.9 là các ràng buộc ở mức 2σ vẽ trên mặt phẳng (m_Q, g_X) khi các tham số còn lại nhận các giá trị không đổi: $m_{Z'} = 700$ GeV, $w_2 = 2.45$ và $w_3 = 0.25$. Vùng màu đỏ gạch chéo thỏa mãn các điều kiện đối với các khối lượng quark trong SM, còn vùng màu xanh lam gạch chéo biểu diễn ràng buộc đối với sự vi phạm tính unitary của hàng thứ nhất trong ma trận CKM (3.15). Có thể thấy hai điều kiện này khá tương thích nhau, trong đó điều kiện về tính unitary của ma trận CKM có phần nghiêm trọng hơn. Nó loại bỏ một phần lớn không gian tham số ứng với các giá trị m_Q và g_X quá bé bởi vì điều này sẽ khiến cho mức độ trộn lẫn giữa vectorlike và quark trong SM trở nên quá lớn. Suy luận tương tự, các giá trị quá lớn của g_X và m_Q (vùng góc trên bên phải của đồ thị)



Hình 3.9: Các ràng buộc trên mặt phẳng (m_Q, g_X) khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Các quy ước về màu tương tự như trong hình 3.8. Đường đứt nét màu đen biểu diễn giới hạn nhiễu loạn (3.26). Đường chấm gạch thẳng đứng thể hiện giới hạn dưới (3.24) của m_Q .

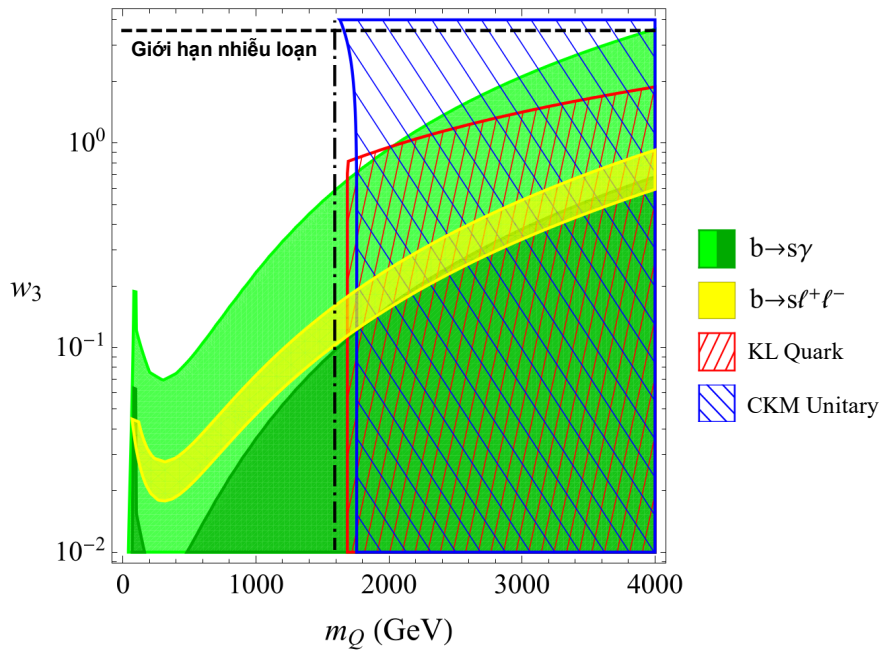
cũng bị loại bởi vì không thỏa mãn điều kiện thực nghiệm về tính unitary của ma trận CKM (3.15). Các ràng buộc đối với phân rã $b \rightarrow s\gamma$, thu được từ dữ liệu thực nghiệm hiện tại (3.16) và dữ liệu dự kiến Belle II (3.17), được biểu diễn lần lượt trên đồ thị bằng màu xanh lá mạ và màu xanh lá đậm. Ràng buộc hiện tại đã loại đi vùng tham số bên trái của đồ thị ứng với $m_Q \lesssim 1100$ GeV và $g_X \gtrsim \mathcal{O}(1)$, trong khi đó, ràng buộc Belle II lại có thể áp đặt một giới hạn dưới cỡ 2460 GeV lên m_Q . Dải màu vàng trên hình thể hiện sự kết hợp của bốn điều kiện ràng buộc ((3.18)-(3.21)) đối với chuyển tiếp $b \rightarrow sl^+l^-$. Vùng giao nhau giữa dải màu vàng này và vùng màu xanh lam gạch chéo đã hạn chế gắt gao khoảng giá trị được phép của m_Q , cỡ [2090, 2610] GeV đối với bộ tham số đang sử dụng. Từ hình vẽ, ta thấy khoảng được phép này thỏa mãn điều kiện LHC hiện tại (3.24) đối với khối lượng vectorlike quark (đường chấm gạch thẳng đứng). Do vùng màu xanh lá đậm chỉ hơi giao với dải màu vàng, có thể thấy kết quả của thí nghiệm Belle II trong tương lai sẽ có vai trò quan trọng trong việc kiểm chứng tính chính xác của vùng tham số được phép hiện tại.



Hình 3.10: Các ràng buộc trên mặt phẳng (m_Q, w_2) khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$. Các quy ước về màu tương tự như trong hình 3.8. Đường đứt nét màu đen biểu diễn giới hạn nhiễu loạn (3.26). Đường chấm gạch thẳng đứng thể hiện giới hạn dưới (3.24) của m_Q .

Các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (m_Q, w_2) được vẽ trên hình 3.10. Ở đây, các tham số còn lại được chọn như sau: $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$. Miền đồ thị với các giá trị w_2 bé, ứng với mức độ trộn lẫn rất ít giữa vectorlike quark và quark trong SM, không thỏa mãn điều kiện về tính unitary của ma trận CKM (3.15). Do đó, điều kiện ràng buộc này (vùng màu xanh lam gạch chéo) yêu cầu w_2 phải có độ lớn đáng kể khi m_Q cố định. Do ảnh hưởng của hai tham số w_2 và m_Q đối với $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$ và sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM, một phần lớn các giá trị của w_2 bị loại bỏ nếu khối lượng của vectorlike quark là tương đối bé. Có thể thấy sự kết hợp giữa hai điều kiện (3.15) và (3.16) đòi hỏi khối lượng m_Q phải lớn hơn tầm 560 GeV. Vùng được phép trên mặt phẳng (m_Q, w_2) sẽ càng bị hạn chế khi xét thêm các ràng buộc thực nghiệm (3.18)-(3.21) đối với các phân rã semileptonic của B meson (dải màu vàng). Kết hợp các điều kiện này cùng với điều kiện unitary của ma trận CKM (3.15) cũng áp đặt một giá trị cận dưới cỡ 0.16 cho tham số w_2 . Nếu xét thêm điều kiện

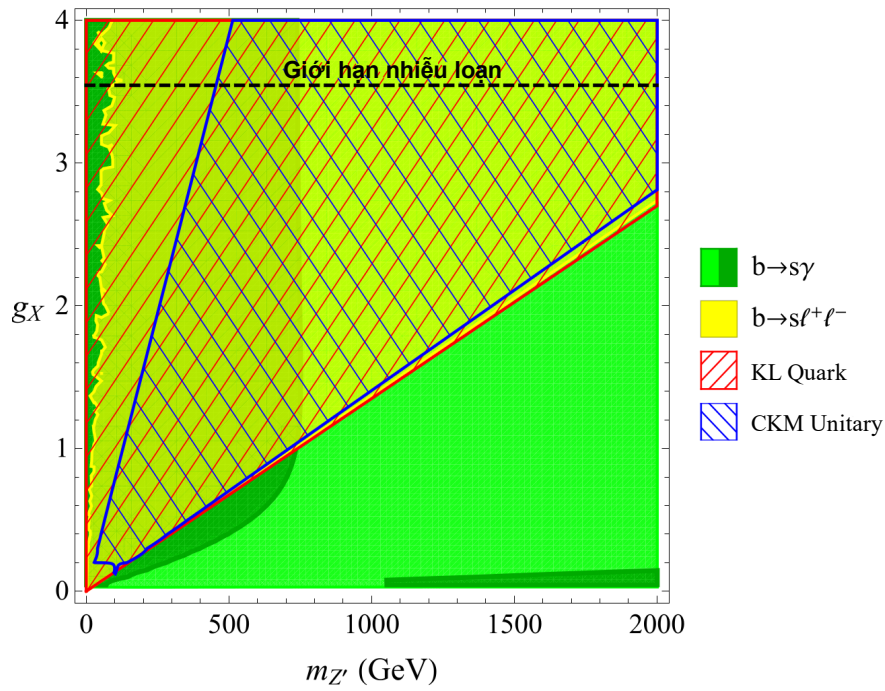
cận dưới LHC (3.24) của khối lượng vectorlike quark (đường chấm gạch thẳng đứng), cận dưới của w_2 tăng lên tới cỡ 0.9. Trong tương lai gần, kết quả của thí nghiệm Belle II được kỳ vọng sẽ nâng cận dưới của m_Q lên cỡ 2090 GeV và cận dưới của w_2 lên khoảng 1.6 ứng với bộ tham số này khi lấy giao của vùng màu xanh lá đậm và vùng màu vàng. Ngoài ra, giới hạn nhiễu loạn cho hệ số Yukawa w_2 (3.26) (đường nằm ngang đứt nét) cũng góp phần xác định một giá trị cận trên vào cỡ 3060 GeV cho khối lượng m_Q trong trường hợp này.



Hình 3.11: Các ràng buộc trên mặt phẳng (m_Q, w_3) khi $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$. Các quy ước về màu tương tự như trong hình 3.8. Đường chấm gạch thẳng đứng thể hiện giới hạn dưới (3.24) của m_Q .

Trên hình 3.11, chúng tôi biểu diễn các vùng tham số thỏa mãn các điều kiện ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng (m_Q, w_3) trong trường hợp $m_{Z'} = 700$ GeV, $g_X = 1.4$ và $w_2 = 2.45$. Từ đồ thị, có thể thấy cận dưới của m_Q được quyết định bởi điều kiện đối với sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM (3.15) (vùng màu xanh lam gạch chéo). Nó vào cỡ 1760 GeV với $w_3 \lesssim 0.9$. Đó là vì m_Q nhỏ sẽ dẫn đến mức độ trộn lẫn quá lớn giữa vectorlike quark và quark trong SM. Cũng cùng nguyên nhân này, khi $w_3 \gtrsim 0.9$, ràng buộc đối với khối lượng quark trong SM trở nên nghiêm trọng và loại đi một phần lớn của không gian

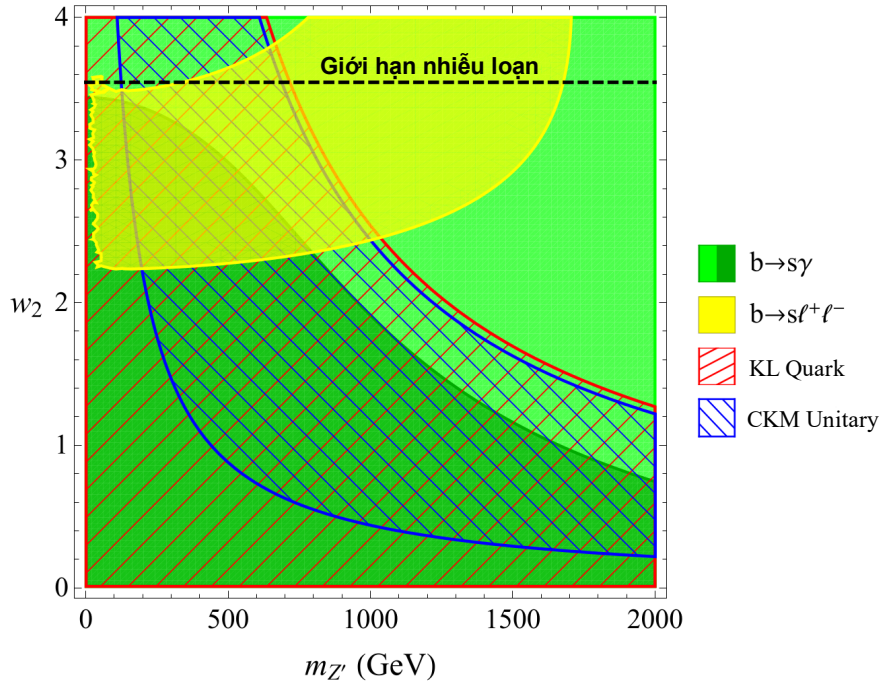
tham số tương tự như trường hợp m_Q bé ở trên. Điều kiện này còn gắt gao hơn cả giới hạn hiện tại (3.16) của phân rã $b \rightarrow s\gamma$ (vùng màu xanh lá mạ). Từ đồ thị ta có thể thấy, một khi áp dụng các điều kiện ràng buộc đối với khối lượng quark SM và tính unitary của ma trận CKM, vùng tham số cho phép liên sẽ thỏa mãn giới hạn cận dưới LHC (3.24) của m_Q (đường chấm gạch thẳng đứng). Các ràng buộc (3.18)-(3.21) đối với các phân rã $b \rightarrow sl^+\ell^-$ (dải màu vàng) có vai trò quan trọng vì chúng loại bỏ phần lớn không gian tham số, chỉ chừa lại một dải tham số rất hẹp trên đồ thị (dải màu vàng). Mặc dù dải này thỏa mãn điều kiện thực nghiệm hiện tại của phân rã $\text{BR}(b \rightarrow s\gamma)$, kết quả dự kiến từ thí nghiệm Belle II (vùng màu xanh lá đậm) sẽ có thể cắt bỏ một phần đáng kể của dải tham số này.



Hình 3.12: Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, g_X)$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $w_2 = 2.45$, $w_3 = 0.25$. Các quy ước về màu tương tự như trong hình 3.8. Đường đứt nét màu đen biểu diễn giới hạn nhiễu loạn (3.26).

Các vùng tham số cho phép trên mặt phẳng $(m_{Z'}, g_X)$ được biểu diễn trên hình 3.12 trong trường hợp $m_Q = 2500$ GeV, $w_2 = 2.45$ và $w_3 = 0.25$. Với cách chọn như vậy, toàn bộ vùng không gian tham số trên hình vẽ đều thỏa mãn điều kiện ràng buộc hiện tại (3.16) cho phân rã $b \rightarrow s\gamma$. Tuy nhiên, kết quả dự kiến (3.17) từ thí nghiệm Belle II (vùng màu xanh lá đậm) được cho là sẽ áp đặt một

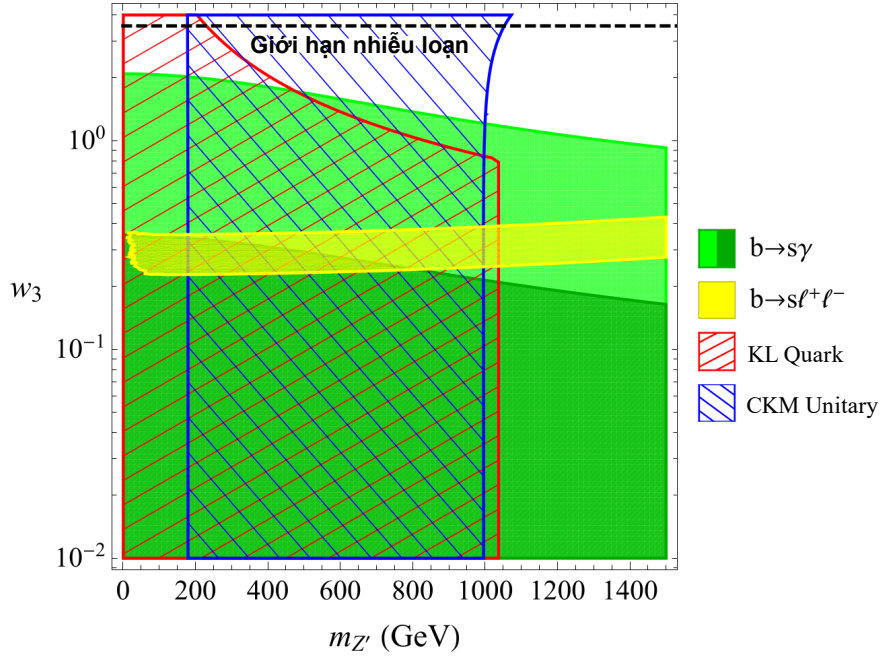
giới hạn trên cỡ 750 GeV lên $m_{Z'}$. Mặt khác, điều kiện (3.15) cho tính unitary của ma trận CKM (vùng màu xanh lam gạch chéo) lại yêu cầu tỷ số $\frac{m_{Z'}}{g_X}$ phải nằm trong khoảng cỡ [128, 714] GeV. Vùng ứng với các giá trị nằm ngoài khoảng nói trên của tỷ số này bị loại bỏ vì sẽ khiến cho độ trộn lẫn giữa quark trong SM và vectorlike quark hoặc quá thấp hoặc quá cao. Ngoài ra, điều kiện khối lượng quark SM (vùng màu đỏ gạch chéo) và các điều kiện kết hợp (3.18)-(3.21) đối với các phân rã $b \rightarrow sl^+\ell^-$ (dải màu vàng) cũng được thỏa mãn khi tỷ số $\frac{m_{Z'}}{g_X}$ nằm trong khoảng nói trên.



Hình 3.13: Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, w_2)$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$. Các quy ước về màu tương tự như trong hình 3.8.

Trên hình 3.13 là các ràng buộc thực nghiệm trên mặt phẳng $(m_{Z'}, w_2)$ trong trường hợp $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_3 = 0.25$. Từ đồ thị, có thể thấy điều kiện về tính unitary của ma trận CKM có xu hướng chọn các điểm ứng với giá trị w_2 nhỏ, trong khi điều kiện về các phân rã semileptonic của B meson lại có xu hướng chọn các điểm có w_2 lớn. Các giá trị nhỏ của w_2 và $m_{Z'}$ sẽ dẫn đến độ trộn lẫn thấp giữa quark trong SM và vectorlike quark. Do đó, vùng tham số góc dưới bên trái của đồ thị không thể giải thích được sự vi phạm tính unitary

của hàng thứ nhất trong ma trận CKM (3.15), và vì thế bị loại bỏ. Điều kiện ràng buộc hiện nay cho chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ (3.16) là rất lỏng lẻo đối với bộ tham số đã chọn, thể hiện bởi vùng màu xanh lá mạ chiếm toàn bộ mặt phẳng đồ thị. Tuy nhiên, thí nghiệm Belle II được dự kiến sẽ có đóng góp quan trọng trong việc loại bỏ một vùng lớn của không gian tham số. Như có thể thấy trên đồ thị, vùng màu xanh lá đậm ứng với điều kiện (3.17) trở nên bé hơn nhiều so với vùng màu đỏ gạch chéo (tương ứng với điều kiện về khối lượng quark). Vùng tham số cho phép hiện nay sẽ là phần giao cắt giữa dải màu vàng (ứng với các điều kiện (3.18)-(3.21) đối với các phân rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$), vùng màu xanh lam gạch chéo (ứng với điều kiện về tính unitary của ma trận CKM) và điều kiện nhiễu loạn của w_2 (đường đứt nét nằm ngang). Với cách chọn tham số như ở trên, tham số Yukawa w_2 sẽ bị giới hạn trong một khoảng giá trị khá hẹp $[2.24, \sqrt{4\pi}]$, còn khoảng cho phép của $m_{Z'}$ là $[125, 1000]$ GeV. Sau khi thí nghiệm Belle II hoàn thành, vùng tham số cho phép trên mặt phẳng này sẽ bị cắt đi hơn một nửa.



Hình 3.14: Các ràng buộc trên mặt phẳng $(m_{Z'}, w_3)$ khi $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4$, $w_2 = 2.45$. Các quy ước về màu tương tự như trong hình 3.8.

Hình 3.14 thể hiện các giới hạn thực nghiệm trên mặt phẳng $(m_{Z'}, w_3)$. Các tham số tự do được chọn như sau: $m_Q = 2500$ GeV, $g_X = 1.4$ và $w_2 = 2.45$. Với

cách chọn như vậy, điều kiện về tính unitary của ma trận CKM (vùng màu xanh lam gạch chéo) đòi hỏi khối lượng của Z' boson phải nằm trong khoảng $[180, 1000]$ GeV. Các điều kiện (3.18)-(3.21) đối với các phân rã $b \rightarrow sl^+l^-$ (dải màu vàng) giới hạn giá trị của w_3 vào cỡ $0.22 - 0.40$ trong trường hợp này. Kết quả dự kiến của thí nghiệm Belle II sẽ cho chúng ta một ràng buộc rất mạnh đối với phân rã $b \rightarrow s\gamma$. Theo đó, khoảng giá trị cho phép của $m_{Z'}$ sẽ bị thu hẹp lại còn $[180, 820]$ GeV, ứng với bộ tham số đang xét.

3.3 Kết luận chương 3

Chương này của luận án đã tính toán và đưa ra biểu thức giải tích cho đóng góp của vật lý mới đối với hệ số Wilson C_7 trong Hamiltonian hiệu dụng trong khuôn khổ mô hình BDW. Dựa vào đó, thu được sự phụ thuộc của tỷ số phân nhánh của chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ vào các tham số tự do của mô hình. Chúng tôi cũng đã chỉ ra rằng mô hình này có thể giải thích được các số liệu đo đạc về sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM, cũng như các dữ liệu thực nghiệm về phân rã $b \rightarrow s\gamma$. Đồng thời, nó còn đưa ra các tiên đoán về các đại lượng quan sát được liên quan tới quá trình $b \rightarrow sl^+l^-$ và khối lượng của các quark trong SM phù hợp với các số liệu thực nghiệm mới nhất. Nghiên cứu trong chương này cũng đã xem xét và bảo đảm sao cho moment từ dị thường của muon là tương thích với các dữ liệu thực nghiệm gần nhất đo bởi các thí nghiệm Muon $g - 2$. Bằng cách đánh giá không gian tham số, vùng tham số được phép thỏa mãn tất cả các ràng buộc thực nghiệm đang quan tâm cũng đã được xác định. Trong quá trình này, ngoài điều kiện tổng hợp về các phân rã semileptonic của B meson, điều kiện về sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM đóng vai trò rất quan trọng trong việc lọc ra vùng khả dĩ trong không gian tham số. Ngoài ra, chúng tôi còn đánh giá chi tiết các ràng buộc từ quá trình tìm kiếm vectorlike quark gần đây ở LHC, cùng với ảnh hưởng của kết quả dự kiến sau khi thí nghiệm Belle II về phân rã $b \rightarrow s\gamma$ hoàn thành. Có thể thấy, trong tương lai gần, kết quả này được kỳ vọng sẽ có thể loại bỏ đi một bộ phận đáng kể của vùng tham số được phép ở thời điểm hiện tại.

Kết luận

Luận án đã trình bày những nghiên cứu về một mô hình mở rộng của mô hình chuẩn bằng cách tăng thêm các hạt vectorlike và nhóm $U(1)_X$, cụ thể là mô hình Bélanger-Delaunay-Westhoff. Các kết quả chính thu được như sau:

- Trong mô hình BDW, các số hạng khối lượng trong hệ cơ sở khối lượng của các hạt mới đã được tính toán cụ thể. Ngoài ra, do các quark của SM và vectorlike quark bị trộn lẫn với nhau, dẫn đến một số đỉnh tương tác cũ trong mô hình chuẩn bị biến đổi và một số đỉnh tương tác mới xuất hiện. Cụ thể, trong khi các tương tác điện từ và tương tác mạnh vẫn giống hệt như trong SM thì các tương tác yếu liên quan tới các hạt W và Z lại bị thay đổi, đặc biệt là sự xuất hiện của các tương tác giữa các quark thuộc các thế hệ khác nhau. Ngoài ra, các số hạng tương tác liên quan tới các hạt vô hướng ϕ và χ trong phần vật lý mới, cụ thể là tương tác giữa chúng và các fermion, hạt boson Z' , cũng như các tương tác vô hướng bậc cao cũng đã được thu nhận.
- Luận án cũng đã tính toán và thu được biểu thức giải tích cho các đóng góp của vật lý mới đối với moment từ dị thường của muon và các hệ số Wilson $C_{9,10}^{(\prime)}$. Dựa vào đó, chúng tôi có được sự phụ thuộc của các đại lượng vật lý như Δa_μ , tỷ số phân nhánh của các quá trình $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$, các tỷ số R_K , R_{K^*} vào các tham số tự do của mô hình. Từ các ràng buộc thực nghiệm tương ứng, vùng tham số được phép của mô hình đã được xác định. Các kết quả dự kiến từ thí nghiệm đang tiến hành E989 đối với muon $g - 2$ cũng đã được xem xét.
- Một đóng góp quan trọng khác của luận án là mở rộng mô hình BDW bằng cách xem xét trường hợp có xuất hiện số hạng trộn động năng giữa hai

trường chuẩn tương ứng với hai nhóm $U(1)_Y$ và $U(1)_X$ của mô hình. Luận án đã khảo sát sự ảnh hưởng của hiệu ứng trộn động năng đối với các quá trình liên quan đến phân rã $b \rightarrow s\ell^+\ell^-$ cùng bài toán muon $g - 2$ và thấy rằng vùng tham số được phép trong trường hợp này bị dịch chuyển và mở rộng hơn so với trường hợp không có trộn động năng.

- Luận án còn nghiên cứu các phân rã liên quan đến chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$ của B meson và sự vi phạm tính unitary của ma trận CKM trong khuôn khổ mô hình BDW. Biểu thức cụ thể cho đóng góp của vật lý mới đối với hệ số Wilson C_7 đã được tính toán chi tiết. Chúng tôi đã sử dụng các dữ liệu mới nhất đối với muon $g - 2$, các tỷ số phân nhánh semileptonic của B meson, khối lượng quark, các ràng buộc từ thí nghiệm LEP và LHC ở 13 TeV, cũng như các điều kiện yêu cầu của lý thuyết nhiễu loạn. Vùng tham số thỏa mãn tất cả các ràng buộc nói trên ở mức 2σ đã được xác định. Ngoài ra, các kết quả dự kiến từ thí nghiệm đang tiến hành Belle II đối với phân rã $b \rightarrow s\gamma$ cũng đã được xem xét. Trong tương lai gần, thí nghiệm này được kỳ vọng sẽ cung cấp các ràng buộc mạnh mẽ, góp phần thu hẹp đáng kể không gian tham số cho phép của mô hình đang xét.

Trong thời gian tới, chúng tôi dự định sẽ đánh giá ảnh hưởng của hiệu ứng trộn động năng đối với không gian tham số khi kết hợp thêm điều kiện ràng buộc ứng với chuyển tiếp $b \rightarrow s\gamma$. Ngoài ra, mô hình BDW còn có thể được mở rộng bằng cách bổ sung cơ chế seesaw để sinh khối lượng cho neutrino, hoặc siêu đối xứng hóa để giải quyết vấn đề phân bậc gauge.

Danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan tới luận án

1. Tran Minh Hieu, **Dinh Quang Sang**, Trieu Quynh Trang (2020), "On the standard model extension with vector-like fermions and Abelian symmetry", *Communications in Physics* Vol. 30 (3), pp. 231-244.
2. **Sang Quang Dinh**, Hieu Minh Tran (2021), "Muon $g-2$ and semileptonic B decays in BDW model with gauge kinetic mixing", *Physical Review D* Vol. 104 (11), 115009.
3. **Sang Quang Dinh**, Hieu Minh Tran (2023), "A model with vectorlike fermions and $U(1)_X$ symmetry: CKM unitarity, $b \rightarrow s$ transitions, and prospect at Belle II", *Nuclear Physics B* Vol. 997, 116384.
4. Tran Minh Hieu, **Dinh Quang Sang** (2024), "Scalar sector interactions in BDW model", *VNU Journal of Science: Mathematics – Physics* Vol. 40 (1), pp. 105-112.

Tài liệu tham khảo

* Tiếng Việt

- [1] Nguyễn Xuân Hãn (1996), *Cơ sở Lý thuyết trường lượng tử*, NXB Đại Học Quốc Gia, Hà Nội.
- [2] Trần Minh Hiếu (2011), *Về khối lượng các hạt cơ bản trong sơ đồ siêu đối xứng*, Luận án Tiến sĩ Vật lý, Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.
- [3] Hoàng Ngọc Long (2003), *Nhập môn Lý thuyết trường lượng tử và Mô hình thống nhất tương tác điện yếu*, NXB Khoa học và Kỹ Thuật, Hà Nội.
- [4] Phạm Thúc Tuyên (2007), *Lý thuyết hạt cơ bản*, NXB Đại Học Quốc Gia, Hà Nội.

* Tiếng Anh

- [5] M. Aaboud *et al.* [ATLAS] (2018), “Combination of the searches for pair-produced vector-like partners of the third-generation quarks at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *Phys. Rev. Lett.* **121**, no.21, 211801 [arXiv:1808.02343 [hep-ex]].
- [6] M. Aaboud *et al.* [ATLAS] (2018), “Search for additional heavy neutral Higgs and gauge bosons in the ditau final state produced in $36 fb^{-1}$ of pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *JHEP* **01**, 055 [arXiv:1709.07242 [hep-ex]].
- [7] M. Aaboud *et al.* [ATLAS] (2018), “Search for resonances in the mass distribution of jet pairs with one or two jets identified as b -jets in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *Phys. Rev. D* **98**, 032016 [arXiv:1805.09299 [hep-ex]].

- [8] G. Aad *et al.* [ATLAS], “Search for dark photons in rare Z boson decays with the ATLAS detector”, [arXiv:2306.07413 [hep-ex]].
- [9] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2023), “Search for single production of vector-like T quarks decaying into Ht or Zt in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *JHEP* **08**, 153 [arXiv:2305.03401 [hep-ex]].
- [10] G. Aad *et al.* [ATLAS], “Search for singly produced vector-like top partners in multilepton final states with 139 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, [arXiv:2307.07584 [hep-ex]].
- [11] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2023), “Search for pair-production of vector-like quarks in pp collision events at $s = 13$ TeV with at least one leptonically decaying Z boson and a third-generation quark with the ATLAS detector”, *Phys. Lett. B* **843**, 138019 [arXiv:2210.15413 [hep-ex]].
- [12] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2023), “Search for pair-produced vector-like top and bottom partners in events with large missing transverse momentum in pp collisions with the ATLAS detector”, *Eur. Phys. J. C* **83**, no.8, 719 [arXiv:2212.05263 [hep-ex]].
- [13] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2019), “Search for high-mass dilepton resonances using 139 fb^{-1} of pp collision data collected at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *Phys. Lett. B* **796**, 68-87 [arXiv:1903.06248 [hep-ex]].
- [14] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2020), “Search for $t\bar{t}$ resonances in fully hadronic final states in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *JHEP* **10**, 061 [arXiv:2005.05138 [hep-ex]].
- [15] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2020), “Search for electroweak production of charginos and sleptons decaying into final states with two leptons and missing transverse momentum in $\sqrt{s} = 13$ TeV pp collisions using the ATLAS detector”, *Eur. Phys. J. C* **80**, no.2, 123 [arXiv:1908.08215 [hep-ex]];
- [16] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2014), “Search for direct production of charginos, neutralinos and sleptons in final states with two leptons and missing transverse momentum in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector”, *JHEP* **05**, 071 [arXiv:1403.5294 [hep-ex]];

- [17] G. Aad *et al.* [ATLAS] (2020), “Searches for electroweak production of supersymmetric particles with compressed mass spectra in $\sqrt{s} = 13$ TeV pp collisions with the ATLAS detector”, *Phys. Rev. D* **101**, no.5, 052005 [arXiv:1911.12606 [hep-ex]].
- [18] [ATLAS], “Search for heavy resonances decaying into a Z boson and a Higgs boson in final states with leptons and b -jets in 139 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, ATLAS-CONF-2020-043.
- [19] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2019), “Search for lepton-universality violation in $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ decays”, *Phys. Rev. Lett.* **122**, no.19, 191801 [arXiv:1903.09252 [hep-ex]];
- [20] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2020), “Measurement of CP -averaged observables in the $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay”, *Phys. Rev. Lett.* **125**, no.1, 011802 [arXiv:2003.04831 [hep-ex]].
- [21] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2017), “Test of lepton universality with $B^0 \rightarrow K^{*0} \ell^+ \ell^-$ decays”, *JHEP* **08**, 055 [arXiv:1705.05802 [hep-ex]];
- [22] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2016), “Angular analysis of the $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ decay using 3 fb^{-1} of integrated luminosity”, *JHEP* **02**, 104 [arXiv:1512.04442 [hep-ex]].
- [23] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2023), “Test of lepton universality in $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ decays”, *Phys. Rev. Lett.* **131**, no.5, 051803 [arXiv:2212.09152 [hep-ex]];
- [24] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2023), “Measurement of lepton universality parameters in $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ and $B^0 \rightarrow K^{*0} \ell^+ \ell^-$ decays”, *Phys. Rev. D* **108**, no.3, 032002 [arXiv:2212.09153 [hep-ex]].
- [25] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2013), “Differential branching fraction and angular analysis of the $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$ decay”, *JHEP* **02**, 105 [arXiv:1209.4284 [hep-ex]];
- [26] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2016), “Measurements of the S-wave fraction in $B^0 \rightarrow K^+ \pi^- \mu^+ \mu^-$ decays and the $B^0 \rightarrow K^*(892)^0 \mu^+ \mu^-$ differential branching fraction”, *JHEP* **11**, 047 [arXiv:1606.04731 [hep-ex]].

- [27] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2020), “Search for $A' \rightarrow \mu^+\mu^-$ Decays”, *Phys. Rev. Lett.* **124**, no.4, 041801 [arXiv:1910.06926 [hep-ex]].
- [28] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2014), “Differential branching fractions and isospin asymmetries of $B \rightarrow K^{(*)}\mu^+\mu^-$ decays”, *JHEP* **06**, 133 [arXiv:1403.8044 [hep-ex]].
- [29] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2014), “Test of lepton universality using $B^+ \rightarrow K^+\ell^+\ell^-$ decays”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 151601 [arXiv:1406.6482 [hep-ex]].
- [30] R. Aaij *et al.* [LHCb] (2021), “Test of lepton universality in beauty-quark decays”, [arXiv:2103.11769 [hep-ex]].
- [31] J. Abdallah *et al.* [DELPHI] (2003), “Searches for supersymmetric particles in e^+e^- collisions up to 208-GeV and interpretation of the results within the MSSM”, *Eur. Phys. J. C* **31**, 421-479 [arXiv:hep-ex/0311019 [hep-ex]].
- [32] A. Abdesselam *et al.* [Belle] (2019), “Test of lepton flavor universality in $B \rightarrow K^*\ell^+\ell^-$ decays at Belle”, [arXiv:1904.02440 [hep-ex]].
- [33] B. Abi *et al.* [Muon $g - 2$] (2021), “Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm”, *Phys. Rev. Lett.* **126**, no.14, 141801 [arXiv:2104.03281 [hep-ex]].
- [34] F. Abudinén *et al.* [Belle-II] (2023), “Search for a Dark Photon and an Invisible Dark Higgs Boson in $\mu^+\mu^-$ and Missing Energy Final States with the Belle II Experiment”, *Phys. Rev. Lett.* **130**, no.7, 071804 [arXiv:2207.00509 [hep-ex]].
- [35] I. Adachi *et al.* [Belle-II] (2020), “Search for an Invisibly Decaying Z' Boson at Belle II in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^- (e^\pm\mu^\mp)$ Plus Missing Energy Final States”, *Phys. Rev. Lett.* **124**, no.14, 141801 [arXiv:1912.11276 [hep-ex]].
- [36] L. Aggarwal *et al.* [Belle-II], “Snowmass White Paper: Belle II physics reach and plans for the next decade and beyond”, [arXiv:2207.06307 [hep-ex]].
- [37] N. Aghanim *et al.* [Planck] (2020), “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”, *Astron. Astrophys.* **641**, A6 [arXiv:1807.06209 [astro-ph.CO]].

- [38] D. P. Aguillard *et al.* [Muon $g - 2$], “Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.20 ppm”, [arXiv:2308.06230 [hep-ex]].
- [39] F. del Aguila, L. Ametller, G. L. Kane and J. Vidal (1990), “Vector Like Fermion and Standard Higgs Production at Hadron Colliders”, *Nucl. Phys. B* **334**, 1-23
- [40] A. G. Akeroyd, S. Moretti, T. Shindou and M. Song (2021), “CP asymmetries of $\bar{B} \rightarrow X_s/X_d\gamma$ in models with three Higgs doublets”, *Phys. Rev. D* **103**, no.1, 015035 [arXiv:2009.05779 [hep-ph]].
- [41] M. Algueró, A. Biswas, B. Capdevila, S. Descotes-Genon, J. Matias and M. Novoa-Brunet (2023), “To (b)e or not to (b)e: no electrons at LHCb”, *Eur. Phys. J. C* **83**, no.7, 648 [arXiv:2304.07330 [hep-ph]].
- [42] R. Aliberti, T. Aoyama, E. Balzani, A. Bashir, G. Benton, J. Bijnens, V. Biloshytskyi, T. Blum, D. Boito and M. Bruno, *et al.* (2025), “The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model: an update,” [arXiv:2505.21476 [hep-ph]].
- [43] A. K. Alok, A. Dighe, S. Gangal and D. Kumar (2019), “Continuing search for new physics in $b \rightarrow s\mu\mu$ decays: two operators at a time”, *JHEP* **06**, 089 [arXiv:1903.09617 [hep-ph]].
- [44] R. Alonso, B. Grinstein and J. Martin Camalich (2014), “ $SU(2) \times U(1)$ gauge invariance and the shape of new physics in rare B decays”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 241802 [arXiv:1407.7044 [hep-ph]].
- [45] W. Altmannshofer, C. Niehoff and D. M. Straub (2017), “ $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ as current and future probe of new physics”, *JHEP* **05**, 076 [arXiv:1702.05498 [hep-ph]].
- [46] W. Altmannshofer and D. M. Straub (2012), “Cornering New Physics in $b \rightarrow s$ Transitions”, *JHEP* **08**, 121 [arXiv:1206.0273 [hep-ph]].
- [47] <https://www.nikhef.nl/~pkoppenb/anomalies.html>
- [48] <http://cds.cern.ch/record/1494477>.

- [49] Heavy Flavor Averaging Group, https://hflav-eos.web.cern.ch/hflav-eos/rare/April2019/RADLL/OUTPUT/HTML/radll_table1.html
- [50] Heavy Flavor Averaging Group, https://hflav-eos.web.cern.ch/hflav-eos/rare/April2019/RADLL/OUTPUT/HTML/radll_table5.html
- [51] Y. Amhis *et al.* [HFLAV], “Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties as of 2021”, [arXiv:2206.07501 [hep-ex]].
- [52] A. Anastasi *et al.* [KLOE-2] (2018), “Combined limit on the production of a light gauge boson decaying into $\mu^+\mu^-$ and $\pi^+\pi^-$ ”, *Phys. Lett. B* **784**, 336-341 [arXiv:1807.02691 [hep-ex]].
- [53] T. Aoyama *et al.* (2020), “The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model”, *Phys. Rept.* **887**, 1-166 [arXiv:2006.04822 [hep-ph]].
- [54] F. Arco, S. Heinemeyer and M. J. Herrero (2022), “Triple Higgs couplings in the 2HDM: the complete picture”, *Eur. Phys. J. C* **82**, no.6, 536 [arXiv:2203.12684 [hep-ph]].
- [55] M. Artuso, G. Borissov and A. Lenz (2016), “CP violation in the B_s^0 system”, *Rev. Mod. Phys.* **88**, no.4, 045002 [arXiv:1511.09466 [hep-ph]].
- [56] P. Athron *et al.* [GAMBIT] (2017), “Global fits of GUT-scale SUSY models with GAMBIT”, *Eur. Phys. J. C* **77**, no.12, 824 [arXiv:1705.07935 [hep-ph]].
- [57] K. S. Babu, C. F. Kolda and J. March-Russell (1998), “Implications of generalized Z - Z' mixing”, *Phys. Rev. D* **57**, 6788 [hep-ph/9710441].
- [58] S. Baek, P. Ko and W. Y. Song (2003), “SUSY breaking mediation mechanisms and $(g - 2) (\mu)$, $B \rightarrow X_s \gamma$, $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$ and $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ”, *JHEP* **03**, 054 [arXiv:hep-ph/0208112 [hep-ph]].
- [59] G. Bélanger, C. Delaunay and S. Westhoff (2015), “A Dark Matter Relic From Muon Anomalies”, *Phys. Rev. D* **92**, 055021 [arXiv:1507.06660 [hep-ph]].
- [60] G. Bélanger and C. Delaunay (2016), “A Dark Sector for $g_\mu - 2$, R_K and a Diphoton Resonance”, *Phys. Rev. D* **94**, no.7, 075019 [arXiv:1603.03333 [hep-ph]].

- [61] G. Bélanger, J. Da Silva and H. M. Tran (2017), “Dark matter in $U(1)$ extensions of the MSSM with gauge kinetic mixing”, *Phys. Rev. D* **95**, no.11, 115017 [arXiv:1703.03275 [hep-ph]].
- [62] B. Belfatto and Z. Berezhiani (2021), “Are the CKM anomalies induced by vectorlike quarks? Limits from flavor changing and Standard Model precision tests”, *JHEP* **10**, 079 [arXiv:2103.05549 [hep-ph]].
- [63] B. Belfatto, R. Beradze and Z. Berezhiani (2020), “The CKM unitarity problem: A trace of new physics at the TeV scale?”, *Eur. Phys. J. C* **80**, no.2, 149 [arXiv:1906.02714 [hep-ph]];
- [64] A. Bharucha, T. Feldmann and M. Wick (2010), “Theoretical and Phenomenological Constraints on Form Factors for Radiative and Semi-Leptonic B -Meson Decays”, *JHEP* **09**, 090 [arXiv:1004.3249 [hep-ph]].
- [65] J. Billard, L. Strigari and E. Figueroa-Feliciano (2014), “Implication of neutrino backgrounds on the reach of next generation dark matter direct detection experiments”, *Phys. Rev. D* **89**, no.2, 023524 [arXiv:1307.5458 [hep-ph]].
- [66] C. Bobeth, G. Hiller and G. Piranishvili (2007), “Angular distributions of $\bar{B} \rightarrow \bar{K} \ell^+ \ell^-$ decays”, *JHEP* **12**, 040 [arXiv:0709.4174 [hep-ph]].
- [67] C. Bobeth, G. Hiller and G. Piranishvili (2008), “CP Asymmetries in $\bar{B} \rightarrow \bar{K}^*(\rightarrow \bar{K} \pi) \bar{\ell} \ell$ and Untagged $\bar{B}_s, B_s \rightarrow \phi(\rightarrow K^+ K^-) \bar{\ell} \ell$ Decays at NLO”, *JHEP* **07**, 106 [arXiv:0805.2525 [hep-ph]].
- [68] M. Bona *et al.* [UTfit] (2006), “The Unitarity Triangle Fit in the Standard Model and Hadronic Parameters from Lattice QCD: A Reappraisal after the Measurements of Δm_s and $BR(B \rightarrow \tau \nu_\tau)$ ”, *JHEP* **10**, 081 [arXiv:hep-ph/0606167 [hep-ph]];
- [69] M. Bordone, G. Isidori and A. Pattori (2016), “On the Standard Model predictions for R_K and R_{K^*} ”, *Eur. Phys. J. C* **76**, no.8, 440 [arXiv:1605.07633 [hep-ph]].
- [70] C. Bouchard, G. P. Lepage, C. Monahan, H. Na, and J. Shigemitsu [HPQCD] (2013), “Standard Model Predictions for $B \rightarrow K \ell^+ \ell^-$ with

- Form Factors from Lattice QCD”, *Phys. Rev. Lett.* **111**, no.16, 162002 [arXiv:1306.0434 [hep-ph]].
- [71] G. C. Branco, J. T. Penedo, P. M. F. Pereira, M. N. Rebelo and J. I. Silva-Marcos (2021), “Addressing the CKM unitarity problem with a vectorlike up quark”, *JHEP* **07**, 099 [arXiv:2103.13409 [hep-ph]].
- [72] G. C. Branco, J. F. Bastos and J. I. Silva-Marcos, “Do the Small Numbers in the Quark Mixing arise from New Physics?”, [arXiv:2207.14235 [hep-ph]].
- [73] G. Buchalla, A. J. Buras and M. E. Lautenbacher (1996), “Weak decays beyond leading logarithms”, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1125-1144 [arXiv:hep-ph/9512380 [hep-ph]].
- [74] A. J. Buras, M. Misiak, M. Munz and S. Pokorski (1994), “Theoretical uncertainties and phenomenological aspects of $B \rightarrow X_s \gamma$ decay”, *Nucl. Phys. B* **424**, 374-398 [arXiv:hep-ph/9311345 [hep-ph]].
- [75] A. Di Canto and S. Meinel, “Weak Decays of b and c Quarks”, [arXiv:2208.05403 [hep-ex]].
- [76] J. Charles, O. Deschamps, S. Descotes-Genon, H. Lacker, A. Menzel, S. Monteil, V. Niess, J. Ocariz, J. Orloff and A. Perez, *et al.* (2015), “Current status of the Standard Model CKM fit and constraints on $\Delta F = 2$ New Physics”, *Phys. Rev. D* **91**, no.7, 073007 [arXiv:1501.05013 [hep-ph]];
- [77] H. Y. Chen, I. Gogoladze, S. Hu, T. Li and L. Wu (2018), “The Minimal GUT with Inflaton and Dark Matter Unification”, *Eur. Phys. J. C* **78**, no.1, 26 [arXiv:1703.07542 [hep-ph]].
- [78] S. Chen *et al.* [CLEO] (2001), “Branching fraction and photon energy spectrum for $b \rightarrow s \gamma$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 251807 [arXiv:hep-ex/0108032 [hep-ex]].
- [79] C. Cheung, J. T. Ruderman, L. T. Wang and I. Yavin (2009), “Kinetic Mixing as the Origin of Light Dark Scales”, *Phys. Rev. D* **80**, 035008 [arXiv:0902.3246 [hep-ph]];

- [80] J. M. Cline (2018), “ B decay anomalies and dark matter from vectorlike confinement”, *Phys. Rev. D* **97**, no.1, 015013 [arXiv:1710.02140 [hep-ph]].
- [81] D. Curtin, R. Essig, S. Gori and J. Shelton (2015), “Illuminating Dark Photons with High-Energy Colliders”, *JHEP* **02**, 157 [arXiv:1412.0018 [hep-ph]].
- [82] M. Czakon, P. Fiedler, T. Huber, M. Misiak, T. Schutzmeier and M. Steinhauser (2015), “The $(Q_7, Q_{1,2})$ contribution to $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ at $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ ”, *JHEP* **04**, 168 [arXiv:1503.01791 [hep-ph]].
- [83] S. Descotes-Genon, T. Hurth, J. Matias and J. Virto (2013), “Optimizing the basis of $B \rightarrow K^* l l$ observables in the full kinematic range”, *JHEP* **05**, 137 [arXiv:1303.5794 [hep-ph]].
- [84] A. T. Fienberg [Muon $g - 2$], “The Status and Prospects of the Muon $g - 2$ Experiment at Fermilab”, [arXiv:1905.05318 [hep-ex]].
- [85] R. M. Fonseca, M. Malinsky, W. Porod and F. Staub (2012), “Running soft parameters in SUSY models with multiple $U(1)$ gauge factors”, *Nucl. Phys. B* **854**, 28 [arXiv:1107.2670 [hep-ph]].
- [86] T. Fukuyama, N. Okada and H. M. Tran (2020), “Alternative renormalizable $SO(10)$ GUTs and data fitting”, *Nucl. Phys. B* **954**, 114992 [arXiv:1907.02948 [hep-ph]].
- [87] T. Gherghetta, J. Kersten, K. Olive and M. Pospelov (2019), “Evaluating the price of tiny kinetic mixing”, *Phys. Rev. D* **100**, no.9, 095001 [arXiv:1909.00696 [hep-ph]].
- [88] I. Gogoladze, B. He and Q. Shafi (2010), “New Fermions at the LHC and Mass of the Higgs Boson”, *Phys. Lett. B* **690**, 495-500 [arXiv:1004.4217 [hep-ph]].
- [89] J. Grange *et al.* [Muon $g - 2$], “Muon $(g - 2)$ Technical Design Report”, [arXiv:1501.06858 [physics.ins-det]];
- [90] C. Greub, T. Hurth and D. Wyler (1996), “Virtual $O(\alpha_s)$ corrections to the inclusive decay $b \rightarrow s \gamma$ ”, *Phys. Rev. D* **54**, 3350-3364 [arXiv:hep-ph/9603404 [hep-ph]].

- [91] F. J. Hasert *et al.* (1973), “Search for elastic muon-neutrino electron scattering”, *Phys. Lett. B* **46**, no.1, 121.
- [92] F. J. Hasert *et al.* (1973), “Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment”, *Phys. Lett. B* **46**, no.1, 138.
- [93] G. Hiller and F. Kruger (2004), “More model-independent analysis of $b \rightarrow s$ processes”, *Phys. Rev. D* **69**, 074020 [arXiv:hep-ph/0310219 [hep-ph]].
- [94] B. Holdom (1986), “Two $U(1)$ ’s and Epsilon Charge Shifts”, *Phys. Lett.* **166B**, 196.
- [95] T. Jubb, M. Kirk, A. Lenz and G. Tetlalmatzi-Xolocotzi (2017), “On the ultimate precision of meson mixing observables”, *Nucl. Phys. B* **915**, 431-453 [arXiv:1603.07770 [hep-ph]];
- [96] A. Keshavarzi, D. Nomura and T. Teubner (2018), “Muon $g-2$ and $\alpha(M_Z^2)$: a new data-based analysis”, *Phys. Rev. D* **97**, no.11, 114025 [arXiv:1802.02995 [hep-ph]].
- [97] V. Khachatryan *et al.* [CMS] (2014), “Searches for electroweak production of charginos, neutralinos, and sleptons decaying to leptons and W , Z , and Higgs bosons in pp collisions at 8 TeV”, *Eur. Phys. J. C* **74**, no.9, 3036 [arXiv:1405.7570 [hep-ex]];
- [98] J. P. Lees *et al.* [BaBar] (2012), “Precision Measurement of the $B \rightarrow X_s \gamma$ Photon Energy Spectrum, Branching Fraction, and Direct CP Asymmetry $A_{CP}(B \rightarrow X_{s+d} \gamma)$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 191801 [arXiv:1207.2690 [hep-ex]].
- [99] J. P. Lees *et al.* [BaBar] (2014), “Search for a Dark Photon in e^+e^- Collisions at BaBar”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, no.20, 201801 [arXiv:1406.2980 [hep-ex]].
- [100] F. del Aguila, G. D. Coughlan and M. Quiros (1988), “Gauge Coupling Renormalization With Several $U(1)$ Factors”, *Nucl. Phys. B* **307**, 633 Erratum: [Nucl. Phys. B **312**, 751 (1989)].
- [101] R. Mertig, M. Bohm and A. Denner (1991), “FEYN CALC: Computer algebraic calculation of Feynman amplitudes”, *Comput. Phys. Commun.* **64**, 345-359.

- [102] T. Mibe [J-PARC g-2] (2010), “New $g - 2$ experiment at J-PARC”, *Chin. Phys. C* **34**, 745-748.
- [103] M. Misiak and M. Steinhauser (2007), “NNLO QCD corrections to the $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ gamma matrix elements using interpolation in m_c ”, *Nucl. Phys. B* **764**, 62-82 [arXiv:hep-ph/0609241 [hep-ph]].
- [104] M. Misiak, H. M. Asatrian, K. Bieri, M. Czakon, A. Czarnecki, T. Ewerth, A. Ferroglia, P. Gambino, M. Gorbahn and C. Greub, *et al.* (2007), “Estimate of $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ at $O(\alpha_s^2)$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 022002 [arXiv:hep-ph/0609232 [hep-ph]].
- [105] M. Misiak, H. M. Asatrian, R. Boughezal, M. Czakon, T. Ewerth, A. Ferroglia, P. Fiedler, P. Gambino, C. Greub and U. Haisch, *et al.* (2015), “Updated NNLO QCD predictions for the weak radiative B meson decays”, *Phys. Rev. Lett.* **114**, no.22, 221801 [arXiv:1503.01789 [hep-ph]].
- [106] M. Misiak, A. Rehman and M. Steinhauser (2020), “Towards $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ at the NNLO in QCD without interpolation in m_c ”, *JHEP* **06**, 175 [arXiv:2002.01548 [hep-ph]].
- [107] N. Okada, S. Okada and Q. Shafi (2020), “Light Z' and dark matter from $U(1)_X$ gauge symmetry”, *Phys. Lett. B* **810**, 135845 [arXiv:2003.02667 [hep-ph]].
- [108] B. O’Leary, W. Porod and F. Staub (2012), “Mass spectrum of the minimal SUSY B-L model”, *JHEP* **1205**, 042 [arXiv:1112.4600 [hep-ph]].
- [109] W. G. Parrott *et al.* [HPQCD] (2023), “Standard Model predictions for $B \rightarrow K \ell^+ \ell^-$, $B \rightarrow K \ell_1^- \ell_2^+$ and $B \rightarrow K \nu \bar{\nu}$ using form factors from $N_f = 2+1+1$ lattice QCD”, *Phys. Rev. D* **107**, no.1, 014511 [erratum: *Phys. Rev. D* **107**, no.11, 119903 (2023)] [arXiv:2207.13371 [hep-ph]].
- [110] H. H. Patel (2015), “Package-X: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals”, *Comput. Phys. Commun.* **197**, 276-290 [arXiv:1503.01469 [hep-ph]].

- [111] H. H. Patel (2017), “Package-X 2.0: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals”, *Comput. Phys. Commun.* **218**, 66-70 [arXiv:1612.00009 [hep-ph]].
- [112] M. E. Peskin, D. V. Schroeder (1995), *An introduction to quantum field theory*, Perseus Books Publishing, USA.
- [113] M. E. Peskin and T. Takeuchi (1990), “A New constraint on a strongly interacting Higgs sector”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 964-967
- [114] M. E. Peskin and T. Takeuchi (1992), “Estimation of oblique electroweak corrections”, *Phys. Rev. D* **46**, 381-409
- [115] L. H. Ryder (1996), *Quantum field theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [116] T. Saito *et al.* [Belle] (2015), “Measurement of the $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ Branching Fraction with a Sum of Exclusive Decays”, *Phys. Rev. D* **91**, no.5, 052004 [arXiv:1411.7198 [hep-ex]].
- [117] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana (2016), “New Developments in FeynCalc 9.0”, *Comput. Phys. Commun.* **207**, 432-444 [arXiv:1601.01167 [hep-ph]].
- [118] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana (2020), “FeynCalc 9.3: New features and improvements”, *Comput. Phys. Commun.* **256**, 107478 [arXiv:2001.04407 [hep-ph]].
- [119] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2018), “Search for vector-like T and B quark pairs in final states with leptons at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *JHEP* **08**, 177 [arXiv:1805.04758 [hep-ex]].
- [120] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2020), “A search for bottom-type, vector-like quark pair production in a fully hadronic final state in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *Phys. Rev. D* **102**, 112004 [arXiv:2008.09835 [hep-ex]].
- [121] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2021), “Search for resonant and nonresonant new phenomena in high-mass dilepton final states at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *JHEP* **07**, 208 [arXiv:2103.02708 [hep-ex]].

- [122] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2020), “Search for high mass dijet resonances with a new background prediction method in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *JHEP* **05**, 033 [arXiv:1911.03947 [hep-ex]].
- [123] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2019), “Search for Low-Mass Quark-Antiquark Resonances Produced in Association with a Photon at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *Phys. Rev. Lett.* **123**, no.23, 231803 [arXiv:1905.10331 [hep-ex]].
- [124] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2019), “Search for low mass vector resonances decaying into quark-antiquark pairs in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *Phys. Rev. D* **100**, no.11, 112007 [arXiv:1909.04114 [hep-ex]].
- [125] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2020), “Search for a Narrow Resonance Lighter than 200 GeV Decaying to a Pair of Muons in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *Phys. Rev. Lett.* **124**, no.13, 131802 [arXiv:1912.04776 [hep-ex]].
- [126] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS] (2021), “Search for supersymmetry in final states with two oppositely charged same-flavor leptons and missing transverse momentum in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *JHEP* **04**, 123 [arXiv:2012.08600 [hep-ex]].
- [127] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group] (2018), “Review of Particle Physics”, *Phys. Rev. D* **98**, no.3, 030001;
- [128] H. M. Tran and H. T. Nguyen (2019), “GUT-inspired MSSM in light of muon $g-2$ and LHC results at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *Phys. Rev. D* **99**, no.3, 035040 [arXiv:1812.11757 [hep-ph]].
- [129] H. M. Tran (2018), “Kinetic mixing in models with an extra Abelian gauge symmetry”, *Communications in Physics* **28**, no.1, 41.
- [130] A. Tumasyan *et al.* [CMS] (2022), “Search for long-lived particles decaying into muon pairs in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV collected with a dedicated high-rate data stream”, *JHEP* **04**, 062 [arXiv:2112.13769 [hep-ex]].
- [131] A. Tumasyan *et al.* [CMS] (2022), “Search for single production of a vector-like T quark decaying to a top quark and a Z boson in the final state with

- jets and missing transverse momentum at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, *JHEP* **05**, 093 [arXiv:2201.02227 [hep-ex]].
- [132] W. Wang and S. Zhao (2018), “Implications of the R_K and R_{K^*} anomalies”, *Chin. Phys. C* **42**, no.1, 013105 [arXiv:1704.08168 [hep-ph]].
- [133] Q. Wen and F. Xu, “The Global Fits of New Physics in $b \rightarrow s$ after $R_{K^{(*)}}$ 2022 Release”, [arXiv:2305.19038 [hep-ph]].
- [134] R. L. Workman [Particle Data Group] (2022), “Review of Particle Physics”, *PTEP* **2022**, 083C01.
- [135] P. A. Zyla *et al.* [Particle Data Group] (2020), “Review of Particle Physics”, *PTEP* **2020**, no.8, 083C01.

Phụ lục A

Một số công thức

Đại số Dirac:

* Các công thức về spinor cơ sở:

$$\bar{u}_L(p')\not{p}' = m_\mu\bar{u}_R(p') \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{u}_R(p')\not{p}' = m_\mu\bar{u}_L(p') \quad (\text{A.2})$$

$$\not{p}u_L(p) = m_\mu u_R(p) \quad (\text{A.3})$$

$$\not{p}u_R(p) = m_\mu u_L(p) \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{u}_L(\text{một số chẵn các ma trận } \gamma^\mu)u_L = 0$$

$$\bar{u}_R(\text{một số chẵn các ma trận } \gamma^\mu)u_R = 0 \quad (\text{A.5})$$

Đồng nhất thức Gordon:

$$\bar{u}(p' + p)u = \bar{u}(2m_\mu\gamma^\mu - i\sigma^{\mu\nu}q_\nu)u$$

$$\bar{u}_L(p' + p)u_R = \bar{u}(m_\mu\gamma^\mu)u - \bar{u}_L(i\sigma^{\mu\nu}q_\nu)u_R$$

$$\bar{u}_R(p' + p)u_L = \bar{u}(m_\mu\gamma^\mu)u - \bar{u}_R(i\sigma^{\mu\nu}q_\nu)u_L$$

$$\bar{u}_L(p' + p)u_L = \bar{u}_R(p' + p)u_R = 0$$

* Các công thức về ma trận gamma:

Các công thức về hoán vị ma trận gamma:

$$\begin{aligned}
\cancel{a}\gamma^\mu &= 2a^\mu - \gamma^\mu\cancel{a} \\
\gamma^\mu\cancel{a} &= 2a^\mu - \cancel{a}\gamma^\mu \\
\cancel{a}\cancel{b} &= 2(a \cdot b) - \cancel{b}\cancel{a} \\
\Rightarrow \cancel{a}\cancel{a} &= a^2
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Các công thức cuộn ma trận gamma:

$$\gamma^\mu\gamma_\mu = d \tag{A.7}$$

$$\gamma^\mu\gamma_\nu\gamma_\mu = (2-d)\gamma_\nu \tag{A.8}$$

$$\gamma^\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\mu = 4g_{\nu\sigma} + (d-4)\gamma_\nu\gamma_\sigma \tag{A.9}$$

$$\gamma^\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\rho\gamma_\mu = -2\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\nu + (4-d)\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\rho \tag{A.10}$$

$$\Rightarrow \gamma^\mu\cancel{a}\gamma_\nu\cancel{b}\gamma_\mu = -2\cancel{b}\gamma_\nu\cancel{a} + (4-d)\cancel{a}\gamma_\nu\cancel{b} \tag{A.11}$$

Các công thức tính vết ma trận gamma:

$$Tr [\text{Số lẻ các ma trận gamma}] = 0 \tag{A.12}$$

$$Tr[\gamma_5 \times \text{Số lẻ các ma trận gamma}] = 0 \tag{A.13}$$

$$Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu) = 4g_{\mu\nu} \tag{A.14}$$

$$Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\rho) = 4(g_{\mu\nu}g_{\sigma\rho} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho} + g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma}) \tag{A.15}$$

$$Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\rho\gamma_5) = 4i\varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho} \tag{A.16}$$

($\varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho}$ là tensor Levi-Civita)

$$Tr [\cancel{a}\cancel{b}] = 4(a \cdot b) \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
Tr [\cancel{a}\cancel{b}\cancel{c}\cancel{d}] &= 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + \\
&\quad + (a \cdot d)(b \cdot c)]
\end{aligned} \tag{A.18}$$

$$\begin{aligned}
Tr [\cancel{a}\cancel{b}\cancel{c}\cancel{d}\cancel{e}\cancel{f}] &= (a \cdot b)Tr [\cancel{c}\cancel{d}\cancel{e}\cancel{f}] - (a \cdot c)Tr [\cancel{b}\cancel{d}\cancel{e}\cancel{f}] + \\
&\quad + (a \cdot d)Tr [\cancel{b}\cancel{c}\cancel{e}\cancel{f}] - (a \cdot e)Tr [\cancel{b}\cancel{c}\cancel{d}\cancel{f}] + \\
&\quad + (a \cdot f)Tr [\cancel{b}\cancel{c}\cancel{d}\cancel{e}]
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Tích phân vòng:

* Tham số hóa Feynman:

$$\frac{1}{a_1 \cdots a_n} = \Gamma(n) \int_0^1 dx_1 \cdots \int_0^1 dx_n \frac{\delta(1 - \sum a_i x_i)}{(\sum a_i x_i)^n} \quad (\text{A.20})$$

Một số trường hợp đặc biệt:

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 dx \frac{1}{(ax + b(1-x))^2} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{1}{abc} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{(ax + by + c(1-x-y))^3} \quad (\text{A.22})$$

* Tích phân trong không gian d-chiều:

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{(k^2 - m^2)^\alpha} = i \frac{(-1)^\alpha}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma(\alpha - d/2)}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(m^2)^{\alpha - d/2}} \quad (\text{A.23})$$

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k_\mu}{(k^2 - m^2)^\alpha} = 0 \quad (\text{A.24})$$

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k_\mu k_\nu}{(k^2 - m^2)^\alpha} = i \frac{(-1)^{\alpha-1}}{(4\pi)^{d/2}} \frac{g_{\mu\nu}}{2} \frac{\Gamma(\alpha - d/2 - 1)}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(m^2)^{\alpha - d/2 - 1}} \quad (\text{A.25})$$

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{(k^2 - m^2)^\alpha} = i \frac{(-1)^{\alpha-1}}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(\alpha - d/2 - 1)}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(m^2)^{\alpha - d/2 - 1}} \quad (\text{A.26})$$

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(k^2)^2}{(k^2 - m^2)^\alpha} = i \frac{(-1)^\alpha}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d(d+2)}{4} \frac{\Gamma(\alpha - d/2 - 2)}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(m^2)^{\alpha - d/2 - 2}} \quad (\text{A.27})$$

* Cắt xung lượng lớn:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[k^2 - M^2]^3} = \frac{(-i)}{32\pi^2} \frac{1}{M^2} \quad (\text{A.28})$$

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^2}{[k^2 - M^2]^3} = \frac{i}{16\pi^2} \left(\ln \frac{\Lambda^2}{M^2} - \frac{3}{2} \right) \quad (\text{A.29})$$

* Một số khai triển chuỗi:

$$\Gamma(\epsilon - n) = \frac{(-1)^n}{n!} \left[\frac{1}{\epsilon} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \gamma + O(\epsilon) \right] \quad (\text{A.30})$$

với $\gamma \approx 0.5772157$ là hằng số Euler-Mascheroni.

$$A^\epsilon = e^{\epsilon \ln A} = 1 + \epsilon \ln A + \frac{1}{2!} (\epsilon \ln A)^2 + \frac{1}{3!} (\epsilon \ln A)^3 + \dots \quad (\text{A.31})$$

* Một số công thức khác:

Áp dụng đồng nhất thức

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\mu k^\nu}{D^3} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\frac{1}{4} \eta^{\mu\nu} k^2}{D^3}$$

ta thu được các hệ thức sau trong khi biến đổi tử số của các yếu tố ma trận:

$$(ka)(\not{k}\gamma^\mu) = k_\sigma k_\nu a^\sigma \gamma^\nu \gamma = \frac{1}{d} k^2 \eta_{\sigma\nu} a^\sigma \gamma^\nu \gamma = \frac{1}{d} k^2 (\not{k}\gamma^\mu) \quad (\text{A.32})$$

$$(ka)(\gamma^\mu \not{k}) = \frac{1}{4} k^2 (\gamma^\mu \not{k}) \quad (\text{A.33})$$

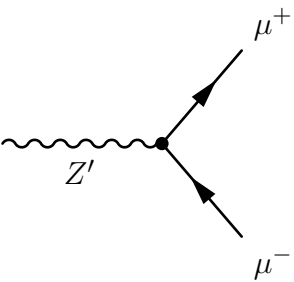
Một công thức khác rất hữu ích khi làm việc với bài toán $(g-2)$:

$$Ap'^\mu + Bp^\mu = \left(\frac{A+B}{2} \right) (p'^\mu + p^\mu) + \left(\frac{A-B}{2} \right) (p'^\mu - p^\mu)$$

Phụ lục B

Một số quy tắc Feynman

Sau khi thực hiện phép quay trong không gian hai trường chuẩn $U(1)_Y$ và $U(1)_X$ để loại bỏ số hạng trộn động năng, tích và hằng số tương tác của nhóm $U(1)_X$ trở thành các giá trị hiệu dụng. Đồng thời, hai trường chuẩn Z và Z' cũng phải trộn lẫn với nhau theo góc trộn α_Z để cho ma trận khối lượng của chúng có dạng chéo. Do đó, các đỉnh tương tác của mô hình khi có xét đến hiệu ứng trộn động năng sẽ bị biến đổi khác đi so với khi không có hiệu ứng này. Ký hiệu g_Y, g_X, g_2 lần lượt là hằng số tương tác của nhóm $U(1)_Y, U(1)_X, SU(2)_L$ và k là hệ số trộn động năng, ta có quy tắc Feynman cho một số đỉnh tương tác trong mô hình như sau:



$$\begin{aligned}
 & \sim i\gamma^\mu (g_V^k + g_A^k \gamma^5) \cos \alpha_Z - i\gamma^\mu (g_V + g_A \gamma^5) \sin \alpha_Z \\
 & = i\gamma^\mu \left[(g_V^k \cos \alpha_Z - g_V \sin \alpha_Z) \right. \\
 & \quad \left. + (g_A^k \cos \alpha_Z - g_A \sin \alpha_Z) \gamma^5 \right],
 \end{aligned}$$

trong đó, g_V^k, g_A^k là các hằng số tương tác vector và giả vector xuất hiện do

hiệu ứng trộn động năng:

$$g_V^k = \frac{3kg_Y}{4\sqrt{1-k^2}},$$

$$g_A^k = \frac{kg_Y}{4\sqrt{1-k^2}},$$

g_V, g_A là các hằng số vector và giả vector liên quan tới tương tác yếu:

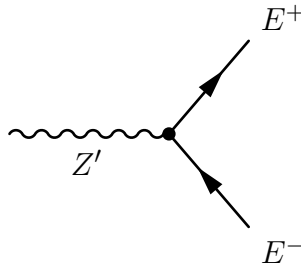
$$g_V = \frac{g_2}{\cos\theta_W} \left(-\frac{1}{4} + \sin^2\theta_W \right),$$

$$g_A = \frac{g_2}{4\cos\theta_W},$$

Trong các biểu thức trên, θ_W là góc Weinberg, còn α_Z là góc trộn giữa Z, Z' :

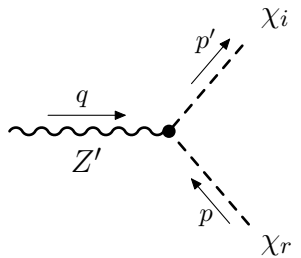
$$\tan 2\alpha_Z = \frac{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2} \cdot \nu_H^2}{(m_Z^2 + m_{Z'}^2) - (g_2^2 + g_Y^2)\nu_H^2} \left(-\frac{kg_Y}{\sqrt{1-k^2}} \right),$$

với $\nu_H = 174$ GeV là VEV của trường Higgs.

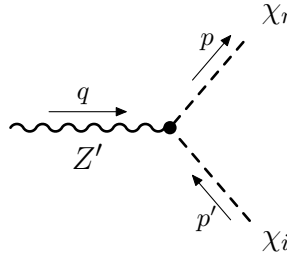


$$\sim i \left(1 + \frac{kg_Y}{2g_X} \right) \frac{g_X \cos\alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} \gamma^\mu$$

$$- \frac{ig_2 \sin\alpha_Z}{\cos\theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W \right) \gamma^\mu$$

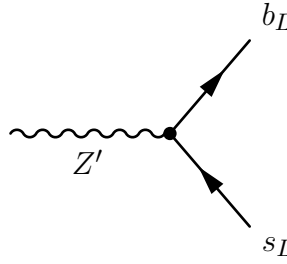


$$\sim - \frac{g_X \cos\alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} (p^\mu + p'^\mu)$$



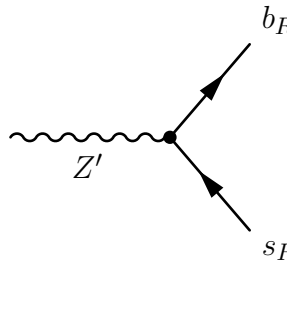
A Feynman diagram showing a wavy line labeled Z' with momentum q entering from the left. It splits into two dashed lines: χ_r with momentum p going up-right, and χ_i with momentum p' going down-right.

$$\sim \frac{g_X \cos \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} (p^\mu + p'^\mu)$$



A Feynman diagram showing a wavy line labeled Z' entering from the left. It splits into two solid lines: b_L going up-right and s_L going down-right.

$$\sim i \left(-2 - \frac{k g_Y}{6 g_X} \right) \frac{g_X \cos \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} A_{bs} \gamma^\mu$$

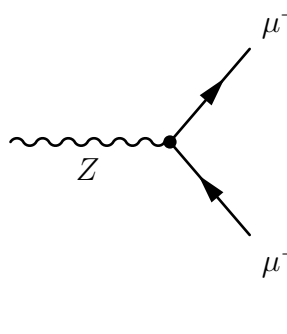


A Feynman diagram showing a wavy line labeled Z' entering from the left. It splits into two solid lines: b_R going up-right and s_R going down-right.

$$\sim i \left(-2 - \frac{k g_Y}{6 g_X} \right) \frac{g_X \cos \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} B_{bs} \gamma^\mu +$$

$$- \frac{i g_2 \sin \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) B_{bs} \gamma^\mu$$

Trong hai giản đồ trên, A_{bs} và B_{bs} là hai hệ số tương tác hiệu dụng, sinh ra do sự trộn lẫn giữa vectorlike quark và quark trong mô hình chuẩn.

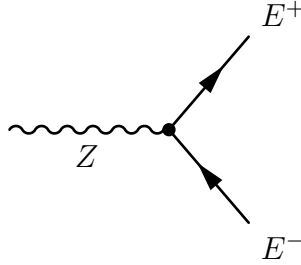


A Feynman diagram showing a wavy line labeled Z entering from the left. It splits into two solid lines: μ^+ going up-right and μ^- going down-right.

$$\sim i \gamma^\mu (g_V + g_A \gamma^5) \cos \alpha_Z + i \gamma^\mu (g_V^k + g_A^k \gamma^5) \sin \alpha_Z$$

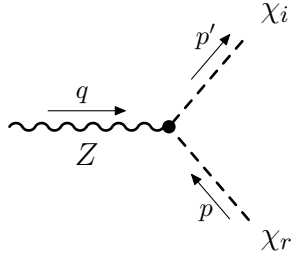
$$= i \gamma^\mu \left[(g_V \cos \alpha_Z + g_V^k \sin \alpha_Z) \right.$$

$$\left. + (g_A \cos \alpha_Z + g_A^k \sin \alpha_Z) \gamma^5 \right],$$



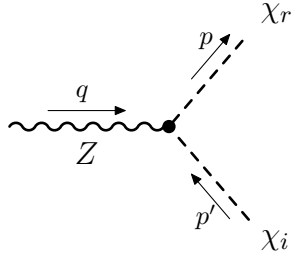
A Feynman diagram showing a wavy line labeled 'Z' entering a vertex from the left. From this vertex, two solid lines with arrows pointing away from the vertex emerge, labeled 'E+' and 'E-'.

$$\sim \frac{ig_2 \cos \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \gamma^\mu + i \left(1 + \frac{kg_Y}{2g_X} \right) \frac{g_X \sin \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} \gamma^\mu$$



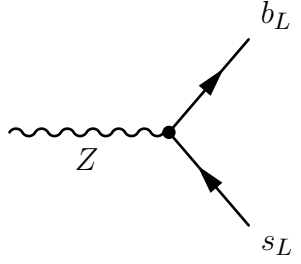
A Feynman diagram showing a wavy line labeled 'Z' entering a vertex from the left with momentum 'q'. From this vertex, two dashed lines emerge: one labeled 'chi_i' with momentum 'p'' and one labeled 'chi_r' with momentum 'p'.

$$\sim -\frac{g_X \sin \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} (p^\mu + p'^\mu)$$



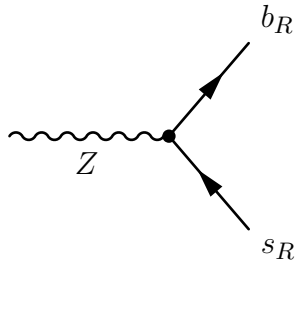
A Feynman diagram showing a wavy line labeled 'Z' entering a vertex from the left with momentum 'q'. From this vertex, two dashed lines emerge: one labeled 'chi_r' with momentum 'p' and one labeled 'chi_i' with momentum 'p''.

$$\sim \frac{g_X \sin \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} (p^\mu + p'^\mu)$$



A Feynman diagram showing a wavy line labeled 'Z' entering a vertex from the left. From this vertex, two solid lines with arrows pointing away from the vertex emerge, labeled 'b_L' and 's_L'.

$$\sim i \left(-2 - \frac{kg_Y}{6g_X} \right) \frac{g_X \sin \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} A_{bs} \gamma^\mu$$



A Feynman diagram showing a wavy line labeled 'Z' entering a vertex from the left. From this vertex, two solid lines with arrows pointing away from the vertex emerge, labeled 'b_R' and 's_R'.

$$\sim \frac{ig_2 \cos \alpha_Z}{\cos \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) B_{bs} \gamma^\mu + i \left(-2 - \frac{kg_Y}{6g_X} \right) \frac{g_X \sin \alpha_Z}{\sqrt{1-k^2}} B_{bs} \gamma^\mu$$

$$\sim \frac{-iy}{\sqrt{2}}$$

$$\sim \frac{-iy^*}{\sqrt{2}}$$

$$\sim \frac{y}{\sqrt{2}}$$

$$\sim \frac{-y^*}{\sqrt{2}}$$

Phụ lục C

Lý thuyết trường hiệu dụng

Lý thuyết trường hiệu dụng là một công cụ đắc lực khi nghiên cứu các lý thuyết trường lượng tử ứng với nhiều mức năng lượng phân bậc. Xét một lý thuyết có một số bậc tự do ở mức năng lượng cao M (chẳng hạn như khối lượng của các hạt nặng) nhưng được khảo sát ở mức năng lượng thấp E nào đó ($E \ll M$). Ta có thể định nghĩa một mức năng lượng cut-off μ sao cho $E < \mu < M$ và chia các bậc tự do trong mô hình thành hai dạng: hạt năng lượng cao và hạt năng lượng thấp. Ở mức năng lượng μ , trong khi các hạt năng lượng thấp có thể tồn tại dưới dạng các trường ngoài thì các hạt năng lượng cao lại không thể lan truyền ở các khoảng cách lớn, chỉ có thể tồn tại dưới dạng các hạt ảo, và vì vậy có thể được loại bỏ khỏi lý thuyết. Điều này có thể được thực hiện bằng cách lấy tích phân theo xung lượng của các hạt này. Khai triển lý thuyết mới nhận được này thành chuỗi theo $1/M$ ta thu được Hamiltonian hiệu dụng:

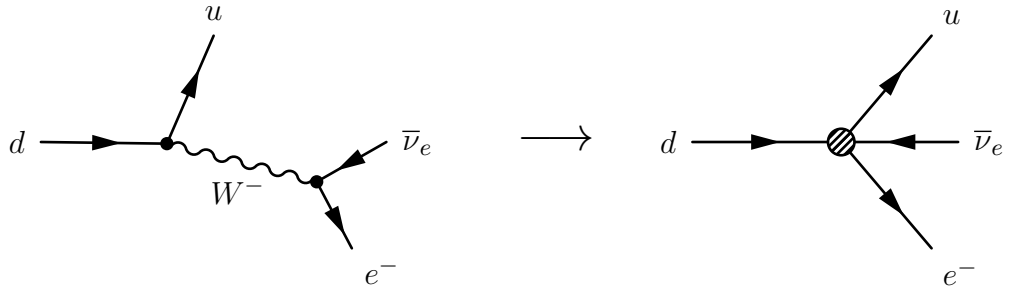
$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \sum_i \frac{1}{M^{d_i-4}} C_i(\mu) \mathcal{O}_i(\mu), \quad (\text{C.1})$$

trong đó, \mathcal{O}_i là các toán tử định xứ (local operator), tạo thành bởi các bậc tự do ứng với mức năng lượng thấp. C_i là các hệ số Wilson tương ứng, chứa đựng thông tin của các trạng thái năng lượng cao đã bị ta tích phân làm mất đi ở trên. Hệ số M^{d_i-4} , với d_i là thứ nguyên của toán tử \mathcal{O}_i , đảm bảo rằng các hệ số Wilson là các đại lượng không có thứ nguyên.

Ở mức năng lượng thấp, mức độ đóng góp của mỗi toán tử \mathcal{O}_i tỷ lệ với hệ số

$$\left(\frac{E}{M}\right)^{d_i-4} = \begin{cases} \gg 1 & \text{nếu } d_i < 4, \\ \mathcal{O}(1) & \text{nếu } d_i = 4, \\ \ll 1 & \text{nếu } d_i > 4. \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

Có thể thấy, các toán tử \mathcal{O}_i có thứ nguyên d_i càng lớn thì đóng góp càng bé. Do đó, trong chuỗi (C.1), người ta chỉ khai triển đến bậc ứng với một giá trị $d_i > 4$ nào đó, thường là $d_i = 6$. Từ đó, chỉ còn lại một số lượng hữu hạn các toán tử \mathcal{O}_i cần phải quan tâm.



Hình C.1: Một đỉnh tương tác hiệu dụng bốn fermion thu được bằng cách tích phân mất đi boson W^- trong mô hình chuẩn ở mức năng lượng thấp.

Một lý thuyết hiệu dụng rất thích hợp để mô tả các phân rã hadron ở mức $\mu = \mu_{EW}$ là lý thuyết hiệu dụng yếu (Weak Effective Theory - WET), đặc trưng bởi Hamiltonian hiệu dụng yếu (Weak Effective Hamiltonian). Bởi vì khối lượng các boson tương tác yếu W^\pm , Z , quark t và boson Higgs lớn hơn rất nhiều so với khối lượng các hadron, ta có thể loại bỏ đi các bậc tự do ứng với năng lượng lớn này và thu được một lý thuyết hiệu dụng bao gồm các toán tử định xứ \mathcal{O}_i và các hệ số Wilson C_i tương ứng. Hình C.1 là ví dụ minh họa về một đỉnh tương tác hiệu dụng đặc trưng bởi toán tử định xứ bốn fermion thu được bằng cách tích phân mất đi boson W^- trong mô hình chuẩn. Ta thu được lý thuyết Fermi quen thuộc. Áp dụng WET cho trường hợp chuyển tiếp $b \rightarrow s$, chỉ xét các toán

tử \mathcal{O}_i có thứ nguyên $d_i \leq 6$, ta được Hamiltonian hiệu dụng như sau:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_{i=1}^{10} (C_i \mathcal{O}_i + C'_i \mathcal{O}'_i) + h.c. \quad (\text{C.3})$$

Ở đây, các toán tử định xứ với thứ nguyên $d_i \leq 6$ là:

$$\mathcal{O}_1 = (\bar{s}_L \gamma_\mu T^a c_L) (\bar{c}_L \gamma^\mu T^a b_L), \quad (\text{C.4})$$

$$\mathcal{O}_2 = (\bar{s}_L \gamma_\mu c_L) (\bar{c}_L \gamma^\mu b_L), \quad (\text{C.5})$$

$$\mathcal{O}_3 = (\bar{s}_L \gamma_\mu b_L) \sum_q (\bar{q} \gamma^\mu q), \quad (\text{C.6})$$

$$\mathcal{O}_4 = (\bar{s}_L \gamma_\mu T^a b_L) \sum_q (\bar{q} \gamma^\mu T^a q), \quad (\text{C.7})$$

$$\mathcal{O}_5 = (\bar{s}_L \gamma_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} \gamma_{\mu_3} b_L) \sum_q (\bar{q} \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \gamma^{\mu_3} q), \quad (\text{C.8})$$

$$\mathcal{O}_6 = (\bar{s}_L \gamma_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} \gamma_{\mu_3} T^a b_L) \sum_q (\bar{q} \gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \gamma^{\mu_3} T^a q), \quad (\text{C.9})$$

$$\mathcal{O}_7 = \frac{e}{16\pi^2} m_b (\bar{s}_L \sigma^{\mu\nu} b_R) F_{\mu\nu}, \quad (\text{C.10})$$

$$\mathcal{O}_8 = \frac{g_s}{16\pi^2} m_b (\bar{s}_L \sigma^{\mu\nu} T^a b_R) G_{\mu\nu}^a, \quad (\text{C.11})$$

$$\mathcal{O}_9 = \frac{e^2}{16\pi^2} (\bar{s}_L \gamma_\mu b_L) (\bar{\ell} \gamma^\mu \ell), \quad (\text{C.12})$$

$$\mathcal{O}_{10} = \frac{e^2}{16\pi^2} (\bar{s}_L \gamma_\mu b_L) (\bar{\ell} \gamma^\mu \gamma^5 \ell). \quad (\text{C.13})$$

Các toán tử \mathcal{O}'_i có thể thu được từ các toán tử \mathcal{O}_i bằng cách đổi L thành R và ngược lại (thay đổi chỉ số trái phải).

Việc tính toán các hệ số Wilson thường được tiến hành theo hai bước. Đầu tiên là xác định các hệ số Wilson ở mức năng lượng μ_{EW} . Việc này được thực hiện bằng cách khớp (match) các biên độ dời chuyển trong SM và trong lý thuyết hiệu dụng với nhau. Tức là xác định các giá trị C_i ở mức μ_{EW} sao cho:

$$\mathcal{A}_n = \langle f_n | \mathcal{H}_{SM} | i_n \rangle = \sum_i C_i \langle f_n | \mathcal{O}_i | i_n \rangle, \quad (\text{C.14})$$

chính xác tới một bậc nhiễu loạn nào đó. Sau đó, từ các giá trị của hệ số Wilson ở mức năng lượng μ_{EW} , ta sẽ suy ra các giá trị tương ứng của chúng ở mức năng

lượng thấp μ_b bằng cách vận dụng phương trình nhóm tái chuẩn hóa.

Một ưu điểm khác của lý thuyết hiệu dụng yếu (WET) là nó rất thuận tiện cho việc mở rộng nghiên cứu vật lý mới, đặc biệt là các mô hình có cùng cấu trúc ở mức năng lượng thấp với mô hình chuẩn. Xét một mô hình mở rộng của SM được tạo thành bằng việc bổ sung thêm các hạt có khối lượng lớn vượt quá mức năng lượng khớp (matching scale) μ_{EW} của WET. Tương tự các lập luận ở trước, các hạt nặng này không lan truyền ở khoảng cách lớn mà chỉ tồn tại dưới dạng các hạt ảo trong các quá trình vật lý. Do đó, chúng cũng có thể bị tích phân làm mất đi (integrated out) cùng với các hạt nặng của mô hình chuẩn như W^\pm , Z , quark t và boson Higgs. Bộ các toán tử hiệu dụng \mathcal{O}_i trong mô hình mới này hoàn toàn giống hệt như trong trường hợp của lý thuyết hiệu dụng yếu. Việc nghiên cứu vật lý mới bây giờ trở thành chỉ cần tính toán các đóng góp của vật lý mới đối với các hệ số Wilson trong lý thuyết hiệu dụng đang xét.

Phụ lục D

Tính đối xứng của mô hình BDW

Lagrangian tương tác của các hạt mới:

Từ các đặc tính lượng tử của các hạt được cho trong bảng 1.1 và 1.2, có thể thấy phần Lagrangian tương tác cho bởi biểu thức (1.15) này, bao gồm cả số hạng thế vô hướng V_0 (1.17) là bất biến đối với nhóm chuẩn $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_X$ của mô hình BDW. Thật vậy, các trường vô hướng mới χ và ϕ là bất biến đối với nhóm chuẩn $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ của SM. Dưới tác động của nhóm $U(1)_X$ mới thêm vào, hai trường vô hướng này biến đổi theo quy luật:

$$\chi \longrightarrow \chi' = e^{iX_\chi g_X \alpha_X} \chi = e^{-ig_X \alpha_X} \chi, \quad (\text{D.1})$$

$$\phi \longrightarrow \phi' = e^{iX_\phi g_X \alpha_X} \phi = e^{2ig_X \alpha_X} \phi, \quad (\text{D.2})$$

trong đó, $X_\chi = -1$, $X_\phi = 2$ là các tích của hai trường χ và ϕ đối với nhóm $U(1)_X$ được xác định từ bảng 1.2, còn α_X là trường vô hướng thực. Sự biến đổi này kéo theo sự biến đổi của thế vô hướng:

$$\begin{aligned} V_0 \longrightarrow V'_0 = & \lambda_\phi |\phi'|^4 + m_\phi^2 |\phi'|^2 + \lambda_\chi |\chi'|^4 + m_\chi^2 |\chi'|^2 + \\ & + \lambda_{\phi\chi} |\phi'|^2 |\chi'|^2 + (r\phi'\chi'^2 + h.c.). \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Thay (D.1), (D.2) vào (D.3) ta được:

$$\begin{aligned}
V'_0 &= \lambda_\phi |e^{2ig_X\alpha_X} \phi|^4 + m_\phi^2 |e^{2ig_X\alpha_X} \phi|^2 + \lambda_\chi |e^{-ig_X\alpha_X} \chi|^4 + m_\chi^2 |e^{-ig_X\alpha_X} \chi|^2 + \\
&\quad + \lambda_{\phi\chi} |e^{2ig_X\alpha_X} \phi|^2 |e^{-ig_X\alpha_X} \chi|^2 + [r e^{2ig_X\alpha_X} \phi (e^{-ig_X\alpha_X} \chi)^2 + h.c.] \\
&= \lambda_\phi |\phi|^4 + m_\phi^2 |\phi|^2 + \lambda_\chi |\chi|^4 + m_\chi^2 |\chi|^2 + \\
&\quad + \lambda_{\phi\chi} |\phi|^2 |\chi|^2 + (r\phi\chi^2 + h.c.) \\
&= V_0.
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Có thể thấy, thế V_0 bất biến đối với nhóm chuẩn của mô hình BDW. Hoàn toàn tương tự, ta cũng có thể kiểm tra được tính đối xứng của các số hạng Yukawa trong Lagrangian (1.15). Do nhóm $U(1)_X$ không ảnh hưởng đến các hạt trong SM, còn các cặp trường (L_R, χ) và (Q_R, ϕ) đều có tích đối với nhóm $U(1)_X$ bằng nhau về độ lớn và trái dấu, nên các số hạng Yukawa tương ứng đều bất biến đối với nhóm $U(1)_X$:

$$\begin{aligned}
[y\bar{\ell}_L L_R \chi + w\bar{q}_L Q_R \phi + h.c.]' &= y\bar{\ell}'_L L'_R \chi' + w\bar{q}'_L Q'_R \phi' + h.c. \\
&= y\bar{\ell}_L (e^{ig_X\alpha_X} L_R) (e^{-ig_X\alpha_X} \chi) + w\bar{q}_L (e^{-2ig_X\alpha_X} Q_R) (e^{2ig_X\alpha_X} \phi) + h.c. \\
&= y\bar{\ell}_L L_R \chi + w\bar{q}_L Q_R \phi + h.c.
\end{aligned} \tag{D.5}$$

Đối với nhóm $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ta cũng có:

$$\begin{aligned}
[y\bar{\ell}_L L_R \chi + w\bar{q}_L Q_R \phi + h.c.]' &= y\bar{\ell}'_L L'_R \chi' + w\bar{q}'_L Q'_R \phi' + h.c. \\
&= y \left(\bar{\ell}_L S_l^\dagger \right) (S_l L_R) \chi + w \left(\bar{q}_L S_q^\dagger \right) (S_q Q_R) \phi + h.c. \\
&= y\bar{\ell}_L L_R \chi + w\bar{q}_L Q_R \phi + h.c.,
\end{aligned} \tag{D.6}$$

trong đó, S_l và S_q là các toán tử unitary thuộc nhóm $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$S_l = e^{-\frac{i}{2}g_Y\alpha_Y + ig_2\tau^k\beta^k}, \tag{D.7}$$

$$S_q = e^{\frac{i}{6}g_Y\alpha_Y + ig_2\tau^k\beta^k + ig_s T^a \rho^a}, \tag{D.8}$$

với $\tau^k = \sigma^k/2$, $T^a = \lambda^a/2$ lần lượt là các vi tử sinh của nhóm $SU(2)_L$, $SU(3)_C$ ($k = 1, 2, 3$ và $a = 1, \dots, 8$), còn α_Y , β^k , ρ^a là các trường vô hướng thực. Như vậy, có thể kết luận các số hạng trong Lagrangian (1.15) là bất biến đối với nhóm chuẩn của mô hình BDW.

Số hạng trộn động năng:

Dưới tác động của nhóm chuẩn $U(1)_Y$ và $U(1)_X$, các trường chuẩn tương ứng với hai nhóm này biến đổi theo quy luật:

$$A_\mu^1 \longrightarrow A_\mu^{1'} = A_\mu^1 + \partial_\mu \alpha_1, \quad (\text{D.9})$$

$$A_\mu^2 \longrightarrow A_\mu^{2'} = A_\mu^2 + \partial_\mu \alpha_2, \quad (\text{D.10})$$

trong đó, α_1, α_2 là hai trường vô hướng thực. Điều này kéo theo sự biến đổi của hai tensor cường độ trường tương ứng $F_{\mu\nu}^1 \longrightarrow F_{\mu\nu}^{1'}$ và $F_{\mu\nu}^2 \longrightarrow F_{\mu\nu}^{2'}$, với:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^{1'} &= \partial_\mu A_\nu^{1'} - \partial_\nu A_\mu^{1'} \\ &= \partial_\mu (A_\nu^1 + \partial_\nu \alpha_1) - \partial_\nu (A_\mu^1 + \partial_\mu \alpha_1) \\ &= \partial_\mu A_\nu^1 - \partial_\nu A_\mu^1 + \partial_\mu \partial_\nu \alpha_1 - \partial_\nu \partial_\mu \alpha_1 \\ &= F_{\mu\nu}^1, \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

và

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^{2'} &= \partial_\mu A_\nu^{2'} - \partial_\nu A_\mu^{2'} \\ &= \partial_\mu (A_\nu^2 + \partial_\nu \alpha_2) - \partial_\nu (A_\mu^2 + \partial_\mu \alpha_2) \\ &= \partial_\mu A_\nu^2 - \partial_\nu A_\mu^2 + \partial_\mu \partial_\nu \alpha_2 - \partial_\nu \partial_\mu \alpha_2 \\ &= F_{\mu\nu}^2. \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Như vậy, các tensor cường độ trường $F_{\mu\nu}^1$ và $F_{\mu\nu}^2$ là bất biến đối với nhóm chuẩn $U(1)_Y$ và $U(1)_X$. Hơn nữa, các trường chuẩn A_μ^1, A_μ^2 đều là các đơn tuyến $SU(3)_C$ và $SU(2)_L$. Do đó, có thể khẳng định các số hạng trong Lagrangian (2.1), bao gồm số hạng trộn động năng $-\frac{k}{2} F_{\mu\nu}^1 F^{2\mu\nu}$, cũng bất biến đối với nhóm chuẩn $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_X$ của mô hình BDW.

Phụ lục E

Chương trình Mathematica

Chương trình Mathematica cho đồ thị biểu diễn sự đóng góp của vật lý mới đối với moment từ dị thường của muon như một hàm của m_{χ_r} trong trường hợp $\tau = 1.78$, $\delta = 1$, $y_\mu = 3$ và $k = 0$ (hình 2.3):

(*****)

```
ClearAll["Global`*"];
```

```
s2w = 0.231;
```

```
cw = 0.877;
```

```
GF = 1.166 * 10-5; (*Fermi constant, GeV-2*)
```

```
 $\alpha = \frac{1}{137}$ ;
```

```
 $e = \sqrt{\alpha * 4\pi}$ ;
```

```
 $g = \frac{e}{\sqrt{s2w}}$ ;
```

```
Mmu = 106 * 10-3; (*KL  $\mu$ , GeV*)
```

```
Me = 0.51 * 10-3; (*KL  $e$ , GeV*)
```

```
Mz = 91.2;
```

```
Mzp = 300;
```

```
Mb = 4.18; (*KL quark b, GeV*)
```

```
Ms = 0.095; (*KL quark s, GeV*)
```

```

MK = 0.50; (*KL K meson, GeV*)
MKs = 0.896; (*KL K* meson*)
MB = 5.28; (*KL B meson, GeV*)
(*tB = 1.52 * 10-12; (*B meson lifetime in sec unit*)*)
tB = 0.23 * 1013; (*B meson lifetime, GeV-1 unit*)
gp = 3;
y1 = 3;
gv =  $\frac{-0.25+s2w}{cw} * g$ ;
ga =  $\frac{0.25}{cw} * g$ ;
hsl = 0.22453;
hsA = 0.836;
hsp = 0.122;
hsn = 0.355;
Vtb = 1;
Vts = -hsA * hsl2;
p =  $\frac{\text{Abs}[Vtb*\text{Conjugate}[Vts]]}{Vtb*\text{Conjugate}[Vts]}$ ;
Lsm =  $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}\pi}{\alpha*GF*\text{Abs}[Vtb*\text{Conjugate}[Vts]']}}$ ;
a1 = 24 * 10-5;
b1 = -10 * 10-5;
(*****
Fg[t_]:= $\frac{1}{6(1-t)^4} (6 * t * \text{Log}[t] + t^3 - 6 * t^2 + 3 * t + 2)$ ;
aNP=.;
aNP[t_, d_, Mx_]:= $\frac{y1^2*Mmu^2}{32\pi^2*Mx^2} (Fg[t] + \frac{1}{1+d}Fg[\frac{t}{1+d}])$ ;
aNP[1.78, 1, 120]
(*****

```

```

p11 = Plot [aNP[1.78, 1, Mx] * 1011, {Mx, 80, 165}, Axes → False, Frame → True,
FrameLabel → {Style ["mχr(GeV)", FontSize → 16] ,
Style ["ΔaμNP (10-11)" , FontSize → 16]} ,
FrameTicksStyle → 13, PlotStyle → Red, PlotRange → Full, AspectRatio → 0.7];
p12 = RegionPlot[132.2 < y < 369.8, {x, 80, 165}, {y, 80, 390},
PlotStyle → Directive[Cyan, Opacity[1]],
FrameLabel → {Style ["mχr(GeV)", FontSize → 16] ,
Style ["ΔaμNP (10-11)" , FontSize → 16]} ,
FrameTicksStyle → 13, AspectRatio → 0.7];
p13 = RegionPlot[159 < y < 343, {x, 80, 165}, {y, 80, 390},
PlotStyle → Directive[Purple, Opacity[0]],
BoundaryStyle → Purple, Mesh → 20, MeshFunctions->{2 * #1 - #2&},
MeshStyle → Directive[Purple, Thickness[0.003]],
FrameLabel → {Style ["mχr(GeV)", FontSize → 16] ,
Style ["ΔaμNP (10-11)" , FontSize → 16]} ,
FrameTicksStyle → 13, AspectRatio → 0.7];
(*****)
plpurple1 = ParametricPlot[{x, y}, {x, 0, 1}, {y, 0, 1}, PlotStyle → White,
BoundaryStyle → None, Frame → False, Axes → False, PlotRangePadding → 0,
ImagePadding → 0, Mesh → 10, MeshStyle → Directive[Purple, Thickness[0.02],
Opacity[1]], MeshFunctions → {0.4#1 - #2&});
ppl1 = ImageCrop[plpurple1, 150];
ppl2 = Show[ppl1, Frame → True,
FrameStyle → Directive[Purple, Thickness[0.05]], FrameTicks->None];
lg1 = LineLegend [{Red}, {"ΔaμNP (mχ0)"}];

```

```
lg2 = SwatchLegend[{Cyan, Purple}, {"Current 2 $\sigma$  bounds", "Projected 2 $\sigma$  bounds"},  
LegendMarkerSize  $\rightarrow$  17, LegendMarkers  $\rightarrow$  {Automatic, ppl2},  
LegendFunction  $\rightarrow$  Framed, LegendMargins  $\rightarrow$  0.5, LegendLayout  $\rightarrow$  "Row"];  
graph1 = Legended[Show[p12, p13, p11], Placed[lg2, {{0.02, 0.03}, {0, 0}}]]
```