

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Trương Minh Anh

HIỆU ỨNG CỦA RADION VÀ U-HẠT LÊN
ĐỘ HAO HỤT NĂNG LƯỢNG VÀ TIẾT DIỆN TÁN XẠ
CỦA CÁC QUÁ TRÌNH VẬT LÝ
TRONG CÁC MÔ HÌNH CHUẨN MỞ RỘNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ HỌC

Hà Nội – 2026

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Trương Minh Anh

HIỆU ỨNG CỦA RADION VÀ U-HẠT LÊN
ĐỘ HAO HỤT NĂNG LƯỢNG VÀ TIẾT DIỆN TÁN XẠ
CỦA CÁC QUÁ TRÌNH VẬT LÝ
TRONG CÁC MÔ HÌNH CHUẨN MỞ RỘNG

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý toán

Mã số: 9440130.01

LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

GS. TS. Hà Huy Bằng

Hà Nội - 2026

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận án "*Hiệu ứng của radion và u-hạt lên độ hao hụt năng lượng và tiết diện tán xạ của các quá trình vật lý trong các Mô hình chuẩn mở rộng*" là công trình nghiên cứu của tôi. Các kết quả và số liệu được trình bày trong luận án là trung thực, đã được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa từng được công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Tác giả luận án

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới GS.TS Hà Huy Bằng - người đã luôn tận tình hướng dẫn, động viên và giúp tôi tháo gỡ những khó khăn trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu. Thầy đã truyền cho tôi niềm yêu thích khoa học, thái độ làm việc nghiêm túc và sự bình tĩnh trong giải quyết công việc.

Tôi cũng xin cảm ơn các thầy cô Bộ môn Vật lý lý thuyết - Khoa Vật lý Trường Đại học Khoa học Tự nhiên đã tận tình giảng dạy, truyền đạt cho tôi nền tảng kiến thức quý giá cũng như tư duy khoa học hiện đại. Xin gửi lời cảm ơn đến các thầy cô, các anh chị chuyên viên Khoa Vật lý, Phòng Đào tạo, Phòng CTCT & TT và Ban Giám hiệu Trường Đại học Khoa học Tự nhiên đã tạo điều kiện thuận lợi, hỗ trợ tôi trong suốt thời gian học tập và thực hiện luận án này.

Tôi cũng xin cảm ơn Đại học Bách khoa Hà Nội đã hỗ trợ một phần kinh phí thực hiện luận án thông qua đề tài TC2022-057. Sự hỗ trợ này đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong công tác nghiên cứu và hoàn thành luận án.

Đặc biệt, tôi chân thành cảm ơn gia đình và bạn bè yêu thương, những người thầy tận tụy, đồng nghiệp đáng mến, những người đã luôn sát cánh, hỗ trợ trên mọi phương diện và là nguồn động lực tinh thần to lớn giúp tôi nỗ lực vượt qua mọi khó khăn để hoàn thành chương trình học và nghiên cứu khoa học.

Tác giả luận án

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	
LỜI CẢM ƠN	
DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT	4
DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU	5
DANH MỤC CÁC BẢNG	6
DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ	7
MỞ ĐẦU	9
CHƯƠNG 1. MỘT SỐ MÔ HÌNH CHUẨN MỞ RỘNG. VẬT CHẤT TỐI	14
1.1. Một số mô hình chuẩn mở rộng	14
1.1.1. Sự cần thiết phải mở rộng Mô hình chuẩn	15
1.1.2. Mô hình Randall-Sundrum	23
1.1.3. Mô hình chuẩn mở rộng với bất biến tỉ lệ và u-hạt	26
1.1.4. Mô hình chuẩn mở rộng khi tính đến vật chất tối	28
1.2. Các loại vật chất tối trong mô hình chuẩn mở rộng	34
1.2.1. Vật chất tối vô hướng	35
1.2.2. Vật chất tối fermion	36
1.3. Kết luận chương 1	37
CHƯƠNG 2. CÔNG THỨC TÍNH NĂNG LƯỢNG HAO HỤT CỦA QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC	39
2.1. Năng lượng hao hụt cho quá trình tán xạ hai hạt boson vào, hai hạt boson ra	41
2.2. Năng lượng hao hụt cho quá trình tán xạ một fermion, một phản fermion thành một fermion và một phản fermion có cùng khối lượng	45

2.3. Năng lượng hao hụt cho quá trình tán xạ một fermion, một phản fermion vào, sinh hai boson có cùng khối lượng.....	49
2.4. Kết luận chương 2	53
CHƯƠNG 3. HIỆU ỨNG CỦA RADION TRONG CÁC QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC CỦA MÔ HÌNH RANDALL-SUNDRUM Ở VỤ NỔ LỚN SN1987A.....	55
3.1. Hiệu ứng của radion trong tán xạ plasmon-plasmon ở vụ nổ lớn SN1987A	56
3.1.1. Tiết diện tán xạ.....	56
3.1.2. Độ hao hụt năng lượng.....	57
3.1.3. Các kết quả tính số và thảo luận	58
3.2. Hiệu ứng của radion trong quá trình sinh vật chất tối fermion từ va chạm electron-positron	63
3.2.1. Tiết diện tán xạ.....	63
3.2.2. Độ hao hụt năng lượng.....	65
3.2.3. Các kết quả tính số và thảo luận	66
3.3. Hiệu ứng của radion trong sự sinh plasmon từ va chạm electron và positron.....	70
3.3.1. Tiết diện tán xạ.....	70
3.3.2. Độ hao hụt năng lượng.....	72
3.3.3. Các kết quả tính số và thảo luận	73
3.4. Kết luận chương 3	75
CHƯƠNG 4. ĐÓNG GÓP CỦA U-HẠT VÀO CÁC QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC.....	77
4.1. Quá trình sinh vật chất tối fermion từ photon và hạt tựa axion	77
4.1.1. Tiết diện tán xạ.....	77
4.1.2. Các kết quả tính số và thảo luận.....	81
4.2. Quá trình hủy cặp electron-positron trao đổi u-hạt vô hướng ra hai plasmon	84

4.2.1. Tiết diện tán xạ.....	84
4.2.2. Các kết quả tính số và thảo luận	87
4.3. Kết luận chương 4	90
KẾT LUẬN	91
DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN	93
TÀI LIỆU THAM KHẢO	94
PHỤ LỤC	103

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Viết tắt	Tên đầy đủ
BSM	Beyond the Standard Model
CMB	Cosmic Microwave Background
CP	Charge conjugation - Parity
DM	Dark Matter
EDM	Electric Dipole Moment
GUT	Grand Unified Theory
IR	Infrared
KK	Kaluza-Klein
LHC, FCC	Large Hadron Collider, Future Circular Collider
MSSM	Minimal Supersymmetric Standard Model
PQ	Peccei-Quinn symmetry
QCD	Quantum Chromodynamics
QED	Quantum Electrodynamics
RS	Randall-Sundrum
SM	Standard Model
SN1987A	Supernova 1987A
U	Unparticle
UV	Ultraviolet
WIMP	Weakly Interacting Massive Particle

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU

Kí hiệu	Tên gọi
\sqrt{s}	Năng lượng tán xạ
m_e	Khối lượng của electron
m_a	Khối lượng của từa axion
m_A	Khối lượng của plasmon
m_χ	Khối lượng của vật chất tối fermion
m_ϕ	Khối lượng của radion
$\dot{\epsilon}$	Độ hao hụt năng lượng
$\langle\phi\rangle$	Kỳ vọng chân không của radion
θ	Góc tán xạ hợp bởi hai hạt tới
σ	Tiết diện tán xạ toàn phần
d_U	Thứ nguyên tỉ lệ của toán tử u-hạt
Λ_U	Thang năng lượng
$\Gamma(z)$	Hàm Gamma Euler

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 3.1. Tiết diện tán xạ toàn phần khi tính đến radion. Kết quả thu được là như nhau cho các giá trị m_ϕ khác nhau ($m_\phi = 1.25 \text{ GeV}, 1.5 \text{ GeV}, 2.5 \text{ GeV}, 5 \text{ GeV}$ và 10 GeV).....	59
Bảng 3.2. Tỉ số giữa tiết diện tán xạ toàn phần có hiệu ứng của radion đối với tán xạ plasmon-plasmon so với tiết diện tán xạ toàn phần không có hiệu ứng của radion đối với tán xạ photon-photon tại các giá trị kỳ vọng chân không của radion $\langle\phi\rangle$ và các mức năng lượng khác nhau	60
Bảng 3. 3. Giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ (được xác định từ hình 3.3) ứng với các giá trị khác nhau của m_ϕ	62
Bảng 3.4. Sự biến thiên tiết diện tán xạ toàn phần theo hàm của m_χ với $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$	68
Bảng 3.5. Tỉ số giữa tiết diện tán xạ toàn phần có hiệu ứng radion so với trường hợp chỉ có photon. Ở đây, $\mu_\chi = d_\chi = \frac{1}{3.3 \times 10^{12}}, m_\phi = 10 \text{ GeV}, \sqrt{s} = 1 - 4 \text{ TeV}, \langle\phi\rangle = 1 \text{ TeV}, m_\chi = 0.1 \text{ GeV}, 5 \text{ GeV}, 10 \text{ GeV}, m_e = 0.511 \text{ MeV}$	69
Bảng 3.1. Giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ ứng với các giá trị khác nhau của m_ϕ	69
Bảng 3.2. Sự biến thiên tiết diện tán xạ toàn phần theo hàm của m_ϕ với $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$	74
Bảng 3.3. Giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ ứng với các giá trị của m_ϕ	75
Bảng 4.1. Tiết diện tán xạ toàn phần khi có trao đổi u-hạt/photon và tỉ số (σ/σ_γ) tại các mức năng lượng khác nhau, cho $m_a = 300 \text{ GeV}$	83
Bảng 4.2. Tiết diện tán xạ toàn phần khi có trao đổi u-hạt/photon và tỉ số (σ/σ_γ) tại các mức năng lượng khác nhau, cho $m_a = 500 \text{ GeV}$	83
Bảng 4.3. Ngưỡng giới hạn của thang năng lượng Λ_U theo thứ nguyên tỉ lệ d_U	87
Bảng 4.4. Giá trị tiết diện tán xạ toàn phần theo \sqrt{s} với các bộ số $(d_U, \Lambda_U), d_U < 2...$	88
Bảng 4.5. Giá trị tiết diện tán xạ toàn phần theo \sqrt{s} với các bộ số $(d_U, \Lambda_U), d_U > 2...$	89

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

Hình 3.1. Giản đồ Feynman của quá trình tương tác plasmon plasmon trao đổi radion	56
Hình 3.2. Tiết diện toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc vào năng lượng tán xạ. Đường cong trên đồ thị, từ trên xuống dưới, lần lượt tương ứng với các giá trị kỳ vọng chân không của radion $\langle\phi\rangle = 9.02 \text{ TeV}$, 15.04 TeV và 18.05 TeV . Ở đây $m_\phi = 1.25 \text{ GeV}$	58
Hình 3. 1: Độ hao hụt năng lượng ϵ tính theo GeV được biểu diễn như một hàm của $\langle\phi\rangle$. Các đường cong từ trên xuống dưới tương ứng với giá m_ϕ tăng từ 1.25, 1.5, 2.5, 5.0 và 10 GeV. Đường nằm ngang tương ứng với giới hạn trên của $\epsilon \leq 7.288 \times 10^{-27} \text{ GeV}$	61
Hình 3.2. Giản đồ Feynman cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ qua radion.....	63
Hình 3.5. Đỉnh tương tác radion - fermion - phản fermion.....	64
Hình 3.3. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây, lấy $m_\chi = 0.1 \text{ GeV}$	66
Hình 3.4. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây, lấy $m_\chi = 5.0 \text{ GeV}$	66
Hình 3.5. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây, lấy $m_\chi = 10 \text{ GeV}$	67
Hình 3.6. Tiết diện tán xạ toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc vào năng lượng tán xạ. Ở đây, $\langle\phi\rangle = 1.0 \text{ TeV}$	67
Hình 3.7. Tiết diện tán xạ toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc vào năng lượng tán xạ. Ở đây, $\langle\phi\rangle = 4.0 \text{ TeV}$	67
Hình 3.11. Giản đồ Feynman quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ thông qua trao đổi photon.....	68
Hình 3.8. Độ hao hụt năng lượng $d\epsilon/dt$ (GeV) theo $\langle\phi\rangle$. Đường trên cùng ứng với $m_\phi = 10.0 \text{ GeV}$, đường dưới $m_\phi = 200 \text{ GeV}$. Đường ngang là mức giới hạn $\epsilon \leq 7.288 \times 10^{-27} \text{ GeV}$	70
Hình 3.9. Giản đồ Feynman cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ qua trao đổi radion.....	71

Hình 3.10. Tiết diện tán xạ toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc năng lượng tán xạ \sqrt{s} với $m_\phi = 20$ GeV.....	73
Hình 3.11. Độ hao hụt năng lượng ε theo $\langle\phi\rangle$. Đường ngang là mức giới hạn $\varepsilon = 7.288 \times 10^{-27}$ GeV.....	74
Hình 4.1. Giản đồ Feynman cho quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ trao đổi u-hạt.....	77
Hình 4.2. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây lấy $m_\chi = 0.1$ GeV, $m_a = 300$ GeV (trái) và $m_a = 500$ GeV (phải).....	82
Hình 4.2. Giản đồ Feynman quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ trao đổi u-hạt.	84
Hình 4.3. Độ hao hụt năng lượng ε' theo hàm của của Λ_U . Đường nằm ngang tương ứng với giới hạn trên của độ hao hụt năng lượng $\varepsilon' = 7.288 \times 10^{-27}$ GeV.....	87
Hình 4.4. Đồ thị tiết diện tán xạ toàn phần theo \sqrt{s}	88

MỞ ĐẦU

1. Lí do lựa chọn đề tài

Vật chất tối, chiếm khoảng 27% tổng năng lượng - vật chất của vũ trụ, là một trong những bí ẩn lớn nhất của vật lý hiện đại. Các quan sát vũ trụ học từ đường cong quay của thiên hà, thấu kính hấp dẫn, và bức xạ nền vũ trụ đều khẳng định sự tồn tại của vật chất tối, song bản chất hạt cơ bản của nó vẫn chưa được xác định. Mặc dù Mô hình chuẩn (Standard Model - SM) của vật lý hạt đã đạt được thành công lớn trong việc mô tả ba trong bốn lực cơ bản và dự đoán chính xác sự tồn tại của boson Higgs, nó vẫn không thể giải thích nguồn gốc vật chất tối. Hạn chế này tạo động lực mạnh mẽ thúc đẩy việc phát triển các mô hình mở rộng SM [4, 6, 86].

Nhiều hướng tiếp cận lý thuyết đã được đề xuất nhằm giải quyết vấn đề này. Trong số đó, mô hình Randall-Sundrum (RS) [77] với hạt radion, lý thuyết bất biến tỉ lệ với u-hạt (unparticle) của Georgi [53], và các mô hình chứa hạt tựa axion (axion-like particles - ALPs) nổi lên như những ứng viên đầy hứa hẹn. Cụ thể, radion xuất hiện như dao động của khoảng cách giữa hai mặt trong không - thời gian năm chiều của mô hình RS, có thể đóng vai trò cầu nối giữa trường chứa các hạt mới và Mô hình chuẩn. Đối với u-hạt, chúng được Georgi đề xuất trong khuôn khổ lý thuyết bất biến tỉ lệ với thứ nguyên tỉ lệ d_U , u-hạt có các đặc trưng khác biệt cơ bản so với hạt thông thường. Bên cạnh đó, hạt axion, ban đầu được đề xuất để giải quyết bài toán CP mạnh (Strong Charge-Parity) trong sắc động học lượng tử, cùng với các hạt tựa axion, cũng đang được xem xét như các ứng viên tiềm năng cho vật chất tối nhẹ.

Việc khảo sát các hạt giả thuyết này trong những quá trình tán xạ cơ bản mang ý nghĩa kép: một mặt giúp làm sáng tỏ thêm bản chất vật chất tối, mặt khác mở ra hướng tìm kiếm mới thông qua các dấu hiệu đặc trưng như sự thay đổi tiết diện tán xạ và năng lượng hao hụt trong môi trường vật lý như SN1987A.

Siêu tân tinh SN1987A, quan sát được vào năm 1987 tại Đám Mây Magellan Lớn, cung cấp một phòng thí nghiệm thiên nhiên độc đáo cho vật lý hạt cơ bản. Với nhiệt độ cực cao ($T \sim 30$ MeV), mật độ vật chất khổng lồ và trường hấp dẫn mạnh,

môi trường lõi siêu tân tinh tạo điều kiện thuận lợi cho các quá trình tương tác yếu sinh neutrino cũng như có thể sản sinh các hạt mới như radion, axion, hoặc vật chất tối fermion [43]. Đặc biệt, việc phát hiện neutrino từ SN1987A đã xác nhận mô hình làm nguội lõi siêu tân tinh thông qua phát xạ neutrino. Sự phù hợp giữa số lượng và phổ năng lượng neutrino quan sát được với dự đoán lý thuyết cho phép đặt ra ràng buộc chặt chẽ đối với bất kỳ kênh hao hụt năng lượng bổ sung nào [74].

Trong ngữ cảnh này, độ hao hụt năng lượng $\dot{\epsilon}$ (energy loss rate) trở thành đại lượng vật lý then chốt. Nó xác định lượng năng lượng bị mất đi trên một đơn vị khối lượng trong một khoảng thời gian do sản sinh các hạt tương tác yếu hoặc hạt mới. Tiêu chuẩn Raffelt quy định rằng để không làm thay đổi đáng kể thời gian phát xạ neutrino quan sát được từ SN1987A (khoảng 10 giây), mọi kênh năng lượng hao hụt bổ sung phải thỏa mãn điều kiện $\dot{\epsilon} \leq 10^{19} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (tương đương $\sim 7.288 \times 10^{-27} \text{ GeV}$ trong đơn vị tự nhiên) [75]. Ràng buộc này là mạnh và đã được áp dụng để loại trừ hoặc giới hạn không gian tham số của nhiều mô hình vật lý mới.

Mặc dù vấn đề này có tầm quan trọng như vậy, nhưng hiện nay còn thiếu các tài liệu trình bày một cách hệ thống phương pháp tính toán độ hao hụt năng lượng $\dot{\epsilon}$ cho các quá trình tương tác trong môi trường siêu tân tinh. Việc xây dựng các công thức tổng quát cho $\dot{\epsilon}$ đối với các loại hạt đầu vào và đầu ra khác nhau trên cơ sở kiến thức chuyên sâu về lý thuyết trường lượng tử, kỹ thuật tích phân không gian pha phức tạp, và hiểu biết về phân bố thống kê Fermi-Dirac/Bose-Einstein là rất cần thiết.

Luận án này nghiên cứu hiệu ứng của radion trong tán xạ plasmon-plasmon ở trong vụ nổ lớn SN1987A, trong sự sinh plasmon hay vật chất tối từ va chạm e^+e^- . Ngoài ra, luận án còn khảo sát đóng góp của u-hạt vào quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$, với a là hạt tựa axion và quá trình sinh plasmon từ việc hủy cặp electron - positron. Chúng tôi chỉ ra tiết diện tán xạ của quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ khi trao đổi u-hạt lớn hơn rất nhiều lần so với quá trình này khi trao đổi photon, và do đó hy vọng có thể đo được trong thực tế hay trên các máy gia tốc. Tiếp theo bằng cách áp dụng điều kiện Raffelt cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ qua trao đổi u-hạt, xem xét hiệu ứng u-hạt luận án đã tìm được

ngưỡng giới hạn cho tham số năng lượng Λ_U , phù hợp với các kết quả của các công trình khác nhưng có kết quả chính xác hơn.

Các kết quả của luận án có độ tin cậy cao vì đã sử dụng phương pháp tính biên độ tán xạ bằng giản đồ Feynman [3], kết hợp với các kiến thức thông dụng của vật lý thống kê và vật lý thiên văn.

Như vậy, việc nghiên cứu tương tác giữa các hạt mới trong các mô hình chuẩn mở rộng và các hệ quả của chúng là cần thiết, mang tính thời sự cao, và phù hợp với xu hướng phát triển của vật lý hạt và vũ trụ học hiện nay. Đó là lí do luận án này có tên gọi **“Hiệu ứng của radion và u-hạt lên độ hao hụt năng lượng và tiết diện tán xạ của các quá trình vật lý trong các Mô hình chuẩn mở rộng”**.

2. Mục đích, đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Mục đích của luận án này là khảo sát tác động của các hạt mới xuất hiện trong các mô hình chuẩn mở rộng đối với một số quá trình tán xạ đáng chú ý trong vật lý hạt cơ bản. Từ đó chỉ ra khả năng phát hiện, tìm kiếm các hạt mới thông qua những tín hiệu đặc trưng trong các quá trình tán xạ, góp phần đánh giá độ chính xác của các mô hình chuẩn mở rộng.

Đối tượng chính của luận án là các loại hạt được dự đoán trong các mô hình chuẩn mở rộng, bao gồm: hạt radion, hạt tựa axion, u-hạt (unparticle), các hạt vật chất tối dạng fermion.

Phạm vi nghiên cứu của luận án bao gồm sự ảnh hưởng của radion đối với các quá trình như tán xạ plasmon-plasmon ở vụ nổ lớn SN1987A, sinh vật chất tối fermion và plasmon từ va chạm e^+e^- . Tiếp theo là hiệu ứng của u-hạt trong các quá trình: sinh vật chất tối fermion từ photon và hạt tựa axion, sinh plasmon từ hủy cặp electron-positron. Các quá trình này thuộc khuôn khổ các mô hình chuẩn mở rộng.

Những kết quả lý thuyết và tính toán số trong luận án này nhằm cung cấp dữ kiện mới về khả năng kiểm tra độ phù hợp của các mô hình vật lý hạt hiện đại so với các dữ kiện thực nghiệm thông qua các quá trình tán xạ.

3. Phương pháp nghiên cứu

Trong luận án này, chúng tôi sử dụng những phương pháp nghiên cứu đáng tin cậy của Vật lý năng lượng cao, cũng như các phương pháp tính toán và xử lý số liệu trên máy tính:

- Phương pháp của lý thuyết trường lượng tử: nổi bật là sử dụng giản đồ Feynman. Phương pháp này cho phép xây dựng biên độ tán xạ thông qua các sơ đồ trực quan để tính tiết diện tán xạ vi phân và toàn phần. Ngoài ra sử dụng giản đồ Feynman còn giúp ta tính được độ hao hụt năng lượng ϵ . Đây là một công cụ chính xác và hiệu quả để liên kết các mô tả lý thuyết với đại lượng thực tế.
- Sử dụng phần mềm Matlab để vẽ đồ thị và xử lý số.
- Phân tích số liệu bằng đồ thị.

4. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Các kết quả nghiên cứu của luận án đóng vai trò quan trọng trong việc nâng cao kiến thức về vật lý hạt cơ bản, liên quan tới các loại hạt giả thuyết xuất hiện trong các mô hình chuẩn mở rộng (Beyond the Standard Model - BSM). Công trình này đặt nền tảng cho kỳ vọng phát hiện ra các hạt mới, điển hình như hạt radion, hạt tựa axion, u-hạt, và các hạt vật chất tối fermion thông qua việc khảo sát những quá trình tán xạ đáng chú ý trong vật lý năng lượng cao.

Các phân tích lý thuyết về đóng góp của các hạt mới vào các đại lượng vật lý như tiết diện tán xạ toàn phần và năng lượng hao hụt của các quá trình tán xạ đã chỉ ra rằng ảnh hưởng của chúng có thể đạt giá trị lớn. Các kết quả này tăng thêm triển vọng xác định và kiểm chứng sự tồn tại của các loại hạt mới trong những thí nghiệm năng lượng cao ở tương lai, đồng thời mở rộng khả năng ứng dụng thực tiễn của các mô hình vật lý hiện đại.

5. Những đóng góp mới của luận án

Luận án xây dựng một cách có hệ thống và chi tiết công thức tính độ hao hụt năng lượng cho các quá trình tương tác giữa các hạt chứa các công thức được sử dụng trong những nghiên cứu trước đây như các trường hợp riêng.

Luận án tính toán hiệu ứng của radion trong tán xạ plasmon-plasmon và trong quá trình sinh vật chất tối fermion từ va chạm e^+e^- . Từ đó, luận án thu được các giới hạn dưới mới cho giá trị kỳ vọng chân không của radion là $\langle\phi\rangle$ trong một dải rộng của khối lượng m_ϕ . Các giới hạn này mạnh hơn một số kết quả tương ứng trong các công bố quốc tế gần đây cỡ vài bậc độ lớn. Do đó, sẽ góp phần chính xác hóa các đại lượng vật lý có thể đo được trong thực tế để tìm kiếm hạt radion như tiết diện tán xạ, độ rộng phân rã, ...

Ảnh hưởng của u-hạt trong hai quá trình quan trọng là $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ và $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ được đánh giá số, cho thấy tiết diện có thể tăng rất mạnh tùy theo tham số d_U và Λ_U . Dựa trên dữ liệu quan sát neutrino từ SN1987A, điều kiện Raffelt được sử dụng để xác định các ràng buộc chi tiết hơn lên thang năng lượng Λ_U so với các kết quả đã công bố, góp phần làm sáng tỏ vai trò của u-hạt trong các tương tác năng lượng siêu cao.

6. Bố cục của luận án

Cùng với phần mở đầu, kết luận và các phụ lục, nội dung cơ bản của luận án được trình bày trong 4 chương như sau:

- Chương 1: Một số mô hình chuẩn mở rộng. Vật chất tối.
- Chương 2: Công thức tính năng lượng hao hụt của quá trình tương tác.
- Chương 3: Hiệu ứng của radion trong các quá trình tương tác của mô hình RandallSundrum ở vụ nổ lớn SN1987A.
- Chương 4: Đóng góp của u-hạt vào các quá trình tương tác.

CHƯƠNG 1. MỘT SỐ MÔ HÌNH CHUẨN MỞ RỘNG. VẬT CHẤT TỐI

1.1. Một số mô hình chuẩn mở rộng

Mô hình chuẩn của vật lý hạt cơ bản đại diện cho một trong những thành tựu vĩ đại nhất của khoa học hiện đại, cung cấp khuôn khổ lý thuyết toàn diện để mô tả ba trong bốn tương tác cơ bản của tự nhiên: tương tác điện từ, tương tác yếu, và tương tác mạnh. Mô hình này được xây dựng trên nền tảng lý thuyết trường lượng tử với nhóm đối xứng chuẩn $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, trong đó $SU(3)_C$ mô tả tương tác mạnh thông qua sắc động lực học lượng tử (QCD), còn $SU(2)_L \times U(1)_Y$ mô tả các tương tác điện yếu [86].

Mô hình chuẩn phân loại các hạt cơ bản thành hai nhóm: fermion (spin 1/2) và boson (spin nguyên). Có 12 fermion được chia thành ba thế hệ, mỗi thế hệ gồm một cặp quark và một cặp lepton. Các quark mang điện tích màu và tương tác mạnh qua tám gluon, hiện tượng giam cầm màu khiến chúng phải gắn kết thành hadron. Các lepton không mang màu nên chỉ chịu tương tác điện từ và yếu.

Các tương tác cơ bản được trung gian bởi các boson chuẩn có spin 1: photon cho tương tác điện từ, tám gluon cho tương tác mạnh, và các boson W^\pm, Z^0 cho tương tác yếu. Trong khi photon và gluon không có khối lượng, các boson yếu có khối lượng lớn: $M_W = 80.377 \pm 0.012$ GeV và $M_Z = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV. Khối lượng này được sinh ra thông qua cơ chế Brout-Englert-Higgs, trong đó trường Higgs phát triển giá trị kỳ vọng chân không $v \approx 246.22$ GeV và phá vỡ tự phát đối xứng chuẩn điện yếu. Các fermion thu được khối lượng thông qua tương tác Yukawa với trường Higgs. Sự phát hiện boson Higgs tại LHC năm 2012 với khối lượng khoảng 125 GeV đã xác nhận cơ chế này và hoàn thiện bức tranh Mô hình chuẩn [8].

Mô hình chuẩn ban đầu phụ thuộc vào 19 tham số tự do được xác định từ thực nghiệm, bao gồm ba tham số điện yếu (hằng số Fermi, hằng số cấu trúc tinh tế, khối lượng boson Z), chín khối lượng fermion, bốn tham số của ma trận Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, cùng với góc θ QCD, khối lượng Higgs, và hằng số tương tác mạnh α_s . Độ chính xác thực nghiệm hiện đại đòi hỏi tính toán các hiệu chỉnh bức xạ

ngày càng chi tiết hơn. Nhờ khuôn khổ lý thuyết chặt chẽ này, Mô hình chuẩn đã đạt được những thành công lớn, tiên đoán chính xác sự tồn tại và tính chất của nhiều hạt trước khi chúng được phát hiện, với độ chính xác ấn tượng được xác nhận qua các thí nghiệm tại LEP (Large Electron-Positron Collider) và LHC (Large Hadron Collider) [12, 86].

Tuy nhiên, dù đạt được những thành công lớn, Mô hình chuẩn không phải là lý thuyết hoàn chỉnh về các tương tác cơ bản. Lý thuyết này đối mặt với nhiều hạn chế nghiêm trọng cả về mặt thực nghiệm lẫn lý thuyết. Những hạn chế này đã thúc đẩy mạnh mẽ sự phát triển của các lý thuyết vật lý Mô hình chuẩn mở rộng (Physics Beyond the Standard Model - BSM). Do vậy, các mô hình mở rộng được đề xuất nhằm giải quyết một hoặc nhiều vấn đề tại thang năng lượng cao, đồng thời phải tái tạo lại các thành công của Mô hình chuẩn ở thang năng lượng thấp hơn thang vật lý mới. Trong phần tiếp theo, chúng tôi sẽ xem xét chi tiết các hạn chế của Mô hình chuẩn, sau đó giới thiệu một số mô hình BSM tiêu biểu như mô hình Randall-Sundrum (với thang vật lý mới \sim TeV), mô hình có bất biến tỉ lệ và u-hạt, và các mô hình có tính đến vật chất tối.

1.1.1. Sự cần thiết phải mở rộng Mô hình chuẩn

Trong phần này, chúng tôi sẽ xem xét chi tiết các vấn đề quan trọng mà SM không thể giải quyết, từ đó làm rõ sự cần thiết phải mở rộng mô hình này.

Vật chất tối

Một trong những bằng chứng mạnh mẽ nhất cho sự tồn tại của vật lý mới ngoài Mô hình chuẩn đến từ các quan sát thiên văn học về vật chất tối. Vật chất tối là dạng vật chất không phát ra, không hấp thụ và không phản xạ ánh sáng, do đó không thể quan sát trực tiếp bằng các thiết bị quang học thông thường [23]. Tuy nhiên, sự hiện diện của vật chất tối được suy ra một cách rõ ràng từ các hiệu ứng hấp dẫn của nó lên vật chất thường và bức xạ điện từ.

Dấu hiệu đầu tiên về sự tồn tại của vật chất tối xuất hiện trong nghiên cứu của F. Zwicky vào những năm 1930 khi ông phát hiện ra khối lượng “thiếu” trong cụm

thiên hà Coma [16]. Zwicky nhận thấy rằng vận tốc chuyển động của các thiên hà trong cụm quá lớn so với khối lượng nhìn thấy được, cho thấy phải có một lượng lớn vật chất không nhìn thấy để giữ cụm thiên hà lại với nhau bằng lực hấp dẫn. Tuy nhiên, phát hiện này không được cộng đồng khoa học chú ý nhiều cho đến những năm 1970. Quan sát thuyết phục hơn đến từ các đường cong quay của thiên hà xoắn ốc bởi V. Rubin và cộng sự. Theo định luật Newton, vận tốc quay của các ngôi sao nên giảm dần khi khoảng cách từ tâm thiên hà tăng lên, tỉ lệ với $v \propto r^{-1/2}$. Tuy nhiên, các đo đạc cho thấy vận tốc quay gần như không đổi (hoặc giảm rất chậm) ở vùng ngoài của thiên hà, điều này chỉ ra rằng phải có một lượng lớn vật chất không nhìn thấy phân bố ở vùng ngoài này, tạo thành hào tối bao quanh thiên hà nhìn thấy được.

Hiện tượng thấu kính hấp dẫn cung cấp thêm xác nhận độc lập cho sự hiện diện của vật chất tối. Theo thuyết tương đối rộng của Einstein, khối lượng làm cong không - thời gian, dẫn đến sự lệch hướng của ánh sáng đi gần một vật thể khối lượng lớn. Bằng cách phân tích sự lệch hướng của ánh sáng từ các thiên hà xa khi đi qua các cụm thiên hà gần hơn, các nhà thiên văn học có thể xác định phân bố khối lượng trong cụm thiên hà đó. Các kết quả cho thấy phân bố khối lượng không khớp với phân bố vật chất nhìn thấy được, một lần nữa chứng tỏ sự hiện diện của vật chất tối trong vũ trụ [40].

Xác định chính xác nhất về lượng vật chất tối trong vũ trụ đến từ các quan sát bức xạ nền vũ trụ (Cosmic Microwave Background - CMB). CMB là bức xạ nhiệt còn lại từ vụ Nổ Lớn, mang thông tin về thành phần và cấu trúc của vũ trụ sơ khai. Vệ tinh Planck đã đo đạc các dao động nhiệt độ nhỏ trong CMB với độ chính xác chưa từng có, cho phép xác định chính xác các thành phần năng lượng vật chất của vũ trụ [36]. Kết quả cho thấy vật chất tối chiếm khoảng 27% tổng năng lượng - vật chất của vũ trụ, với mật độ $\Omega_{DM}h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$, trong khi vật chất thường chỉ chiếm khoảng 5%, và phần còn lại là năng lượng tối.

Để một hạt có thể đóng vai trò là vật chất tối, nó phải thỏa mãn một số yêu cầu quan trọng [21]: (i) trung hòa điện để không tương tác điện từ; (ii) ổn định ở

thang thời gian vũ trụ học (thời gian sống $\tau_{DM} \gtrsim 10^{17}$ s, tức khoảng tuổi của vũ trụ); (iii) không tương tác mạnh (không mang điện tích màu); và (iv) có khối lượng phù hợp để tạo ra mật độ vật chất tối quan sát được. Như vậy, trong Mô hình chuẩn không có hạt nào thỏa mãn đồng thời tất cả các yêu cầu để trở thành ứng viên vật chất tối.

Neutrino là ứng viên duy nhất trong Mô hình chuẩn thỏa mãn ba yêu cầu đầu tiên (trung hòa điện, ổn định, không tương tác mạnh). Tuy nhiên, neutrino trong SM quá nhẹ và chuyển động với vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng, tạo thành dạng vật chất tối nóng, không thể giải thích được cấu trúc thiên hà quy mô nhỏ mà chúng ta quan sát. Các quan sát vũ trụ học cho thấy vật chất tối phải là dạng lạnh, tức có vận tốc nhiệt thấp vào thời điểm phi tương đối tính. Các hạt còn lại trong SM hoặc mang điện tích (electron, muon, tau, quarks) hoặc tương tác mạnh (quarks, gluon), do đó cũng bị loại trừ. Do đó, cần thiết phải mở rộng Mô hình chuẩn để bao gồm các hạt mới có thể đóng vai trò là vật chất tối lạnh.

Khối lượng neutrino và dao động neutrino

Một hạn chế thực nghiệm quan trọng khác của Mô hình chuẩn là không giải thích được khối lượng neutrino. Trong SM gốc, neutrino được giả định là không có khối lượng, tương tự như photon. Tuy nhiên, hiện tượng dao động neutrino đã được quan sát rõ ràng, chứng tỏ neutrino phải có khối lượng khác không [37].

Dao động neutrino là hiện tượng một loại neutrino (flavor eigenstate) biến đổi thành loại khác khi lan truyền trong không gian. Ví dụ, một neutrino muon có thể biến thành neutrino tau hoặc neutrino electron sau khi đi được một khoảng cách nhất định. Hiện tượng này chỉ có thể xảy ra nếu các neutrino có khối lượng khác nhau và các trạng thái flavor không trùng với các trạng thái khối lượng. Cụ thể, các trạng thái flavor ν_e, ν_μ, ν_τ là tổ hợp tuyến tính của các trạng thái khối lượng ν_1, ν_2, ν_3 thông qua ma trận trộn PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata).

Dấu hiệu đầu tiên về dao động neutrino xuất hiện từ thí nghiệm Super - Kamio - Kande ở Nhật Bản vào năm 1998, quan sát dao động neutrino muon từ các tia vũ trụ trong khí quyển [51]. Sau đó, thí nghiệm SNO (Sudbury Neutrino Observatory)

ở Canada đã xác nhận dao động neutrino electron từ Mặt trời [37], giải quyết vấn đề thiếu hụt neutrino mặt trời tồn tại từ những năm 1960. Các thí nghiệm neutrino từ lò phản ứng hạt nhân như Daya Bay, RENO, và Double Chooz cũng đã quan sát dao động neutrino từ các lò phản ứng hạt nhân [15].

Xác suất dao động giữa hai loại neutrino ν_α và ν_β được cho bởi công thức:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right), \quad (1.1)$$

trong đó θ là góc trộn, $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ là hiệu bình phương khối lượng giữa hai trạng thái khối lượng, L là khoảng cách lan truyền, và E là năng lượng neutrino. Các thí nghiệm đã xác định được các tham số dao động với độ chính xác cao. Đối với hệ ba neutrino, có hai hiệu bình phương khối lượng độc lập: $\Delta m_{21}^2 \approx 7.5 \times 10^{-5} eV^2$ (liên quan đến dao động neutrino mặt trời) và $\Delta m_{31}^2 \approx 2.5 \times 10^{-3} eV^2$ (liên quan đến dao động neutrino khí quyển) [86].

Để giải thích khối lượng neutrino, Mô hình chuẩn cần được mở rộng. Cách đơn giản nhất là thêm neutrino phân cực phải vào phổ hạt, cho phép viết số hạng khối lượng Dirac tương tự như các fermion khác. Tuy nhiên, cách này không giải thích được tại sao neutrino lại nhẹ hơn các fermion khác rất nhiều (khối lượng neutrino nặng nhất $\lesssim 0.1 eV$, trong khi electron nhẹ nhất trong các lepton tích điện có khối lượng $\sim 0.5 MeV$) [85].

Cơ chế cầu bập bênh (seesaw) cung cấp một lời giải thích tự nhiên cho khối lượng neutrino nhỏ. Trong cơ chế này, neutrino phân cực phải có khối lượng Majorana rất lớn và neutrino phân cực trái thu được khối lượng hiệu dụng nhỏ, phù hợp với quan sát. Cơ chế seesaw liên kết trực tiếp khối lượng neutrino với thang năng lượng cao, là một động lực quan trọng cho vật lý BSM.

Bất đối xứng vật chất - phản vật chất

Một trong những bí ẩn lớn của vũ trụ học là tại sao vũ trụ hiện tại chỉ chứa vật chất mà hầu như không có phản vật chất. Theo lý thuyết Vụ Nổ Lớn, vật chất và phản vật chất nên được tạo ra với số lượng bằng nhau trong vũ trụ sơ khai. Tuy nhiên, quan

sát cho thấy vũ trụ hiện tại bị chi phối hoàn toàn bởi vật chất. Mức độ mất cân bằng này được định lượng bởi tỉ số baryon trên photon $\eta_B \approx 6 \times 10^{-10}$.

Andrei Sakharov đã đề xuất ba điều kiện cần thiết để tạo ra bất đối xứng baryon trong vũ trụ sơ khai: (i) vi phạm số baryon, tức có các quá trình biến đổi số lượng baryon; (ii) vi phạm đối xứng liên hợp điện tích C và đối xứng chẵn lẻ CP, nghĩa là các quá trình vật lý không giống hệt khi thay vật chất bằng phản vật chất và đảo chiều không gian; và (iii) lệch khỏi trạng thái cân bằng nhiệt động, tức các phản ứng xảy ra trong điều kiện không cân bằng. Mô hình chuẩn thỏa mãn cả ba điều kiện Sakharov, nhưng mức độ vi phạm CP trong SM quá nhỏ để giải thích bất đối xứng baryon quan sát được.

Trong Mô hình chuẩn, vi phạm CP chỉ xuất hiện trong tương tác yếu thông qua pha phức trong ma trận Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Mức độ vi phạm này được đặc trưng bởi bất biến Jarlskog $J_{CP} \approx 3 \times 10^{-5}$ [86]. Tuy nhiên, các tính toán cho thấy mức độ vi phạm CP này chỉ có thể tạo ra bất đối xứng baryon nhỏ hơn giá trị quan sát nhiều bậc độ lớn [36, 52].

Ngoài ra, vi phạm số baryon trong SM chỉ xảy ra qua các quá trình không nhiễu loạn gọi là sphaleron. Sphaleron là các cấu hình trường chuẩn không ổn định cho phép chuyển đổi giữa các trạng thái chân không khác nhau, vi phạm số baryon và số lepton. Các quá trình sphaleron chỉ hiệu quả ở nhiệt độ cao trong vũ trụ sơ khai, xung quanh thời điểm chuyển pha điện yếu. Tuy nhiên, trong SM, chuyển pha điện yếu là chuyển pha bậc nhất yếu hoặc chuyển pha liên tục, không đủ mạnh để tạo ra sự lệch khỏi cân bằng nhiệt cần thiết cho quá trình sinh baryon [64].

Do đó, cần thiết phải mở rộng Mô hình chuẩn để bao gồm các nguồn vi phạm CP mới và cơ chế chuyển pha điện yếu bậc nhất mạnh hơn. Các mô hình mở rộng như mô hình hai lưỡng tuyến Higgs (Two-Higgs-Doublet Model - 2HDM), mô hình siêu đối xứng tối thiểu (Minimal Supersymmetric Standard Model - MSSM), và các mô hình sinh lepton có thể cung cấp các nguồn vi phạm CP mới và điều kiện cần thiết cho mô hình sinh baryon [35].

Vấn đề phân bậc

Vấn đề phân bậc là một trong những vấn đề lý thuyết quan trọng nhất của Mô hình chuẩn. Nó đề cập đến câu hỏi tại sao khối lượng của boson Higgs ($m_H \approx 125$ GeV) lại nhỏ hơn rất nhiều so với thang năng lượng tự nhiên khác như thang Planck ($\Lambda \sim 10^{19}$ GeV), vốn là bậc tự nhiên của hấp dẫn lượng tử.

Trong lý thuyết trường lượng tử, khối lượng vật lý của hạt Higgs chịu những hiệu chỉnh lượng tử rất lớn đến từ các bổ chính lượng tử, đặc biệt từ quark top và các boson chuẩn. Hiệu chỉnh bổ chính một vòng cho bình phương khối lượng Higgs có dạng [55]:

$$\delta m_H^2 \sim \Lambda^2, \quad (1.2)$$

trong đó Λ là thang năng lượng cutoff, có thể lên tới thang Planck, đây tham số dùng để biểu diễn giới hạn trên của năng lượng trong các tích phân vòng của lý thuyết trường. Nếu không có vật lý mới xuất hiện trước thang này, hiệu chỉnh này sẽ làm cho khối lượng Higgs lớn hơn rất nhiều so với giá trị thực tế. Để duy trì Higgs ở mức $m_H \approx 125$ GeV, các số hạng khác trong lý thuyết phải triệt tiêu chính xác phần lớn hiệu chỉnh này, tức mức độ hiệu chỉnh phải đạt khoảng 10^{-34} . Sự hiệu chỉnh cực độ này được coi là không tự nhiên và là dấu hiệu cho thấy phải có vật lý mới ở thang năng lượng thấp hơn thang Planck.

Các giải pháp cho vấn đề phân bậc thường đề xuất vật lý mới ở thang TeV. Siêu đối xứng giải quyết vấn đề này bằng cách đưa vào các siêu đối xứng cho mỗi hạt trong SM, với các đóng góp vòng lượng tử triệt tiêu lẫn nhau do đối xứng giữa boson và fermion [70]. Các mô hình chiều bổ sung như mô hình Randall-Sundrum giải quyết vấn đề phân bậc thông qua hình học không - thời gian cong, trong đó thang Planck hiệu dụng ở mặt vật lý của chúng ta được giảm xuống còn thang TeV.

Vấn đề CP mạnh

Vấn đề CP mạnh là một lý thuyết khác trong Mô hình chuẩn. Lagrangian QCD có thể chứa một số hạng vi phạm CP có dạng:

$$\mathcal{L}_\theta = \theta \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad (1.3)$$

trong đó θ là góc CP QCD, g_s là hằng số tương tác mạnh, $G_{\mu\nu}^a$ là tensor cường độ trường gluon, và $\tilde{G}^{a\mu\nu}$ là tensor liên hợp của nó. Số hạng này bảo toàn tất cả các đối xứng của QCD nhưng vi phạm đối xứng CP (phép liên hợp điện tích - chẵn lẻ).

Nếu $\theta \neq 0$, neutron sẽ có moment lưỡng cực điện (electric dipole moment EDM) $d_n \propto \theta$. Các thí nghiệm đo EDM của neutron cho giới hạn trên là: $|d_n| < 10^{-26}$ e·cm [63], tương ứng với $|\theta| \lesssim 10^{-10}$. Tuy nhiên, Mô hình chuẩn không cung cấp lý do nào để θ phải nhỏ đến vậy (về nguyên tắc θ có thể có giá trị bất kỳ từ 0 đến 2π). Điều này được gọi là vấn đề CP mạnh.

Giải pháp được chấp nhận rộng rãi nhất cho vấn đề này là cơ chế Peccei-Quinn (PQ) [73], đưa vào một đối xứng toàn cục mới $U(1)_{\text{PQ}}$ bị phá vỡ tự phát. Khi đối xứng này bị phá vỡ, một hạt Goldstone mới xuất hiện gọi là axion, có thể làm cho θ hiệu dụng trở về không một cách động học. Axion cũng là một ứng viên vật chất tối hấp dẫn nếu khối lượng của nó nằm trong khoảng phù hợp [69].

Thống nhất các tương tác mạnh, yếu, điện từ và hấp dẫn

Một động lực triết học quan trọng cho vật lý BSM là mong muốn hợp nhất bốn tương tác cơ bản thành một lý thuyết thống nhất duy nhất. Trong Mô hình chuẩn, ba tương tác mạnh, yếu, điện từ được mô tả bởi ba nhóm chuẩn riêng biệt với ba hằng số tương tác khác nhau. Tuy nhiên, khi ngoại suy các hằng số tương tác này lên thang năng lượng cao bằng phương trình nhóm tái chuẩn hóa, chúng gần như gặp nhau tại một điểm ở thang năng lượng rất cao $\sim 10^{16}$ GeV, gợi ý về khả năng thống nhất lớn (Grand Unification).

Các lý thuyết Grand Unified Theory (GUT) đề xuất rằng ba tương tác cơ bản là biểu hiện khác nhau của một tương tác thống nhất duy nhất ở thang năng lượng cao. Các mô hình GUT thường dựa trên các nhóm chuẩn lớn hơn như $SU(5)$, $SO(10)$, hoặc E_6 , chứa $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ như một nhóm con. Tuy nhiên, các mô hình

GUT đơn giản nhất tiên đoán phân rã proton với thời gian sống ngắn hơn giới hạn thực nghiệm hiện tại [10].

Hơn nữa, Mô hình chuẩn hoàn toàn không kết hợp được lực hấp dẫn. Các nỗ lực lượng tử hóa thuyết tương đối rộng của Einstein dẫn đến một lý thuyết không tái chuẩn hóa được. Thang năng lượng tự nhiên cho lực hấp dẫn lượng tử là thang Planck $M_{\text{Pl}} \sim 10^{19}$ GeV, nơi hiệu ứng lượng tử của hấp dẫn trở nên quan trọng. Để có một lý thuyết hoàn chỉnh mô tả tất cả bốn lực cơ bản, cần một khuôn khổ mới như lý thuyết dây hoặc lý thuyết vòng lượng tử hấp dẫn [2, 5].

Tóm lại, mặc dù rất thành công trong việc mô tả các hiện tượng vật lý hạt ở thang năng lượng điện yếu, Mô hình chuẩn vẫn còn nhiều hạn chế nghiêm trọng. Về mặt thực nghiệm: SM không giải thích được vật chất tối, khối lượng neutrino và bất đối xứng vật chất-phản vật chất. Về mặt lý thuyết: vấn đề phân bậc, vấn đề CP mạnh, và việc không thể hợp nhất các lực cơ bản cho thấy SM chỉ là một lý thuyết hiệu dụng hợp lệ ở thang năng lượng thấp.

Những hạn chế này đã thúc đẩy sự phát triển mạnh mẽ của các lý thuyết vật lý Mô hình chuẩn mở rộng. Các mô hình BSM được đề xuất nhằm giải quyết một hoặc nhiều vấn đề nêu trên tại thang năng lượng cao, đồng thời phải tái tạo lại các thành công của SM ở thang năng lượng thấp hơn thang vật lý mới. Trong các phần tiếp theo, chúng tôi sẽ xem xét chi tiết một số mô hình BSM tiêu biểu.

Cụ thể, mô hình Randall-Sundrum (RS) sẽ được trình bày chi tiết trong mục tiếp theo. Mô hình RS là một trong những giải pháp cho vấn đề phân bậc, sử dụng hình học không - thời gian năm chiều cong để giải thích sự khác biệt lớn giữa thang Planck và thang điện yếu [76]. Mô hình này cũng dự đoán sự tồn tại của radion một hạt vô hướng mới liên quan đến kích thước của chiều bổ sung, cùng với các trạng thái Kaluza-Klein của các trường SM. Những dự đoán này có thể được kiểm chứng tại các máy va chạm hạt như LHC và các thí nghiệm thiên văn năng lượng cao. Hơn nữa, mô hình RS có thể được kết hợp với các cơ chế sinh vật chất tối, mở ra khả năng giải thích đồng thời cả vấn đề phân bậc lẫn vật chất tối trong một khuôn khổ thống nhất.

1.1.2. Mô hình Randall-Sundrum

Mô hình Randall-Sundrum (RS) là một trong những đột phá lớn của vật lý lý thuyết, được đề xuất năm 1999 bởi Lisa Randall và Raman Sundrum, nhằm giải quyết tự nhiên vấn đề phân bậc năng lượng giữa thang điện yếu (~ 100 GeV) và thang Planck ($\sim 10^{19}$ GeV). RS không chỉ mở ra một cách tiếp cận mới về chiều phụ trong không-thời gian, mà còn dự báo hàng loạt hiện tượng vật lý mới có thể kiểm chứng tại máy gia tốc và từ quan sát thiên văn học.

Mô hình Randall-Sundrum mở rộng không - thời gian bốn chiều thông thường thành không - thời gian năm chiều, trong đó chiều phụ được compact hóa trên một orbifold S^1/Z_2 (vòng tròn với đối xứng phản chiếu) và có độ cong âm [4, 54]. Không - thời gian này chứa hai mặt: mặt UV (ở $y = 0$) và mặt IR (ở $y = L$). Các trường cơ bản của Mô hình chuẩn có thể gắn trên mặt IR, còn trường hấp dẫn lan truyền trong toàn bộ không - thời gian năm chiều (bulk).

Tọa độ của một điểm trong không - thời gian năm chiều trong mô hình này được viết dưới dạng:

$$ds^2 = e^{-2k|y|} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dy^2, \quad (1.4)$$

trong đó $\eta_{\mu\nu}$ là metric Minkowski bốn chiều, k là hằng số độ cong của không - thời gian anti-de Sitter năm chiều, và y là tọa độ chiều phụ [4, 30]. Hệ số hàm mũ $e^{-2k|y|}$ làm biến đổi hiệu quả thang năng lượng, giải thích một cách tự nhiên sự chênh lệch lớn giữa thang Planck (khoảng 10^{19} GeV) và thang điện yếu (khoảng 10^2 GeV) mà không cần hiệu chỉnh các tham số.

Trong các kịch bản điển hình, toàn bộ trường SM định xứ trên mặt IR, còn hấp dẫn mạnh hơn ở mặt UV và yếu dần khi di chuyển về phía mặt IR. Sự bố trí hình học này giúp mô hình Randall-Sundrum giải quyết trực tiếp vấn đề phân bậc năng lượng giữa lực hấp dẫn và lực điện yếu thông qua một yếu tố hình học.

Lagrangian hiệu dụng và trường radion

$$L_{tot} = L_{bulk} + L_{UV} \delta(y - 0) + L_{IR} \delta(y - L), \quad (1.5)$$

trong đó: L_{bulk} là Lagrangian cho khối, tức không gian 5 chiều giữa hai mặt [4]. Trong mô hình Randall - Sundrum, khối bulk là vùng không gian cong nối giữa mặt tử ngoại UV và mặt hồng ngoại IR, chứa các trường động năng, trường lực, và các trường cơ bản lan truyền trong khối. L_{UV}, L_{IR} : là Lagrangian cho các trường đặt trên các mặt ở hai đầu không gian thêm. L_{UV} là Lagrangian trên mặt UV (mặt tử ngoại), gắn với thang năng lượng Planck. L_{IR} là Lagrangian trên mặt IR (mặt hồng ngoại), nơi mô hình Randall-Sundrum xác định phân vật lý chuẩn hoặc các trường mới như Higgs, ... Cả hai thành phần L_{UV} và L_{IR} xuất hiện thông qua hàm delta Dirac tại các vị trí $y = 0$ (UV) và $y = L$ (IR), xác định sự phân bố của các trường trên các mặt riêng biệt trong không gian 5 chiều của mô hình RS. Sau khi compact hóa và tích hợp metric cong, các dao động của kích thước chiều thêm sinh ra một hạt vô hướng gọi là radion. Radion là hạt vô hướng biểu diễn sự dao động của khoảng cách L giữa hai mặt. Hạt này cực kỳ quan trọng vì nó đóng vai trò cầu nối giữa hình học không-thời gian 5 chiều và các quá trình vật lý năng lượng thấp trên mặt IR, cho phép chuyển các đặc trưng của mô hình đa chiều thành tín hiệu có thể kiểm nghiệm tại máy gia tốc [46, 57].

Lagrangian hiệu dụng cho radion tương tác với SM [30, 71]:

$$\mathcal{L}_{\text{radion}} = \frac{\phi}{\langle \phi \rangle} T_{\mu}^{\mu}(\text{SM}), \quad (1.6)$$

trong đó $\langle \phi \rangle$ là kì vọng chân không của radion. T_{μ}^{μ} là vết của tensor năng xung lượng của các trường SM có dạng:

$$\begin{aligned} T_{\mu}^{\mu} = & -2m_W^2 W_{\mu}^+ W^{-\mu} - m_Z^2 Z_{\mu} Z^{\mu} + \sum_f m_f \bar{f} f + (2m_h^2 h^2 - \partial_{\mu} h \partial^{\mu} h) + \dots \\ & + \sum_{a=1,3} \frac{\beta_a(g_a)}{2g_a} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

trong đó các số hạng lần lượt mô tả đóng góp từ khối lượng của các boson gauge W, Z, các fermion và Higgs, số hạng cuối cùng xuất phát từ vết dị thường nên được lấy trên QED (tương ứng với $a = 1$) và QCD ($a = 3$). Các đỉnh tương tác của các quá trình tán xạ được xây dựng từ Lagrangian này.

Khối lượng, hàm truyền của radion

Bình phương khối lượng radion được xác định (theo cơ chế G. Wise):

$$m_\phi^2 = \frac{4k^2 \phi_P^2}{3M^3} \epsilon^2 \exp(-2k\pi r_c), \quad (1.8)$$

trong đó m_ϕ là khối lượng radion hiệu dụng trong không-thời gian bốn chiều, k là độ cong của không-thời gian Anti-de Sitter, ϕ_P là giá trị kỳ vọng trung bình chân không (VEV) của trường vô hướng ổn định hoá Goldberger-Wise, M là khối lượng Planck năm chiều được định nghĩa thông qua $M^3 = 1/(2\kappa^2)$, r_c là bán kính của chiều phụ thêm, còn $\epsilon \equiv m_\phi^2/4k^2$ là một số nhỏ mô tả độ lệch nhẹ khỏi bất biến tỉ lệ trong cơ chế Goldberger-Wise, làm cho radion nhẹ hơn nhiều so với thang cong cơ bản [42].

Hàm truyền radion với Γ_ϕ là độ rộng phân rã được biểu diễn như sau [71]:

$$D_\phi(s) = \frac{i}{s - m_\phi^2 + im_\phi \Gamma_\phi}, \quad (1.9)$$

ở đây, s là bình phương tổng xung lượng bốn chiều của các hạt ban đầu.

Ý nghĩa thực nghiệm và ứng dụng vũ trụ học

Mô hình Randall-Sundrum là một lý thuyết nền tảng giải quyết vấn đề phân bậc năng lượng trong Mô hình chuẩn bằng cách sử dụng không-thời gian năm chiều với metric cong đặc biệt. Dự báo nổi bật của mô hình là sự xuất hiện của các hạt mới ngoài Mô hình chuẩn, gồm graviton truyền đa chiều với các trạng thái kích thích Kaluza-Klein (KK graviton), cũng như hạt vô hướng radion và các hệ quả về phân bố trường vật chất.

Về mặt thực nghiệm, các máy gia tốc năng lượng cao như LHC đang tìm kiếm tín hiệu của mô hình Randall-Sundrum, nổi bật là việc quan sát các trạng thái Kaluza-Klein (KK) của graviton có khối lượng cỡ TeV và các hiện tượng cộng hưởng đặc trưng. Kết quả mới nhất đã thiết lập giới hạn thấp cho khối lượng KK graviton. Đối với hạt vô hướng radion, hiện chưa có tìm kiếm trực tiếp độc lập tại LHC; tuy nhiên, các ràng buộc gián tiếp đã được đặt ra thông qua việc tái diễn giải các kết quả tìm kiếm Higgs. Ngoài ra, các máy gia tốc thế hệ tương lai như ILC hoặc máy va chạm

photon được kỳ vọng sẽ cung cấp khả năng khảo sát chính xác hơn các tương tác của radion [72].

Trong lĩnh vực thiên văn năng lượng cao, mô hình RS có thể dẫn đến các hiệu ứng mới quan sát được, nhất là các quá trình trao đổi hạt radion và graviton trong môi trường plasma cực mạnh như lõi siêu tân tinh SN1987A. Quá trình trao đổi radion giữa hai plasmon là một kênh thất thoát năng lượng tiềm năng, giúp kiểm tra và giới hạn các tham số của mô hình [60, 65]. Dữ liệu thực nghiệm từ siêu tân tinh và các quan trắc vũ trụ đã đặt các ràng buộc nghiêm ngặt lên vùng tham số khối lượng và giá trị kỳ vọng chân không (VEV) của radion trong mô hình RS.

Tóm lại, Randall-Sundrum là một mô hình với metric cong đặc biệt trong vật lý hạt, thiên văn học và vũ trụ học hiện đại. Sự xuất hiện của các hạt mới như KK graviton, radion và các tương tác đa chiều mở ra hướng kiểm nghiệm thực nghiệm và lý thuyết mới cho vật lý ngoài Mô hình chuẩn. Trong đó, radion là một ứng viên nổi bật và đã, đang nhận được sự quan tâm đặc biệt từ cộng đồng nghiên cứu trong cả thực nghiệm máy gia tốc và vật lý thiên văn năng lượng cao.

1.1.3. Mô hình chuẩn mở rộng với bất biến tỉ lệ và u-hạt

Bất biến tỉ lệ là một nguyên lý quan trọng trong lý thuyết trường lượng tử, trong đó các đại lượng vật lý giữ nguyên khi hệ được co giãn đồng đều về không gian-thời gian. H. Georgi (2007) đề xuất rằng tồn tại một trường đặc biệt có đối xứng bất biến tỉ lệ, trong đó các phân tử không ứng với ý niệm truyền thống “hạt”, được gọi là u-hạt (unparticle), với tính chất bất biến với phép tỷ lệ.

Tính chất cơ bản của u-hạt:

U-hạt có thể là vô hướng, vector, hoặc spin khác, nhưng đặc trưng nhất là thứ nguyên tỉ lệ (d_U). U-hạt không có khối lượng xác định mà ứng xử tương tự một tập hợp liên tục các trạng thái, đây là hệ quả trực tiếp của bất biến tỉ lệ và thường tương tác yếu với các hạt chuẩn [27, 82].

Hàm truyền của các u-hạt vô hướng, vector và tensor có dạng [27]:

Vô hướng:

$$\Delta_s = \frac{iA_{d_U}}{2 \sin(d_U \pi)} (-q^2)^{d_U-2}, \quad (1.10)$$

Vecto:

$$\Delta_v = \frac{iA_{d_U}}{2 \sin(d_U \pi)} (-q^2)^{d_U-2} \pi_{\mu\nu}(q), \quad (1.11)$$

Tensor:

$$\Delta_t = \frac{iA_{d_U}}{2 \sin(d_U \pi)} (-q^2)^{d_U-2} T_{\mu\nu,\rho\sigma}(q), \quad (1.12)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} \pi^{\mu\nu}(q) &= -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}, \\ T^{\mu\nu\rho\sigma}(q) &= \frac{1}{2} \left\{ \pi^{\mu\rho}(q) \pi^{\nu\sigma}(q) + \pi^{\mu\sigma}(q) \pi^{\nu\rho}(q) - \frac{2}{3} \pi^{\mu\nu}(q) \pi^{\rho\sigma}(q) \right\}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Lagrangian tương tác của u-hạt với các hạt trong mô hình chuẩn

Tương tác giữa các u-hạt vô hướng, vectơ và tensor với các hạt trong mô hình chuẩn được mô tả bởi [27]:

$$\begin{aligned} &\lambda_0 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}} \bar{f} f O_u, \lambda_0 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}} \bar{f} i \gamma^5 f O_u, \lambda_0 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u}} \bar{f} \gamma^\mu f (\partial_\mu O_u), \lambda_0 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u}} G_{\alpha\beta} G^{\alpha\beta} O_u, \\ &\lambda_1 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}} \bar{f} \gamma_\mu f O_u^\mu, \lambda_1 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}} \bar{f} \gamma_\mu \gamma^5 f O_u^\mu, \\ &-\frac{1}{4} \lambda_2 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u}} \bar{\Psi} i (\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu + \gamma_\nu \overleftrightarrow{D}_\mu) \Psi O_u^{\mu\nu}, \lambda_2 \frac{1}{\Lambda_u^{d_u}} G_{\mu\alpha} G_\nu^\alpha O_u^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

với λ_i ($i = 0, 1, 2$) là các hằng số tương tác hiệu dụng tương ứng với các toán tử u-hạt vô hướng, vectơ và tensor; O_u là toán tử u-hạt có thứ nguyên tỉ lệ d_u ; q là động lượng 4 chiều của u-hạt, $\overleftrightarrow{D}_\mu$ là đạo hàm hiệp biến; f ký hiệu các fermion thuộc Mô hình chuẩn và $G_{\alpha\beta}$ là trường gauge.

Ý nghĩa thực nghiệm và ứng dụng vũ trụ học

Mở rộng mô hình chuẩn với bất biến tỉ lệ và u-hạt là một đề xuất lý thuyết mang lại những dự đoán thực nghiệm đặc biệt và tiềm năng ứng dụng cho vũ trụ học.

Nếu tồn tại, dấu hiệu của u-hạt có thể xuất hiện thông qua các tương tác hiệu dụng yếu với các hạt của Mô hình chuẩn tại các máy gia tốc hạt, từ đó có thể gây nên những dị thường về tiết diện tán xạ, cấu trúc phổ năng lượng, cũng như các quá trình phát xạ hạt mà Mô hình chuẩn không giải thích được. Tuy nhiên, đến nay chưa có bằng chứng thực nghiệm nào xác nhận sự tồn tại của u-hạt [27, 28, 53].

Hơn nữa, về mặt lý thuyết, sự tham gia của u-hạt sẽ làm phát sinh các pha tương tác có tính phi cổ điển trong giản đồ Feynman. Đây có thể là nguồn gốc của các hiệu ứng giao thoa đặc biệt, phụ thuộc trực tiếp vào thứ nguyên tỷ lệ d_U , qua đó cho phép phân biệt các dấu hiệu vật lý mới tách biệt với dự báo của Mô hình chuẩn.

Ngoài ra, các kết quả đo lường thực nghiệm tại máy gia tốc có thể giúp đặt ra giới hạn cho các hệ số tương tác liên quan tới u-hạt nếu chúng tồn tại, đồng thời mở ra khả năng khám phá vật lý mới ở các mức năng lượng cao hơn mà các thí nghiệm hiện tại vẫn chưa kiểm chứng hết.

Các tính toán về u-hạt có thể góp phần giải thích các dị thường năng lượng trong các khảo sát thiên văn, vũ trụ học hoặc giúp làm sáng tỏ các cơ chế sinh mật độ tàn dư và chuyển pha trong vũ trụ sơ khai. Nghiên cứu về u-hạt cung cấp các hướng tiếp cận mới cho các lý thuyết BSM. Các đặc trưng phi cổ điển của u-hạt, bao gồm tiết diện tán xạ có dự đoán lý thuyết khác biệt so với hạt cơ bản, có thể được kiểm tra qua các thí nghiệm ở máy gia tốc hạt thế hệ mới. Tóm lại, việc xét đến bất biến tỉ lệ và u-hạt trong mô hình chuẩn mở rộng giúp đề xuất và kiểm nghiệm các đặc trưng vật lý, các quá trình mà SM không thể giải thích, đồng thời mở rộng giới hạn khảo nghiệm thực nghiệm lẫn lý thuyết về bản chất vật chất tối và động lực học thời kỳ rất sớm của vũ trụ.

1.1.4. Mô hình chuẩn mở rộng khi tính đến vật chất tối

Vật chất tối chiếm khoảng 27% tổng năng lượng của vũ trụ, trong khi Mô hình chuẩn chưa đưa ra được ứng viên vật chất tối ổn định nào đáp ứng đồng thời các dữ liệu thực nghiệm lẫn lý thuyết. Các quan sát về vận tốc quay của các thiên hà, hiệu ứng thấu kính hấp dẫn, cùng những phát hiện thiên văn hiện đại đã đặt ra nhu cầu cấp

thiết mở rộng mô hình chuẩn để bổ sung thêm một hoặc nhiều hạt vật chất tối nhằm lý giải các hiện tượng này [86].

Những kết quả thực nghiệm về vật chất tối ngày càng cụ thể hơn, từ việc xác định khoảng khối lượng, đặc trưng nhiệt động học cho đến phân bố vận tốc của vật chất tối. Để phù hợp với dữ liệu quan sát, các mô hình mở rộng cần đáp ứng những tiêu chí quan trọng [29], gồm:

- Xuất hiện ứng viên vật chất tối ổn định (hạt vật chất tối bền).
- Vật chất tối phải tương tác yếu với các hạt mô hình chuẩn, đồng thời thỏa mãn điều kiện mật độ vật chất tối theo dữ liệu vũ trụ học.
- Phù hợp với các ràng buộc thực nghiệm từ máy gia tốc, quan sát thiên văn, và phương pháp dò tìm vật chất tối.

Với các yêu cầu trên, nhiều hướng mở rộng mô hình chuẩn đã được phát triển nhằm lý giải nguồn gốc và động lực học của vật chất tối. Trong số đó, ba nhóm mô hình chúng tôi đưa ra góp phần tạo nền tảng cho các nghiên cứu hiện đại, đồng thời cũng liên kết trực tiếp với hai nhánh chính về vật chất tối vô hướng và vật chất tối fermion sẽ trình bày ở phần sau, giúp liên kết chặt chẽ toàn bộ luận án từ tổng quan đến các bài toán lý thuyết và kiểm nghiệm hiện đại:

Thứ nhất, mô hình WIMP tổng quát (Weakly Interacting Massive Particle) mô tả lớp hạt vật chất tối có tương tác yếu và khối lượng lớn, bao gồm đa dạng ứng viên như vô hướng, véc-tơ và fermion. Mô hình nổi bật nhờ phù hợp nhiều cơ chế hình thành mật độ tàn dư và kiểm nghiệm thực nghiệm đa ngành.

Thứ hai, axion và hạt tựa axion là những ứng viên spin-0 xuất hiện tự nhiên trong các lý thuyết trường lượng tử và vũ trụ học, nổi bật nhờ cơ chế giải thích vấn đề CP mạnh trong QCD và khả năng tồn tại dưới dạng vật chất tối lạnh.

Cuối cùng, các mô hình chuẩn mở rộng kiểu 3-3-1 ($SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$) cho phép sự xuất hiện phong phú của các hạt vật chất tối, gồm axion, fermion trung

hòa và vectơ, đồng thời giải thích nhiều hiện tượng trộn flavor và đối xứng đặc trưng của vật lý mô hình chuẩn mở rộng.

Mô hình vật chất tối WIMP

Vật chất tối là thành phần không thể thiếu để lý giải chuyển động thiên hà, hình thành cấu trúc vũ trụ và cân bằng mật độ khối lượng - năng lượng toàn vũ trụ. Trong các ứng viên vật chất tối, hạt WIMP nổi bật nhờ việc được tìm kiếm trên cả lý thuyết và thực nghiệm với nhiều kết quả quan trọng gần đây [86].

WIMP (Weakly Interacting Massive Particle) là các hạt mới có khối lượng từ vài GeV đến nhiều TeV, không mang điện tích điện từ, không tương tác mạnh mà chỉ tương tác yếu với vật chất thường (điển hình qua boson Z , Higgs hoặc các trường lực mới) và thời gian sống rất dài, đảm bảo bởi các nguyên lý đối xứng phụ như Z_2 . Mật độ tàn dư của WIMP xuất hiện do quá trình đông đặc nhiệt trong vũ trụ sơ khai, khi các WIMP ban đầu cân bằng nhiệt động học với plasma các hạt Mô hình chuẩn, sau đó đóng băng lại khi nhiệt độ hạ xuống dưới ngưỡng khối lượng của hạt. Mức mật độ tàn dư được xác định từ [79]:

$$\Omega_{WIMP} \approx \frac{6 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{\langle \sigma v \rangle}, \quad (1.15)$$

với $\langle \sigma v \rangle$ là tiết diện hủy trung bình của WIMP.

Sự ổn định của WIMP gắn liền với các mô hình đối xứng phụ, ví dụ như đối xứng Z_2 trong siêu đối xứng ngăn cản phân rã của WIMP thành các hạt nhẹ hơn. Lagrangian tổng quát cho trường WIMP vô hướng qua kênh trung gian Higgs có dạng sau:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - \frac{1}{4} \lambda_\chi \chi^4 - \frac{1}{4} \lambda_{\chi h} H^\dagger H \chi^2, \quad (1.16)$$

trong đó χ là trường vật chất tối, H là trường Higgs và $\lambda_{\chi h}$ là hệ số tương tác WIMP và trường Higgs, λ_χ là hệ số tương tác trong trường WIMP [20].

Về thực nghiệm, quá trình kiểm nghiệm WIMP phát triển mạnh trên ba hướng: dò tìm trực tiếp với các máy dò ngầm sâu (XENONnT, LZ, PandaX...), dò tìm gián tiếp các sản phẩm hủy hoặc phân rã (gamma, positron, neutrino ở trung tâm thiên hà,

mặt trời,...) với các thiết bị như Fermi-LAT, IceCube, AMS-02, và cuối cùng là tìm kiếm tại các máy gia tốc thế hệ mới (LHC) qua các sự kiện thiếu hụt năng lượng. Đáng chú ý, thí nghiệm LZ (2024) loại trừ một vùng lớn khối lượng WIMP với tiết diện tán xạ đàn hồi trên $9.2 \times 10^{-48} \text{ cm}^2$ quanh vùng 36 GeV [9].

WIMP là yếu tố trung tâm trong lý thuyết hình thành và tiến hóa cấu trúc vũ trụ, giữ vai trò ổn định cho thiên hà, cụm thiên hà cũng như chi phối sự phát triển của các dạng phân bố vật chất tối. Dù đã có nhiều cột mốc đáng chú ý trong thực nghiệm, đến nay vẫn chưa có bằng chứng trực tiếp xác thực nào cho sự tồn tại của WIMP - nhưng cũng chưa loại trừ khả năng này. Triển vọng tương lai nằm ở các dự án lớn như ARGO, DARWIN, LBECA và các khảo sát thiên văn học đa tín hiệu, hứa hẹn mở rộng giới hạn kiểm chứng WIMP hơn nữa.

Tóm lại, mô hình WIMP là cầu nối hấp dẫn giữa vật lý hạt và vũ trụ học, thúc đẩy các chương trình thực nghiệm - lý thuyết liên ngành, khảo sát giả thuyết vật chất tối trong vật lý hiện đại [86].

Mô hình Axion và các hạt tựa axion

Axion là một hạt vô hướng đặc biệt được đề xuất để giải quyết vấn đề vi phạm đối xứng CP mạnh trong QCD qua cơ chế Peccei-Quinn toàn cục $U(1)_{PQ}$ [87]. Trường axion a xuất hiện như một boson Nambu-Goldstone khi $U(1)_{PQ}$ bị phá vỡ tự phát, với khối lượng nhỏ do hiệu ứng lượng tử. Các hạt tựa axion nhẹ là các hạt giả vô hướng có khối lượng và hệ số tương tác hiệu dụng, không nhất thiết liên quan tới QCD hoặc CP, thường gặp trong các mô hình mở rộng như lý thuyết dây.

Ở năng lượng thấp hơn thang phá vỡ Peccei-Quinn và thang điện yếu, phần phụ thuộc axion của Lagrangian có thể được viết như sau:

$$\mathcal{L}_a = \frac{1}{2} (\partial_\mu a)^2 + \frac{a}{f_a} \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu} + \frac{1}{4} a g_{a\gamma\gamma} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} + \frac{\partial_\mu a}{2f_a} j_a^\mu, \quad (1.17)$$

trong đó trong f_a là hằng số phá vỡ đối xứng Peccei-Quinn [39]. Phần bổ sung về dị thường sẽ có thêm tương tác mới của hạt tựa axion với photon và các boson khác như $W^\pm, Z, Z \dots$

Một trong các điểm nổi bật của axion và hạt tựa axion là chúng trở thành ứng viên vật chất tối thông qua mật độ tàn dư - mật độ dư lượng còn lại nhờ dao động tập thể của trường sau giãn nở vũ trụ. Khi vũ trụ có nhiệt độ cao, axion gần như không có khối lượng; và khi đạt đến nhiệt độ QCD, hiệu ứng khối lượng xuất hiện và trường có thể bị lệch hướng so với trạng thái cân bằng. Tùy thuộc việc dao động bắt đầu trước hay sau chuyển pha QCD, biểu thức mật độ axion có thể khác nhau do nhiệt độ dao động $T_{\text{osc}} \simeq \sqrt{m_a(T_{\text{osc}})M_P}$ khác nhau [31]. Đối với $f_a \lesssim 2 \times 10^{15}$ GeV ($T_{\text{osc}} \gtrsim \Lambda_{\text{QCD}}$), mật độ axion từ cơ chế lệch hướng ban đầu được cho bởi

$$\Omega_a h^2 \simeq (2 \times 10^4) \theta_i^2 \left(\frac{f_a}{10^{16} \text{ GeV}} \right)^{7/6}, \quad (1.18)$$

trong đó θ_i là góc lệch ban đầu.

Nếu đối xứng Peccei-Quinn bị phá vỡ trước giai đoạn lạm phát vũ trụ, mật độ của axion và các hạt tựa axion sẽ phân bố khá đồng đều trên toàn bộ không gian vũ trụ. Ngược lại, nếu phá vỡ Peccei-Quinn xảy ra sau lạm phát, các khuyết tật tô-pô như dây vũ trụ và tường đômen sẽ được hình thành, và quá trình phân rã của chúng sẽ giải phóng thêm axion vào mật độ tổng thể.

Vai trò thực nghiệm của axion và các hạt tựa axion hiện nay được kiểm chứng bằng nhiều thiết bị tiên tiến từ vật lý thiên văn đến vật lý hạt. Các tín hiệu từ thiên văn học bao gồm hiệu ứng làm lạnh sao, nguồn neutron sao, các ngôi sao xung, cũng như bất thường trong mô-men lưỡng cực của neutron (EDM) và các dao động phân cực vũ trụ, đều giúp đặt ra các giới hạn thực nghiệm quý giá [32].

Ngoài ra, phương pháp cộng hưởng vi sóng (haloscope, còn gọi là cavity) là cách đo trực tiếp sự hiện diện của axion, dựa trên hiệu ứng chuyển đổi axion thành photon trong môi trường cộng hưởng dưới tác động từ trường mạnh. Công suất tín hiệu đo được trong cộng hưởng phụ thuộc vào hệ số tương tác giữa axion và photon $g_{a\gamma}$, mật độ axion ρ_a , khối lượng axion m_a , độ lớn từ trường ngoài B_0 , thể tích buồng cộng hưởng V và hệ số chất lượng của buồng cộng hưởng Q :

$$P = g_{a\gamma}^2 \rho_a B_0^2 V C_\alpha \frac{1}{m_a} Q_\alpha. \quad (1.19)$$

Công suất P này cho biết biên độ tín hiệu photon sinh ra do axion chuyển hóa trong môi trường cộng hưởng dưới tác động của từ trường ngoài, phục vụ cho việc dò tìm thực nghiệm axion hoặc các hạt tựa axion [81]. Các dự án nổi bật thế giới gồm ADMX, HAYSTAC, ORGAN, IAXO... với độ nhạy ngày càng tiến gần đến vùng khối lượng và hệ số tương tác của axion QCD chuẩn.

Axion và các hạt tựa axion nếu đóng vai trò vật chất tối sẽ tác động mạnh tới quá trình hình thành, phát triển và phân bố các cấu trúc vũ trụ lớn như quầng vật chất tối của thiên hà, các cụm thiên hà, cấu hình mật độ vật chất tối. Các mô phỏng vũ trụ học với mật độ axion/tựa axion cho thấy việc điều chỉnh thông số như hằng số phá vỡ f_a và khối lượng axion m_a sẽ làm phù hợp với các mô hình Lambda-CDM (Lambda-Cold Dark Matter, mô hình chuẩn về vũ trụ học hiện đại). Các khảo sát đa tín hiệu đồng thời dùng photon, neutrino, sóng hấp dẫn để kiểm tra tương tác của các hạt tựa axion với vật chất thường, từ đó mở rộng không gian các tham số lý thuyết và tìm kiếm các hiện tượng vật lý mới. Nhiều thí nghiệm cập nhật đang tiếp tục giảm ngưỡng khối lượng dò tìm xuống dưới vùng dưới $1\mu eV$, đồng thời đẩy độ nhạy hệ số ghép axion-photon $g_{a\gamma}$ xuống mức rất nhỏ, ví dụ $g_{a\gamma} \sim 10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$.

Tổng quan, axion và các hạt tựa axion nhẹ không chỉ đóng vai trò giải thích vật chất tối trong các mô hình mở rộng của Mô hình chuẩn, mà còn mang đến cơ chế đa dạng cho nhiều quá trình vật lý mới. Sự kết hợp giữa các cơ chế sản xuất axion, các dự đoán lý thuyết, và các thí nghiệm phát hiện tiên tiến tạo nên nền tảng vững chắc cho việc kiểm tra các mô hình axion hiện đại. Việc phối hợp liên ngành giữa thiên văn học, vật lý hạt, và công nghệ lượng tử đang mở rộng không gian tham số cho axion. Bên cạnh đó, các công nghệ như giao thoa kế tăng cường lượng tử và thí nghiệm cộng hưởng đa tần số cũng tiếp tục nâng cao triển vọng phát hiện các loại hạt này trong tương lai gần [32, 86].

Mô hình 3-3-1 $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$

Mô hình $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ là một trong những Mô hình chuẩn mở rộng, nhằm lý giải các hiện tượng như số thế hệ fermion, lượng tử hóa điện tích... Điểm mạnh của mô hình này là giải thích số thế hệ fermion thông qua điều kiện triệt tiêu bất biến dị thường, sinh ra các cấu trúc mới như boson gauge bổ sung, hạt lạ vô hướng, và các ứng viên cho vật chất tối bền. Ngoài việc tạo thuận lợi cho cơ chế sinh khối lượng neutrino, mô hình còn đưa ra các cơ chế tự nhiên cho lepton và baryon, đồng thời giải thích sự đa dạng của phổ hạt và động lực học chuyển pha trong vũ trụ sơ khai.

Một điểm nổi bật khác của mô hình 3-3-1 là có thể mở rộng để chứa các hạt vật chất tối mới như axion hoặc các hạt tựa axion. Những hạt này có thể đưa trực tiếp vào phần vô hướng của Lagrangian, đồng thời mô hình dự đoán các boson Z , và các quark J, D, U với điện tích xác định và khối lượng nặng ở thang TeV [67]. Nhờ đối xứng phụ như Z_2 hoặc $U(1)$ ẩn, vật chất tối sinh ra trong mô hình 3-3-1 thường có tuổi thọ vượt tuổi vũ trụ, phù hợp với các quan sát thiên văn học hiện đại. Các phiên bản của mô hình này (từ phiên bản tối giản cho đến các phiên bản có neutrino không khối lượng hoặc mở rộng lepton) tiếp tục được phát triển với nền tảng toán học và hiện tượng học vững chắc. Khả năng mở rộng không gian tham số, mô phỏng chuyển pha vũ trụ, và sinh ra các dạng vật chất tối mới cho thấy 3-3-1 là một trong những hướng nghiên cứu giàu tiềm năng của vật lý hạt hiện đại.

Các dự báo thực nghiệm của mô hình 3-3-1 bao gồm khả năng phát hiện hạt mới tại LHC, FCC hoặc qua các tín hiệu tia vũ trụ, đồng thời kiểm nghiệm tín hiệu vật chất tối thông qua thí nghiệm trực tiếp hoặc hiệu ứng thiên văn như làm lạnh sao, phân cực sóng vũ trụ, và hiện tượng dị thường thiên văn với tia gamma và neutrino. Vấn đề kiểm chứng mô hình qua máy dò thực nghiệm vẫn còn là thách thức lớn, dù về mặt lý thuyết đã cho thấy ưu thế so với các cấu trúc chuẩn cũ [14, 24, 38].

1.2. Các loại vật chất tối trong mô hình chuẩn mở rộng

Vật chất tối là thành phần chưa xác định rõ trong vũ trụ, không tương tác với ánh sáng hoặc bức xạ điện từ nên không quan sát trực tiếp được. Tuy vậy, vai trò của

vật chất tối được nhận biết qua các hiệu ứng hấp dẫn, như giữ các ngôi sao và thiên hà ổn định trên quỹ đạo, ảnh hưởng đến sự tiến hóa cấu trúc vũ trụ và các quan sát thiên văn học hiện đại. Các mô hình chuẩn mở rộng đưa vào nhiều ứng viên hạt lý thuyết nhằm giải thích vai trò này. Hai nhóm nổi bật được phân tích là vật chất tối vô hướng và vật chất tối fermion.

1.2.1. Vật chất tối vô hướng

Vật chất tối vô hướng là một trong những ứng viên nổi bật của vật chất tối trong vật lý hạt hiện đại [86]. Loại hạt này có spin bằng 0, tồn tại dưới dạng boson vô hướng thực hoặc vô hướng giả, xuất hiện tự nhiên trong nhiều mô hình chuẩn mở rộng nhờ đối xứng phụ như Z_2 , đối xứng Abelian ẩn hoặc các cấu trúc lý thuyết dây. Trường vô hướng được ký hiệu phổ biến là χ , có khối lượng từ siêu nhẹ cho tới hàng TeV, không mang điện tích [49].

Các động lực lý thuyết thúc đẩy nghiên cứu vật chất tối vô hướng gồm giải thích mật độ tàn dư (dư lượng vật chất tối còn lại sau khi vũ trụ lạnh dần), giải quyết bài toán đối xứng CP mạnh, đồng thời tác động mạnh lên cấu trúc và tiến hóa vũ trụ qua các hiệu ứng lượng tử như cấu trúc quầng thiên hà, lõi lượng tử ổn định, vấn đề cusp-core [32].

Quá trình sinh mật độ tàn dư gồm hai cơ chế chính. Với cơ chế đồng đặc nhiệt, trường vô hướng ở trạng thái cân bằng nhiệt động học trong plasma vũ trụ sơ khai, khi vũ trụ nguội dần, tiết diện tán xạ giảm dẫn đến một phần trường vô hướng bị “đóng băng” lại, trở thành vật chất tối còn lại. Với cơ chế lệch góc ban đầu, trường vô hướng không ở vị trí cực tiểu thế năng khi vũ trụ mới hình thành; sau đó trường vô hướng dao động tập thể quanh vị trí cực tiểu này, duy trì mật độ tàn dư lâu dài.

Các thí nghiệm hiện đại (XENONnT, LZ, PandaX, thí nghiệm cộng hưởng vi sóng) đã liên tục thu hẹp không gian tham số của vật chất tối vô hướng, giới hạn về tiết diện tán xạ và khối lượng, đồng thời thúc đẩy sự kiểm chứng đa tín hiệu, liên kết vật lý hạt với thiên văn học quan sát.

1.2.2. Vật chất tối fermion

Hạt vật chất tối fermion là một trong những ứng viên của vật chất tối nằm ngoài mô hình chuẩn, được nghiên cứu rộng rãi trong vật lý hạt hiện đại và vũ trụ học [22]. Vật chất tối fermion mang spin 1/2, có thể là Majorana, Dirac hoặc giả Dirac (pseudo-Dirac), thường không mang điện tích điện từ; khối lượng trải rộng từ keV đến vài trăm GeV tùy mô hình và cơ chế hình thành vũ trụ học.

Động lực lý thuyết phát triển vật chất tối fermion đến từ các hạn chế của mô hình chuẩn, nhu cầu giải thích mật độ vũ trụ thực nghiệm và các bất thường như khối lượng neutrino, sự bất cân xứng vật chất/phản vật chất hoặc các dị thường thiên văn. Các tính toán về vật chất tối fermion cũng mở ra cách gắn kết tự nhiên với cơ chế sinh neutrino Majorana, hạt axion/tựa axion hoặc các tương tác vô hình trong lý thuyết flavor mở rộng.

Động học hình thành hạt vật chất tối fermion có thể diễn ra qua ba cơ chế. Một là, cơ chế đông đặc nhiệt, hạt fermion cân bằng nhiệt động lực học với nền plasma chuẩn vũ trụ sơ khai, khi vũ trụ giãn nở/nguội đi, tiết diện tán xạ giảm và số hạt bị “đóng băng”, duy trì đến nay với mật độ phù hợp; trường hợp này tiêu biểu là các mô hình WIMP neutralino, fermion đơn tuyến. Hai là, cơ chế lệch góc ban đầu, đặc biệt cho những fermion cực nhẹ, dao động lượng tử tập thể ban đầu duy trì mật độ tàn dư vật chất tối, song song với động lực của axion nhẹ hoặc keV sterile neutrino. Ba là, sinh khối lượng phi nhiệt, bao gồm cơ chế sinh qua phân rã hạt nặng, tương tác hấp dẫn, các hiệu ứng gia nhiệt sớm ngay sau lạm phát, hoặc do các dao động tự phát của trường lượng tử trong những vùng vũ trụ không tuân theo trạng thái chuẩn hóa nhiệt ban đầu.

Tùy vào bản chất Majorana hay Dirac (hoặc nhiều thành phần), các tính toán cụ thể sẽ sử dụng các dạng Lagrangian khác nhau:

$$\mathcal{L}_\chi = \begin{cases} \bar{\chi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_\chi + y_\chi h)\chi, & \text{Dirac DM} \\ \frac{1}{2}\bar{\chi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_\chi + y_\chi h)\chi, & \text{Majorana DM} \end{cases} \quad (1.20)$$

trong đó χ là vật chất tối fermion, m_χ là khối lượng vật chất tối fermion, h là trường vô hướng trung gian, truyền tương tác giữa DM và nucleon, y_χ : hằng số liên kết Yukawa giữa DM và trường vô hướng h [62].

Đối với hiện tượng học lượng tử và vũ trụ học, mô hình Ruffini-ArgüellesRueda (RAR) cho phép giải thích đa kích thước - khối lượng fermion từ vài chục đến 100 keV mang lại sự ổn định lõi thiên hà, tạo phân bố mật độ thực tiễn cho dải ngân hà và các thiên hà lùn, đồng thời phục vụ việc lý giải sự hình thành lõi lượng tử và khả năng phát sinh lỗ đen siêu nặng từ vật chất tối fermion [22].

Các dự đoán hiện tượng học từ các mô hình vật chất tối fermion được đối chiếu trực tiếp với dữ liệu quan trắc thiên văn và kết quả thực nghiệm hiện đại. Các thí nghiệm như XENONnT, LZ, PandaX, SuperCDMS, DAMIC, đồng thời các đài quan sát neutrino (IceCube, Super-Kamiokande) cung cấp các giới hạn tán xạ, phân rã và phát hiện tín hiệu hấp thụ đặc trưng vật chất tối fermion [48]. Ngoài ra, các phép đo thiên văn học như khảo sát vận tốc dịch chuyển, phân rã gamma, bức xạ nền vũ trụ (CMB) và mô phỏng số liệu thiên hà đóng vai trò then chốt kết nối lý thuyết với quan trắc. Vai trò hiện tượng học đặc thù của vật chất tối fermion còn thể hiện qua nguyên lý loại trừ Pauli trong mảng thiên hà siêu nhỏ và sự ổn định của lõi thiên hà khổng lồ.

Tóm lại, vật chất tối vô hướng và vật chất tối fermion là hướng nghiên cứu then chốt giúp nối kết vật lý hạt với vật lý thiên văn, tạo khung logic liền mạch cho việc truy vết nguồn gốc vũ trụ học, phát triển mô hình chuẩn mở rộng đa chiều và kiểm nghiệm vật chất tối đa ngành.

1.3. Kết luận chương 1

Trong chương 1, luận án đã trình bày bức tranh tổng quan về nhu cầu phải mở rộng Mô hình chuẩn và các hướng tiếp cận tiêu biểu trong vật lý hạt hiện đại. Mô hình Randall-Sundrum cho thấy vai trò của radion và việc ổn định ổn định khoảng cách giữa hai mặt thông qua cơ chế Goldberger-Wise nhằm giải quyết bài toán phân cấp, đồng thời đưa ra cơ chế ghép radion với các trường Mô hình chuẩn thông qua

tensor năng-xung lượng. Mở rộng bất biến tỉ lệ với u-hạt của Georgi cung cấp một khung lý thuyết mới, trong đó các toán tử có bậc thứ nguyên tỉ lệ dẫn đến các dạng hàm truyền và tương tác rất đặc trưng, có thể gây ra những dị thường trong tiết diện tán xạ và phổ năng lượng ở máy gia tốc.

Bên cạnh đó, chương 1 cũng đã trình bày các mô hình lý thuyết vật chất tối trong các mô hình chuẩn mở rộng và hai nhóm ứng viên chính là vật chất tối vô hướng & vật chất tối fermion. Những kết quả tổng quan này tạo nền tảng lý thuyết cần thiết để những chương sau xét các quá trình tán xạ cụ thể, tính toán tiết diện tán xạ và phân tích năng lượng hao hụt trong môi trường siêu tân tinh như SN1987A, qua đó khảo sát rõ hơn hiệu ứng của radion, u-hạt vào các quá trình có mặt ứng viên vật chất tối.

CHƯƠNG 2. CÔNG THỨC TÍNH NĂNG LƯỢNG HAO HỤT CỦA QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC

Trong các Mô hình chuẩn mở rộng, sự tồn tại của các hạt mới có tương tác rất yếu với hạt cơ bản thường dẫn đến sự xuất hiện của các kênh thất thoát năng lượng bổ sung trong những môi trường thiên văn năng lượng cao. Đặc biệt, trong các hệ có nhiệt độ và mật độ rất cao như lõi sao neutron hoặc lõi siêu tân tinh, các hạt mới nếu tồn tại có thể được sản sinh hiệu quả thông qua các quá trình tán xạ hoặc hủy cặp của các hạt chuẩn. Do khả năng tương tác yếu, các hạt này có thể thoát ra khỏi hệ gần như tự do, mang theo một phần đáng kể năng lượng, từ đó làm thay đổi tiến trình làm nguội của hệ vật lý [75].

Đại lượng đặc trưng dùng để mô tả hiện tượng này là độ hao hụt năng lượng ϵ , được định nghĩa là năng lượng mất đi trên một đơn vị khối lượng trong một đơn vị thời gian do các quá trình vi mô gây ra. Trong khuôn khổ vật lý thiên văn năng lượng cao, độ hao hụt năng lượng ϵ đóng vai trò như một cầu nối trực tiếp giữa mô tả vi mô của lý thuyết trường lượng tử (biên độ tán xạ, tiết diện tán xạ và tích phân không gian pha) với các đại lượng quan sát vĩ mô như thời gian làm nguội và phổ phát xạ neutrino của siêu tân tinh.

Ý nghĩa quan trọng nhất của việc tính toán độ hao hụt năng lượng không chỉ nằm ở việc mô tả động lực học của môi trường thiên văn, mà còn ở khả năng sử dụng nó như một công cụ ràng buộc mạnh mẽ đối với các tham số của vật lý ngoài Mô hình chuẩn. Cụ thể, nếu sự tồn tại của một hạt mới làm cho ϵ vượt quá một giá trị tới hạn nào đó, quá trình làm nguội của hệ sẽ diễn ra nhanh hơn đáng kể so với những gì được suy ra từ quan sát, dẫn đến mâu thuẫn với dữ liệu thực nghiệm. Do đó, yêu cầu tính phù hợp với quan sát cho phép loại trừ hoặc giới hạn chặt chẽ không gian tham số của các mô hình hạt mới.

Một ví dụ điển hình có sức ràng buộc đặc biệt mạnh là siêu tân tinh SN1987A có nhiệt độ lõi sao $T = 30 \text{ MeV}$ và mật độ $\rho \approx 10^{15} \text{ g/cm}^3$. Việc phát hiện chùm neutrino từ sự kiện này đã xác nhận rằng quá trình làm nguội lõi siêu tân tinh diễn ra chủ yếu

thông qua phát xạ neutrino trong khoảng thời gian cỡ 10 giây. Dựa trên thực tế đó, Raffelt đã đề xuất một tiêu chuẩn thực nghiệm nổi tiếng, theo đó mọi kênh thất thoát năng lượng bổ sung phải thỏa mãn điều kiện

$$\dot{\epsilon} \lesssim 10^{19} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad \text{hay} \quad \dot{\epsilon} \lesssim 7.288 \times 10^{-27} \text{ GeV}, \quad (2.1)$$

nhằm không làm thay đổi đáng kể thời gian và cường độ phát xạ neutrino quan sát được từ SN1987A [43, 75].

Tiêu chuẩn Raffelt đã được áp dụng rộng rãi để đặt các ràng buộc nghiêm ngặt lên nhiều kịch bản vật lý ở Mô hình chuẩn mở rộng [44, 50, 59, 60], bao gồm axion và hạt tựa axion, các boson vô hướng nhẹ, các hạt mang điện tích rất nhỏ, cùng các mô hình chuẩn mở rộng khác. Các giá trị số này sẽ được sử dụng xuyên suốt phần sau của luận án.

Trong chương này, chúng tôi sẽ đưa ra các tính toán chi tiết về tính năng lượng hao hụt $\dot{\epsilon}$ cho một số quá trình với các hạt tham gia là boson hay fermion bằng kỹ thuật giản đồ Feynman. Các biểu thức tổng quát thu được sẽ đóng vai trò nền tảng cho việc áp dụng tiêu chuẩn hao hụt năng lượng nhằm ràng buộc các tham số của hạt mới trong các chương tiếp theo, đặc biệt là trong hiệu ứng của radion trong môi trường siêu tân tinh SN1987A.

Ta có biểu thức năng lượng hao hụt tổng quát [25, 58]:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & \frac{1}{\rho_{SN}} \prod_{i=1}^2 \int \frac{d^3 p_i}{2E_i (2\pi)^3} f_i(E_i) \prod_{j=1}^N \int \frac{d^3 p_j}{2E_j (2\pi)^3} (1 \pm f_j(E_j)) (2\pi)^4 \\ & \times \delta^4 \left(\sum_{i=1}^2 p_i - \sum_{j=1}^N p_j \right) \frac{1}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \sum_{\text{spins}} |M|^2, \end{aligned} \quad (2.2)$$

với p_i là xung lượng hạt vào, p_j là xung lượng hạt ra, s_1, s_2 là spin của hai hạt vào. f_i, f_j lần lượt là số lấp đầy cho các hạt va chạm đầu vào và đầu

$$f_i(E_i) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu_i}{T}\right) \pm 1}, \quad \begin{cases} \text{dấu (+) cho fermion,} \\ \text{dấu (-) cho boson.} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$1 \pm f_j(E_j), \quad \begin{cases} \text{dấu (+) cho boson,} \\ \text{dấu (-) cho fermion.} \end{cases} \quad (2.4)$$

2.1. Năng lượng hao hụt cho quá trình tán xạ hai hạt boson vào, hai hạt boson ra

Áp dụng biểu thức cho hai hạt boson vào và hai hạt boson (spin = 1), ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1-\mu_1}{T}} - 1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2-\mu_2}{T}} - 1} \\ &\times \int \frac{1}{2E_3(2\pi)^3} d^3 \vec{p}_3 \frac{1}{2E_4(2\pi)^3} d^3 \vec{p}_4 \cdot \frac{e^{(E_3-\mu_3)/T}}{e^{(E_3-\mu_3)/T} - 1} \frac{e^{(E_4-\mu_4)/T}}{e^{(E_4-\mu_4)/T} - 1} \\ &\times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{9} \sum_{\text{spins}} |M|^2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Đặt $\overline{|M|^2} = \frac{1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \sum_{\text{spins}} |M|^2$. Xét biểu thức B (cho hai boson vào):

$$\begin{aligned} d^3 \vec{p}_i &= 4\pi \int_0^\infty dp_i p_i^2 \\ B &= \int \frac{d^3 \vec{p}_i f_i}{2E_i(2\pi)^3} = \frac{4\pi}{2(2\pi)^3} \int_0^\infty dp_i \frac{p_i^2}{E_i} \frac{1}{e^{(E_i-\mu_i)/T} - 1}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Từ $p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2}$, ta suy ra:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{m_i}^{+\infty} \frac{dE_i E_i}{\sqrt{E_i^2 - m_i^2}} \frac{E_i^2 - m_i^2}{E_i} \frac{1}{e^{(E_i-\mu_i)/T} - 1} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{m_i}^{+\infty} dE_i \sqrt{E_i^2 - m_i^2} \frac{1}{e^{(E_i-\mu_i)/T} - 1}. \end{aligned}$$

Đặt $x_i = \frac{E_i}{T}$ với $i=1,2$, ta có:

$$B = \frac{T^2}{4\pi^2} \int_{\frac{m_i}{T}}^\infty dx_i \sqrt{x_i^2 - \left(\frac{m_i}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_i - \frac{\mu_i}{T}} - 1}. \quad (2.7)$$

Vi vậy, ta thu được:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} - 1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} - 1} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \\ &\times \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} - 1}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Sau đây ta xét hệ khối tâm $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 = -\vec{p}$. Tích phân theo \vec{p}_4 và cho $f(\vec{p}_4) = f(-\vec{p}_3)$, chú ý $E_i = \sqrt{m_i^2 + p_i^2}$, ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} - 1} \cdot \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{16\pi^2} \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + p_3^2}} \frac{1}{\sqrt{m_4^2 + p_3^2}} \\ &\times \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} - 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} - 1} \cdot \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) |\overline{M}|^2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Kí hiệu $d^3 \vec{p}_3 = \rho^2 d\rho d\Omega = d\varphi \sin\theta d\theta \rho^2 d\rho$, với $\rho = |\vec{p}_3|$, ta suy ra:

$$\int d^3 \vec{p}_3 = \int_0^{\infty} \rho^2 d\rho \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{\infty} \rho^2 d\rho. \quad (2.10)$$

Do đó biểu thức (2.9) trở thành:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} - 1} \cdot \frac{1}{8\pi} \int_0^{+\infty} \rho^2 d\rho \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2}} \frac{1}{\sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \\ &\times \frac{e^{E_3 + E_4 - \mu_3 - \mu_4}}{[e^{(E_3 - \mu_3)/T} - 1][e^{(E_4 - \mu_4)/T} - 1]} \\ &\times \delta\left(E_1 + E_2 - \sqrt{m_3^2 + \rho^2} - \sqrt{m_4^2 + \rho^2}\right) \int_0^{\pi} |\overline{M}|^2 \sin\theta d\theta \end{aligned} \quad (2.11)$$

Đặt $\alpha = E_3 + E_4 = \sqrt{m_3^2 + \rho^2} + \sqrt{m_4^2 + \rho^2}$, ta có

$$d\alpha = \left(\frac{\rho}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2}} + \frac{\rho}{\sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \right) d\rho = \rho \alpha d\rho \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2} \sqrt{m_4^2 + \rho^2}}. \quad (2.12)$$

Khi $\rho = 0$ ta có $\alpha = m_3 + m_4$, và $\rho \rightarrow \infty$ thì $\alpha \rightarrow \infty$.

Chuyển sang tích phân theo α ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} - 1} \cdot \frac{1}{8\pi} \\ &\times \int_{m_3+m_4}^{\infty} \frac{d\alpha}{\alpha} \rho \frac{e^{(\alpha - \mu_3 - \mu_4)/T}}{[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho^2} - \mu_3)/T} - 1][e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho^2} - \mu_4)/T} - 1]} \\ &\times \delta(E_1 + E_2 - \alpha) \int_0^\pi |M|^2 \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Sau khi tích phân theo α , toàn bộ hàm số dưới dấu tích phân $f(\alpha)$ hay $f(\rho)$ phải thành $f(\alpha_0)$ hay $f(\rho_0)$ (do tính chất của tích phân có hàm $\delta(E_1 + E_2 - \alpha)$), với α_0 hay ρ_0 là nghiệm phương trình $\int f(\alpha) \delta(E_1 + E_2 - \alpha) d\alpha = f(\alpha_0)$. Khi đó:

$$\alpha_0 = E_1 + E_2 = E',$$

$$(2.14)$$

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{E'^4 + m_3^4 + m_4^4 + 2E'^2 m_3^2 - 2E'^2 m_4^2 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'}.$$

(2.15)

Trường hợp đặc biệt khi khối lượng hai hạt ra bằng nhau $m_3 = m_4 \equiv m_f$, ta có:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{E'^4 - 4E'^2 m_f^2}}{2E'} = \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2},$$

$$\alpha_0 = \sqrt{m_f^2 + \rho_0^2} + \sqrt{m_f^2 + \rho_0^2} = 2E_1 = 2E_2 = E'. \quad (2.16)$$

Kí hiệu A'' :

$$A'' = \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ \times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} - 1}, \quad (2.17)$$

ta thu được:

$$\dot{\epsilon} = A'' \frac{1}{8\pi} \frac{\rho_0}{\alpha_0} \frac{e^{(\alpha_0 - \mu_3 - \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.18)$$

Thế ρ_0 và α_0 vào ta thu được biểu thức độ hao hụt năng lượng cho quá trình hai hạt boson vào và hai hạt boson ra là:

$$\dot{\epsilon} = A'' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^4 + m_3^4 + m_4^4 - 2E'^2 m_3^2 - 2E'^2 m_4^2 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'^2} \\ \times \frac{e^{(E' - \mu_3 - \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.19)$$

Đặt $x_i = \frac{E_i}{T}$, với $i = 1, 2$. Vậy $E' = E_1 + E_2 = x_1 T + x_2 T = (x_1 + x_2) T \Rightarrow \frac{E'}{T} = x_1 + x_2$. Công thức (2.19) trở thành:

$$\dot{\epsilon} = A'' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^4 - 2(m_3^2 + m_4^2)E'^2 + m_3^4 + m_4^4 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'^2} \\ \times \frac{e^{x_1 + x_2 - (\mu_3 + \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.20)$$

Lưu ý $m_3 = m_4 \equiv m_f$, ta nhận được:

$$\dot{\epsilon} = A'' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2E'} \frac{e^{x_1 + x_2 - (\mu_3 + \mu_4)/T}}{\left[e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_3/T} - 1 \right] \left[e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_4/T} - 1 \right]} \\ \times \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.21)$$

Cuối cùng thay biểu thức A'' ở (2.17) vào biểu thức (2.21), ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{m_1/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_2/T}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_1/T} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_2/T} - 1} \frac{1}{8\pi} \\ &\times \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2E'} \frac{e^{x_1 + x_2 - (\mu_3 + \mu_4)/T}}{[e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_3/T} - 1][e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_4/T} - 1]} \int_0^\pi |\overline{M}|^2 \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.2. Năng lượng hao hụt cho quá trình tán xạ một fermion, một phản fermion thành một fermion và một phản fermion có cùng khối lượng

Áp dụng biểu thức cho một fermion, một phản fermion vào thành một fermion và một phản fermion ra, ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} + 1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} + 1} \\ &\times \int \frac{1}{2E_3(2\pi)^3} d^3\vec{p}_3 \frac{1}{2E_4(2\pi)^3} d^3\vec{p}_4 \cdot \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} + 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} + 1} \\ &\times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\overline{M}|^2. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Đặt $|\overline{M}|^2 = \frac{1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \sum_{\text{spins}} |M|^2$. Xét biểu thức B (cho một hạt fermion và một phản hạt fermion vào):

$$B = \int \frac{d^3\vec{p}_i f_i}{2E_i(2\pi)^3} = \frac{4\pi}{2(2\pi)^3} \int_0^\infty dp_i \frac{p_i^2}{E_i} \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} + 1}. \quad (2.24)$$

Từ $p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2}$, ta suy ra:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{m_i}^{+\infty} \frac{E_i dE_i}{\sqrt{E_i^2 - m_i^2}} \frac{E_i^2 - m_i^2}{E_i} \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} + 1} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{m_i}^{+\infty} dE_i \sqrt{E_i^2 - m_i^2} \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} + 1}, \end{aligned}$$

Đặt $x_i = \frac{E_i}{T}$, với $i=1,2$, ta có:

$$B = \frac{T^2}{4\pi^2} \int_{\frac{m_i}{T}}^{\infty} dx_i \sqrt{x_i^2 - \left(\frac{m_i}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_i - \frac{\mu_i}{T}} + 1} \quad (2.25)$$

Vì vậy, ta thu được:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} + 1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} + 1} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \\ &\times \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Sau đây ta xét hệ khối tâm $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 = -\vec{p}$. Tích phân theo \vec{p}_4 và cho $f(\vec{p}_4) = f(-\vec{p}_3)$, chú ý $E_i = \sqrt{m_i^2 + p_i^2}$, ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1} \cdot \int \frac{d^3\vec{p}_3}{16\pi^2} \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + p_3^2}} \frac{1}{\sqrt{m_4^2 + p_3^2}} \\ &\times \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} + 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} + 1} \cdot \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) |\overline{M}|^2. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Kí hiệu $d^3\vec{p}_3 = \rho^2 d\rho d\Omega = d\varphi \sin\theta d\theta \rho^2 d\rho$, với $\rho = |\vec{p}_3|$, ta suy ra:

$$\int d^3\vec{p}_3 = \int_0^{\infty} \rho^2 d\rho \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{\infty} \rho^2 d\rho. \quad (2.28)$$

Do đó biểu thức (2.27) trở thành:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1} \cdot \frac{1}{8\pi} \int_0^{+\infty} \rho^2 d\rho \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2}} \frac{1}{\sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{e^{E_3+E_4-\mu_3-\mu_4}}{[e^{(E_3-\mu_3)/T} + 1][e^{(E_4-\mu_4)/T} + 1]} \\
& \times \delta\left(E_1 + E_2 - \sqrt{m_3^2 + \rho^2} - \sqrt{m_4^2 + \rho^2}\right) \int_0^\pi |M|^2 \sin \theta \, d\theta.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Đặt $\alpha = E_3 + E_4 = \sqrt{m_3^2 + \rho^2} + \sqrt{m_4^2 + \rho^2}$. Từ đó:

$$d\alpha = \left(\frac{\rho}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2}} + \frac{\rho}{\sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \right) d\rho = \rho \alpha d\rho \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2} \sqrt{m_4^2 + \rho^2}}. \tag{2.30}$$

Khi $\rho = 0$ ta có $\alpha = m_3 + m_4$, và $\rho \rightarrow \infty$ thì $\alpha \rightarrow \infty$.

Chuyển sang tích phân theo α ta có:

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^\infty dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\
& \times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1} \cdot \frac{1}{8\pi} \\
& \times \int_{m_3+m_4}^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \rho \frac{e^{(\alpha-\mu_3-\mu_4)/T}}{[e^{(\sqrt{m_3^2+\rho^2}-\mu_3)/T} + 1][e^{(\sqrt{m_4^2+\rho^2}-\mu_4)/T} + 1]} \\
& \times \delta(E_1 + E_2 - \alpha) \int_0^\pi |M|^2 \sin \theta \, d\theta.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Sau khi tích phân theo α , toàn bộ hàm số dưới dấu tích phân: $f(\alpha)$ hay $f(\rho)$ phải thành $f(\alpha_0)$ hay $f(\rho_0)$ (do tính chất của tích phân có hàm $\delta(E_1 + E_2 - \alpha)$), với α_0 hay ρ_0 là nghiệm phương trình $\int f(\alpha) \delta(E_1 + E_2 - \alpha) d\alpha = f(\alpha_0)$. Khi đó:

$$\alpha_0 = E_1 + E_2 = E', \tag{2.32}$$

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{E'^4 + m_3^4 + m_4^4 + 2E'^2 m_3^2 - 2E'^2 m_4^2 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'}. \tag{2.33}$$

Trường hợp đặc biệt khi khối lượng hai hạt ra bằng nhau $m_3 = m_4 \equiv m_f$, ta có:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{E'^4 - 4E'^2 m_f^2}}{2E'} = \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2},$$

$$\alpha_0 = \sqrt{m_f^2 + \rho_0^2} + \sqrt{m_f^2 + \rho_0^2} = 2E_1 = 2E_2 = E'.$$

(2.34)

Kí hiệu:

$$A''' = \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ \times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1}, \quad (2.35)$$

ta thu được:

$$\dot{\varepsilon} = A''' \frac{1}{8\pi} \frac{\rho_0}{\alpha_0} \frac{e^{(\alpha_0 - \mu_3 - \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} + 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} + 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.36)$$

Thế ρ_0 và α_0 vào ta thu được:

$$\dot{\varepsilon} = A''' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^4 + m_3^4 + m_4^4 - 2E'^2 m_3^2 - 2E'^2 m_4^2 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'^2} \\ \times \frac{e^{(E' - \mu_3 - \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} + 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} + 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.37)$$

Đặt $x_i = \frac{E_i}{T}$, với $i = 1, 2$. Vậy $E' = E_1 + E_2 = x_1 T + x_2 T = (x_1 + x_2) T \Rightarrow \frac{E'}{T} = x_1 + x_2$. Công thức (2.37) trở thành:

$$\dot{\varepsilon} = A'' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^4 - 2(m_3^2 + m_4^2)E'^2 + m_3^4 + m_4^4 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'^2} \\ \times \frac{e^{x_1 + x_2 - (\mu_3 + \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.38)$$

Lưu ý $m_3 = m_4 \equiv m_f$, ta nhận được:

$$\dot{\epsilon} = A''' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2E'} \frac{e^{(E' - \mu_3 - \mu_4)/T}}{[e^{(E'/2 - \mu_3)/T} + 1][e^{(E'/2 - \mu_4)/T} + 1]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \quad (2.39)$$

Cuối cùng ta thu được biểu thức độ hao hụt năng lượng cho quá trình một hạt fermion và một phản hạt fermion vào, một hạt fermion và một phản hạt fermion ra là:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{m_1/T}^\infty dx_1 \int_{m_2/T}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_1/T} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_2/T} + 1} \\ &\times \frac{1}{8\pi} \frac{1}{2} \frac{e^{x_1 + x_2 - \frac{\mu_3 + \mu_4}{T}}}{[e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_3}{T}} + 1][e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_4}{T}} + 1]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Lưu ý: thế hóa học của phản hạt trái dấu với thế hóa học của hạt.

2.3. Năng lượng hao hụt cho quá trình tán xạ một fermion, một phản fermion vào, sinh hai boson có cùng khối lượng

Áp dụng biểu thức tổng quát cho một hạt fermion và một phản hạt fermion vào thành hai hạt boson ra, ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} + 1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} + 1} \\ &\times \int \frac{1}{2E_3 (2\pi)^3} d^3 \vec{p}_3 \frac{1}{2E_4 (2\pi)^3} d^3 \vec{p}_4 \cdot \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} - 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} - 1} \\ &\times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |M|^2. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Đặt $\overline{|M|^2} = \frac{1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \sum_{\text{spins}} |M|^2$. Xét biểu thức B (cho một hạt fermion và một phản hạt fermion vào, $i=1,2$):

$$B = \int \frac{d^3 \vec{p}_i f_i}{2E_i (2\pi)^3} = \frac{4\pi}{2(2\pi)^3} \int_0^\infty dp_i \frac{p_i^2}{E_i} \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} + 1}. \quad (2.42)$$

Từ $p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2}$, ta suy ra:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{m_i}^{+\infty} \frac{E_i dE_i}{\sqrt{E_i^2 - m_i^2}} \frac{E_i^2 - m_i^2}{E_i} \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} + 1} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{m_i}^{+\infty} dE_i \sqrt{E_i^2 - m_i^2} \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} + 1}. \end{aligned}$$

Đặt $x_i = \frac{E_i}{T}$ với $i=1,2$, ta có:

$$B = \frac{T^2}{4\pi^2} \int_{\frac{m_i}{T}}^\infty dx_i \sqrt{x_i^2 - \left(\frac{m_i}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_i - \frac{\mu_i}{T}} + 1}. \quad (2.43)$$

Vì vậy, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} + 1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} + 1} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^\infty dx_1 \\ &\times \int_{\frac{m_2}{T}}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 + \frac{\mu_2}{T}} + 1}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Sau đây ta xét hệ khối tâm $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 = -\vec{p}$. Tích phân theo \vec{p}_4 và cho $f(\vec{p}_4) = f(-\vec{p}_3)$, chú ý $E_i = \sqrt{m_i^2 + p_i^2}$, ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^\infty dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1} \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{16\pi^2} \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + p_3^2}} \frac{1}{\sqrt{m_4^2 + p_3^2}} \\ &\times \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} - 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} - 1} \cdot \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \overline{|M|^2}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Kí hiệu $d^3\vec{p}_3 = \rho^2 d\rho d\Omega = d\varphi \sin\theta d\theta \rho^2 d\rho$, với $\rho = |\vec{p}_3|$, ta suy ra:

$$\int d^3\vec{p}_3 = \int_0^\infty \rho^2 d\rho \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^\infty \rho^2 d\rho. \quad (2.46)$$

Do đó biểu thức (2.45) trở thành:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^\infty dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1} \cdot \frac{1}{8\pi} \int_0^{+\infty} \rho^2 d\rho \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2}} \frac{1}{\sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \\ &\times \frac{e^{E_3 + E_4 - \mu_3 - \mu_4}}{[e^{(E_3 - \mu_3)/T} - 1][e^{(E_4 - \mu_4)/T} - 1]} \\ &\times \delta\left(E_1 + E_2 - \sqrt{m_3^2 + \rho^2} - \sqrt{m_4^2 + \rho^2}\right) \int_0^\pi |M|^2 \sin\theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Đặt $\alpha = E_3 + E_4 = \sqrt{m_3^2 + \rho^2} + \sqrt{m_4^2 + \rho^2}$, ta có

$$d\alpha = \left(\frac{\rho}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2}} + \frac{\rho}{\sqrt{m_4^2 + \rho^2}} \right) d\rho = \rho \alpha d\rho \frac{1}{\sqrt{m_3^2 + \rho^2} \sqrt{m_4^2 + \rho^2}}. \quad (2.48)$$

Khi $\rho = 0$ ta có $\alpha = m_3 + m_4$, và $\rho \rightarrow \infty$ thì $\alpha \rightarrow \infty$.

Chuyển sang tích phân theo α ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^\infty dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1} \cdot \frac{1}{8\pi} \\ &\times \int_{m_3 + m_4}^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \rho \frac{e^{(\alpha - \mu_3 - \mu_4)/T}}{[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho^2} - \mu_3)/T} - 1][e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho^2} - \mu_4)/T} - 1]} \\ &\times \delta(E_1 + E_2 - \alpha) \int_0^\pi |M|^2 \sin\theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Sau khi tích phân theo α , toàn bộ hàm số dưới dấu tích phân $f(\alpha)$ hay $f(\rho)$ phải thành $f(\alpha_0)$ hay $f(\rho_0)$ (do tính chất của tích phân có hàm $\delta(E_1 + E_2 - \alpha)$), với α_0 hay ρ_0 là nghiệm phương trình $\int f(\alpha) \delta(E_1 + E_2 - \alpha) d\alpha = f(\alpha_0)$. Khi đó:

$$\alpha_0 = E_1 + E_2 = E', \quad (2.50)$$

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{E'^4 + m_3^4 + m_4^4 + 2E'^2 m_3^2 - 2E'^2 m_4^2 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'}. \quad (2.51)$$

Trường hợp đặc biệt khi khối lượng hai hạt ra bằng nhau $m_3 = m_4 \equiv m_f$, ta nhận được:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{E'^4 - 4E'^2 m_f^2}}{2E'} = \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2},$$

$$\alpha_0 = \sqrt{m_f^2 + \rho_0^2} + \sqrt{m_f^2 + \rho_0^2} = 2E_1 = 2E_2 = E'. \quad (2.52)$$

Kí hiệu:

$$A''' = \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2}$$

$$\times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} + 1}, \quad (2.53)$$

ta có:

$$\dot{\epsilon} = A''' \frac{1}{8\pi} \frac{\rho_0}{\alpha_0} \frac{e^{(\alpha_0 - \mu_3 - \mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2 + \rho_0^2} - \mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2 + \rho_0^2} - \mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi |M|^2 \sin \theta d\theta. \quad (2.54)$$

Thế ρ_0 và α_0 ở (2.52) vào (2.54) ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & A'''' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^4 + m_3^4 + m_4^4 - 2E'^2 m_3^2 - 2E'^2 m_4^2 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'^2} \\ & \times \frac{e^{x_1+x_2-(\mu_3+\mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2+\rho_0^2}-\mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2+\rho_0^2}-\mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Đặt $x_i = \frac{E_i}{T}$, với $i = 1, 2$. Vậy $E' = E_1 + E_2 = x_1 T + x_2 T = (x_1 + x_2) T \Rightarrow \frac{E'}{T} = x_1 + x_2$. Công thức (2.55) trở thành:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & A'''' \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E'^4 - 2(m_3^2 + m_4^2)E'^2 + m_3^4 + m_4^4 - 2m_3^2 m_4^2}}{2E'^2} \\ & \times \frac{e^{x_1+x_2-(\mu_3+\mu_4)/T}}{\left[e^{(\sqrt{m_3^2+\rho_0^2}-\mu_3)/T} - 1 \right] \left[e^{(\sqrt{m_4^2+\rho_0^2}-\mu_4)/T} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Cuối cùng ta thu được biểu thức độ hao hụt năng lượng của quá trình một hạt fermion, một phản hạt fermion vào, sinh hai boson có cùng khối lượng là:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{m_1/T}^\infty dx_1 \int_{m_2/T}^\infty dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ & \times \frac{1}{e^{x_1-\mu_1/T} + 1} \frac{1}{e^{x_2-\mu_2/T} + 1} \\ & \times \frac{1}{8\pi} \frac{1}{2} \frac{e^{x_1+x_2-\frac{\mu_3+\mu_4}{T}}}{\left[e^{\frac{x_1+x_2}{2}-\frac{\mu_3}{T}} - 1 \right] \left[e^{\frac{x_1+x_2}{2}-\frac{\mu_4}{T}} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.57)$$

2.4. Kết luận chương 2

Trong Chương 2, luận án đã xây dựng một cách hệ thống biểu thức độ hao hụt năng lượng chuyên biệt cho ba quá trình tán xạ cơ bản giữa các hạt boson và fermion, lấy bối cảnh từ vụ nổ SN1987A. Trên cơ sở công thức tích phân không gian pha và biên độ tán xạ, các biểu thức $\dot{\epsilon}$ cho quá trình hai boson vào - hai boson ra (áp dụng cho mục 3.1), một fermion tương tác với một phản fermion tạo thành một fermion với một phản fermion (áp dụng cho mục 3.2) hay sinh hai boson đồng khối (áp dụng

cho mục 3.3, 4.2) đã được suy ra đầy đủ trong hệ khối tâm, kèm theo sự phụ thuộc chi tiết vào khối lượng, nhiệt độ và bình phương biên độ tán xạ.

Đáng chú ý, theo hiểu biết hiện nay đây là lần đầu tiên tại Việt Nam các phép biến đổi giải tích và chuẩn hóa độ hao hụt năng lượng cho ba quá trình trên được trình bày một cách đầy đủ, có hệ thống, tạo nền tảng quan trọng cho chương tiếp theo khi áp dụng cho các quá trình tương tác cụ thể.

CHƯƠNG 3. HIỆU ỨNG CỦA RADION TRONG CÁC QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC CỦA MÔ HÌNH RANDALL-SUNDRUM Ở VỤ NỔ LỚN SN1987A

Vụ nổ lớn SN1987A là một nguồn phát các hạt yếu như neutrino, axion và radion, ... Trong plasma của siêu tân tinh, photon có khối lượng hiệu dụng và được gọi là plasmon. Theo [43], quá trình hao hụt năng lượng của SN1987A có thể được giải thích bằng sự sinh graviton Kaluza-Klein từ phản ứng hủy plasmon-plasmon. Đặc biệt, radion cũng có thể được sinh ra thông qua cơ chế này, bên cạnh quá trình bức xạ hãm nucleon-nucleon, qua đó góp phần làm thất thoát năng lượng của siêu tân tinh [44].

Các nghiên cứu trước đây [1, 18, 19, 41, 83, 84] đã xem xét hiệu ứng của u-hạt/radion lên quá trình tán xạ plasmon, tán xạ Bhabha và va chạm electron-positron... Trong đó, plasmon là một quasi-particle biểu diễn dao động plasma đã lượng tử hóa, còn radion là hạt dự đoán trong các mô hình về không gian nhiều chiều, đặc biệt là Randall-Sundrum. Plasmon có thể được phát hiện gián tiếp thông qua các phương pháp thực nghiệm hiện đại như quang phổ học, hiển vi điện tử, ...

Trong chương này, luận án trình bày về ba quá trình tương tác cùng thông qua trao đổi hạt radion. Một là, plasmon tương tác với plasmon, tạo hai hạt plasmon. Hai là, quá trình tương tác giữa electron và positron tạo hạt vật chất tối fermion. Ba là, quá trình hủy cặp electron-positron sinh ra hai hạt plasmon. Trong đó, những tính toán và đánh giá số về tiết diện tán xạ toàn phần của quá trình được trình bày chi tiết và so sánh với các quá trình trao đổi photon thông thường, đồng thời tính năng lượng hao hụt của quá trình và đưa ra ngưỡng dưới cho giá trị kỳ vọng chân không của radion - có tham chiếu đến các tài liệu gần đây.

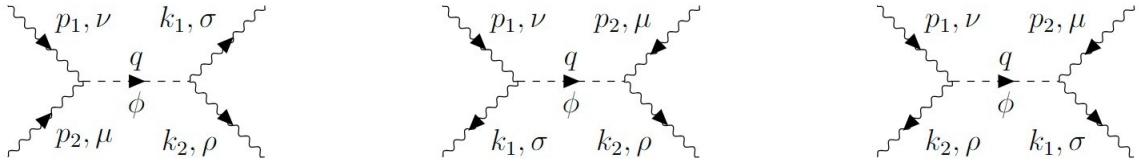
Kết quả của chương ba nằm trong ba bài báo đã được đăng trên ba tạp chí uy tín trong và ngoài nước. Cụ thể: Thứ nhất, bài ở tạp chí Indian Journal of Physics có tiêu đề “The role of radion in SN 1987A cooling”. Thứ hai, bài đăng tạp chí khoa học (Toán- Vật lý) - ĐHQGHN có tiêu đề “Radion effects on Dark Matter fermions production in e^+e^- collisions”, và thứ ba là bài đăng tạp chí khoa học trường Đại học

Thủ đô Hà Nội có tiêu đề “Searching radion signatures through plasmon production SN 1987A cooling” lần lượt theo thứ tự xuất hiện.

3.1. Hiệu ứng của radion trong tán xạ plasmon-plasmon ở vụ nổ lớn SN1987A

3.1.1. Tiết diện tán xạ

Xét các hiệu ứng của radion lên quá trình $\gamma_p \gamma_p \rightarrow \gamma_p \gamma_p$. Có ba giản đồ Feynman đóng góp vào tán xạ plasmon-plasmon, tương ứng với trao đổi ở các kênh s , t và u , được biểu diễn trong Hình 3.1.



Hình 3.12. Giản đồ Feynman của quá trình tương tác plasmon plasmon trao đổi radion

Hàm truyền của radion có dạng:

$$D_\phi = \frac{-i}{q^2 - m_\phi^2 + i\epsilon}. \quad (3.1)$$

Đỉnh tương tác của plasmon- plasmon-radion là [56]:

$$V_{\gamma_p \gamma_p \phi} = \frac{-2i}{\langle \phi \rangle} m_A^2 g^{\rho\sigma}, \quad (3.2)$$

ở đây m_A là khối lượng plasmon.

Theo quy tắc Feynman, ta thu được bình phương biên độ tán xạ:

$$|\overline{M}|^2 = \frac{1}{8} \frac{s^4}{(s - m_\phi^2)^2 \langle \phi \rangle^4} (9 + 6\cos^2\theta + \cos^4\theta). \quad (3.3)$$

Từ biểu thức 3.3, ta tính tiết diện tán xạ vi phân và thu được:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2304\pi^2} \frac{s^3}{(s - m_\phi^2)^2 \langle \phi \rangle^4} (9 + 6\cos^2\theta + \cos^4\theta). \quad (3.4)$$

Do đó, tiết diện tán xạ toàn phần là:

$$\sigma = \frac{7}{360\pi\langle\phi\rangle^4} \frac{s^3}{(s - m_\phi^2)^2}. \quad (3.5)$$

3.1.2. Độ hao hụt năng lượng

Độ hao hụt năng lượng mô tả lượng năng lượng mà một hệ thống mất đi trên mỗi đơn vị khối lượng qua một thời gian nhất định. Đối với siêu tân tinh ở nhiệt độ T , áp dụng công thức (2.22) ở mục 2.1 chương 2 cho hai hạt vào và hai hạt ra là boson, độ hao hụt năng lượng $\dot{\epsilon}$ có công thức là:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{m_1/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_2/T}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ & \times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_1/T} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_2/T} - 1} \frac{1}{8\pi} \\ & \times \frac{\sqrt{E'^2 - 4m_f^2}}{2E'} \frac{e^{x_1 + x_2 - (\mu_3 + \mu_4)/T}}{[e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_3/T} - 1][e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_4/T} - 1]} \int_0^\pi |M|^2 \sin\theta d\theta. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Với ρ_{SN} là mật độ của lõi siêu tân tinh, m_A , μ_A lần lượt là khối lượng và thế hóa học của plasmon, $E = (E_1 + E_2)/2 = E'/2$, biểu thức (3.6) có thể viết lại dạng:

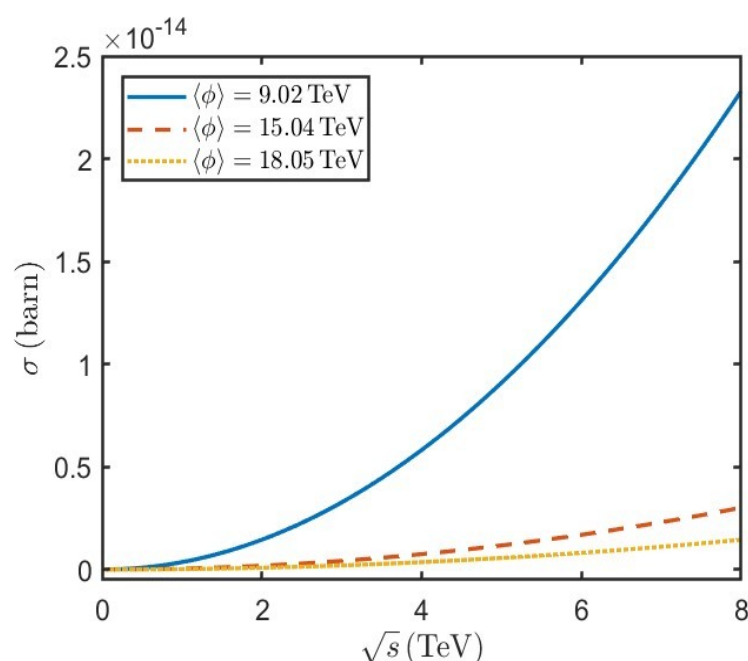
$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & \frac{T^4}{\rho_{SN} 256\pi^5} \int_{m_A/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_A/T}^{\infty} dx_2 \frac{\sqrt{E^2 - m_A^2}}{E} \frac{e^{(2E - 2\mu_A)/T}}{[e^{(E - \mu_A)/T} - 1]^2} \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_A}{T}\right)^2} \\ & \times \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_A}{T}\right)^2} \frac{1}{e^{x_1 - \mu_A/T} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_A/T} - 1} |M|^2 \sin\theta d\theta. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Qua một số phép biến đổi, cuối cùng ta thu được độ hao hụt năng lượng của quá trình $\gamma_p \gamma_p \rightarrow \gamma_p \gamma_p$ như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & \frac{7}{2880\pi^5 \rho_{SN} \langle\phi\rangle^4} T^{12} \int_{\frac{m_A}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_A}{T}}^{\infty} dx_2 \frac{e^{x_1 + x_2 - 2\frac{\mu_A}{T}}}{\left(e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_A}{T}} - 1\right)^2} \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_A}{T}\right)^2} \\ & \times \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_A}{T}\right)^2} \frac{(x_1 + x_2)^8}{[T^2(x_1 + x_2)^2 - m_\phi^2]^2} \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_A}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_A}{T}} - 1}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.1.3. Các kết quả tính số và thảo luận

Trong nội dung này, chúng tôi sẽ vẽ đồ thị và xử lý số cho tiết diện tán xạ toàn phần (công thức 3.5) và độ hao hụt năng lượng của quá trình (công thức 3.8). Theo các tài liệu [11, 43, 78], chúng tôi chọn giá trị $m_\phi = 1.25 - 10$ GeV, $m_A = 19$ MeV, $T = 30$ MeV, $\rho_{SN} = 10^{15} \text{ g/cm}^3$. Đầu tiên, hình 3.2 vẽ đồ thị tiết diện toàn phần σ theo hàm của năng lượng khối tâm \sqrt{s} với $m_\phi = 1.25$ GeV và các giá trị $\langle\phi\rangle = 9.02$ TeV, 15.04 TeV and 18.05 TeV, tương ứng.



Hình 3.13. Tiết diện toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc vào năng lượng tán xạ.

Đường cong trên đồ thị, từ trên xuống dưới, lần lượt tương ứng với các giá trị kỳ vọng chân không của radion $\langle\phi\rangle = 9.02$ TeV, 15.04 TeV và 18.05 TeV. Ở đây $m_\phi = 1.25$ GeV.

Từ đồ thị cho thấy tiết diện tán xạ tăng theo \sqrt{s} với các giá trị khác nhau của kỳ vọng chân không radion $\langle\phi\rangle$. Tiết diện tán xạ toàn phần cũng giảm mạnh khi $\langle\phi\rangle$ tăng lên ở cùng một giá trị \sqrt{s} .

Trong vật lý hạt, tiết diện tán xạ là đại lượng đo xác suất mà một tương tác hoặc phản ứng nhất định sẽ xảy ra giữa hai hạt khi va chạm nhau. Tiết diện tán xạ lớn hơn tương ứng với xác suất tương tác cao hơn, trong khi giá trị nhỏ hơn cho thấy xác suất xảy ra phản ứng thấp hơn. Thang bậc tiết diện để phát hiện hạt trong các thí

nghiệm thường trải rộng nhiều bậc độ lớn, từ picobarn đến femtobarn (1 picobarn = 10^{-12} barn, 1 femtobarn = 10^{-15} barn) đối với các thí nghiệm máy gia tốc điện hình [34]. Chẳng hạn, tiết diện sản sinh hạt Higgs tại LHC ở khoảng 10 fb.

Trong bảng 3.1 dưới đây, chúng tôi trình bày các giá trị số cụ thể cho tiết diện toàn phần với hiệu ứng của radion.

Bảng 3.4. Tiết diện tán xạ toàn phần khi tính đến radion. Kết quả thu được là như nhau cho các giá trị m_ϕ khác nhau ($m_\phi = 1.25$ GeV, 1.5 GeV, 2.5 GeV, 5 GeV và 10 GeV).

$\langle\phi\rangle$ (TeV)	$\sqrt{s} = 1$ TeV	$\sqrt{s} = 1.2$ TeV	$\sqrt{s} = 1.5$ TeV
2.26	9.2393×10^{-14}	1.3305×10^{-13}	2.0788×10^{-13}
4.51	5.8260×10^{-15}	8.3894×10^{-15}	1.3108×10^{-14}
9.02	3.6412×10^{-16}	5.2434×10^{-16}	8.1927×10^{-16}
15.04	4.7107×10^{-17}	6.7834×10^{-17}	1.0599×10^{-16}
18.05	2.2707×10^{-17}	3.2698×10^{-17}	5.1091×10^{-17}
$\langle\phi\rangle$ (TeV)	$\sqrt{s} = 4$ TeV	$\sqrt{s} = 6$ TeV	$\sqrt{s} = 8$ TeV
2.26	1.4783×10^{-12}	3.3261×10^{-12}	5.9131×10^{-12}
4.51	9.3215×10^{-14}	2.0973×10^{-13}	3.7286×10^{-13}
9.02	5.8259×10^{-15}	1.3108×10^{-14}	2.3304×10^{-14}
15.04	7.5370×10^{-16}	1.6958×10^{-15}	3.0148×10^{-15}
18.05	3.6332×10^{-16}	8.1746×10^{-16}	1.4533×10^{-15}

Từ bảng 3.1, có thể thấy rằng σ tăng từ 2.27×10^{-17} barn đến 5.91×10^{-12} barn. Nếu phép đo được thực hiện ở $\sqrt{s} = 1.0$ TeV - 8 TeV, khi đó tiết diện tán xạ cho quá trình tán xạ plasmon-plasmon hoàn toàn có thể phát hiện được. Điều này có thể mang lại những ý nghĩa quan trọng cho việc tìm kiếm radion.

Trong tài liệu [66], các tác giả đã xác định tiết diện vi phân và toàn phần cho quá trình tán xạ photon-photon mà không có hiệu ứng radion là:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{139}{(180\pi)^2} \frac{\alpha^4 \omega^6}{m^8} (3 + \cos^2 \theta)^2, \quad (3.9)$$

Bảng 3.5. Tỉ số giữa tiết diện tán xạ toàn phần có hiệu ứng của radion đối với tán xạ plasmon-plasmon so với tiết diện tán xạ toàn phần không có hiệu ứng của radion đối với tán xạ photon-photon tại các giá trị kỳ vọng chân không của radion $\langle\phi\rangle$ và các mức năng lượng khác nhau.

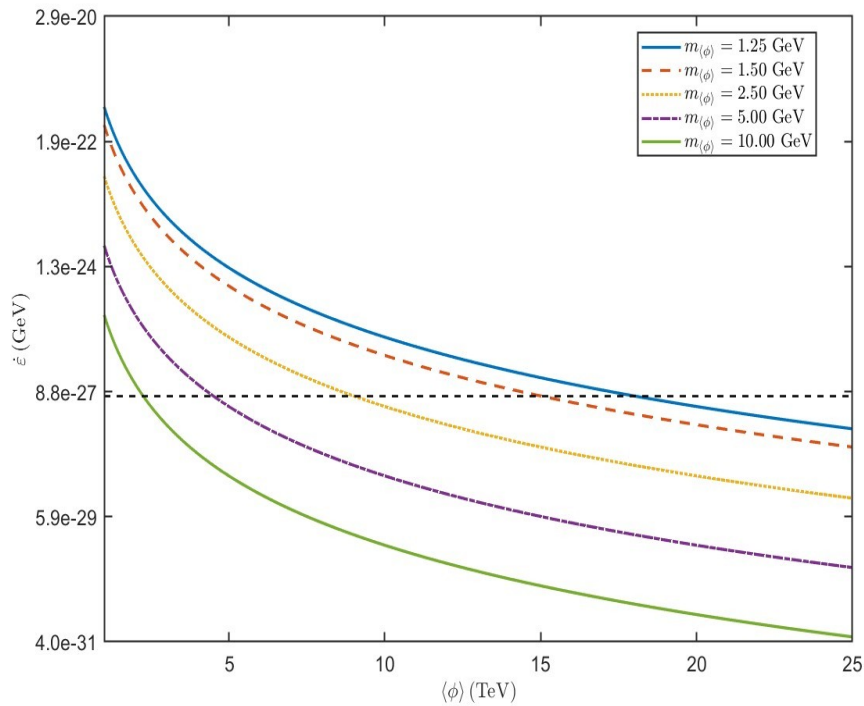
$m_{\phi, \omega}$	$\langle\phi\rangle(\text{TeV})$	$\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 1.2 \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 1.5 \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 4 \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 6 \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$
(1.25GeV, 1eV)	2.26	1.2703×10^{28}	1.8292×10^{28}	2.8581×10^{28}	2.0324×10^{29}	4.5729×10^{29}	8.1297×10^{29}
	4.51	8.0098×10^{26}	1.1534×10^{27}	1.8022×10^{27}	1.2816×10^{28}	2.8835×10^{28}	5.1263×10^{28}
	9.02	5.0061×10^{25}	7.2088×10^{25}	1.1264×10^{26}	8.0098×10^{26}	1.8022×10^{27}	3.2039×10^{27}
	15.04	6.4765×10^{24}	9.3261×10^{24}	1.4572×10^{25}	1.0362×10^{26}	2.3315×10^{26}	4.1449×10^{26}
	18.05	3.1219×10^{24}	4.4956×10^{24}	7.0243×10^{24}	4.9950×10^{25}	1.1239×10^{26}	1.9980×10^{26}
(1.25GeV, 2.5eV)	2.26	5.2030×10^{25}	7.4932×10^{25}	1.1708×10^{26}	8.3248×10^{26}	1.8731×10^{27}	3.3299×10^{27}
	4.51	3.2808×10^{24}	4.7244×10^{24}	7.3819×10^{24}	5.2493×10^{25}	1.1811×10^{26}	2.0997×10^{26}
	9.02	2.0509×10^{23}	2.9527×10^{23}	4.6136×10^{23}	3.2809×10^{24}	7.3818×10^{24}	1.3123×10^{25}
	15.04	2.6533×10^{22}	3.8205×10^{22}	5.9692×10^{22}	4.2444×10^{23}	9.5499×10^{23}	1.6978×10^{24}
	18.05	1.2790×10^{22}	1.8416×10^{22}	2.8774×10^{22}	2.0460×10^{23}	4.6034×10^{23}	8.1839×10^{23}
(10GeV, 1eV)	2.26	1.2705×10^{28}	1.8294×10^{28}	2.8583×10^{28}	2.0324×10^{29}	4.5730×10^{29}	8.1297×10^{29}
	4.51	8.0114×10^{26}	1.1536×10^{27}	1.8024×10^{27}	1.2816×10^{28}	2.8835×10^{28}	5.1263×10^{28}
	9.02	5.0071×10^{25}	7.2098×10^{25}	1.1265×10^{26}	8.0099×10^{26}	1.8022×10^{27}	3.2039×10^{27}
	15.04	6.4777×10^{24}	9.3274×10^{24}	1.4573×10^{25}	1.0362×10^{26}	2.3315×10^{26}	4.1449×10^{26}
	18.05	3.1225×10^{24}	4.4962×10^{24}	7.0249×10^{24}	4.9951×10^{25}	1.1239×10^{26}	1.9980×10^{26}
(10GeV, 2.5eV)	2.26	5.2040×10^{25}	7.4934×10^{25}	1.1708×10^{26}	8.3249×10^{26}	1.8731×10^{27}	3.3299×10^{27}
	4.51	3.2815×10^{24}	4.7250×10^{24}	7.3825×10^{24}	5.2494×10^{25}	1.1811×10^{26}	2.0997×10^{26}
	9.02	2.0509×10^{23}	2.9531×10^{23}	4.6140×10^{23}	3.2809×10^{24}	7.3819×10^{24}	1.3123×10^{25}
	15.04	2.6533×10^{22}	3.8205×10^{22}	5.9692×10^{22}	4.2444×10^{23}	9.5499×10^{23}	1.6978×10^{24}
	18.05	1.2790×10^{22}	1.8416×10^{22}	2.8774×10^{22}	2.0460×10^{23}	4.6034×10^{23}	8.1839×10^{23}

$$\sigma_0 = \frac{973\alpha^4\omega^6}{10125\pi m^8}. \quad (3.10)$$

Tiếp theo, chúng tôi đưa ra các giá trị số của tỉ số giữa tiết diện tán xạ toàn phần có hiệu ứng radion σ (phương trình 3.5) với σ_0 (phương trình 3.10) tại các giá trị $\langle\phi\rangle$ và năng lượng khác nhau trong Bảng 3.2.

Các kết quả số cho thấy rằng tiết diện toàn phần trong biểu thức (3.5) lớn hơn tiết diện toàn phần trong biểu thức (3.10) từ 1.2790×10^{22} đến 8.1297×10^{29} lần.

Trong hình 3.3, chúng tôi đã vẽ đồ thị độ hao hụt năng lượng ε như một hàm của $\langle\phi\rangle$ với các giá trị khác nhau của m_ϕ . Và Bảng 3.3 dưới đây, chúng tôi trình bày giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ ứng với các giá trị khác nhau của m_ϕ (xem Hình 3.3).



Hình 3. 14: Độ hao hụt năng lượng ε tính theo GeV được biểu diễn như một hàm của $\langle\phi\rangle$. Các đường cong từ trên xuống dưới tương ứng với giá m ϕ tăng từ 1.25, 1.5, 2.5, 5.0 và 10 GeV. Đường nằm ngang tương ứng với giới hạn trên của $\varepsilon \leq 7.288\times 10^{-27}$ GeV.

Bảng 3. 6. Giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ (được xác định từ hình 3.3) ứng với các giá trị khác nhau của m_ϕ .

m_ϕ (GeV)	$\langle\phi\rangle$ (TeV)
1.25	18.05
1.50	15.04
2.50	9.02
5.00	4.51
10.00	2.26

Từ bảng 3.3, chúng ta thấy rằng giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ giảm khi m_ϕ tăng. Trong tài liệu [80], các tác giả đã thiết lập giới hạn dưới cho giá trị kỳ vọng chân không của radion $\langle\phi\rangle = 178$ GeV khi $m_\phi = 30$ MeV thông qua quá trình tán xạ $\gamma_p \gamma_p \xrightarrow{\phi} \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$. Kết quả trên đây chỉ ra rằng $\langle\phi\rangle$ trong nghiên cứu này lớn hơn kết quả trong [80] khoảng 3 bậc độ lớn.

Trong mục này, chúng tôi đã khảo sát ảnh hưởng của hạt radion lên quá trình làm lạnh siêu tân tinh SN1987A. Qua phân tích số liệu, chúng tôi chỉ ra rằng hiệu ứng của radion lên tiết diện tán xạ là khá mạnh. Nói cách khác, tương tác đỉnh giữa radion và plasmon có thể tạo ra các tín hiệu có thể quan sát được. Đặc biệt, chúng ta có thể đo tiết diện của quá trình tán xạ plasmon thông qua trao đổi radion. Từ đó, chúng tôi hy vọng đóng góp gián tiếp vào quá trình tìm kiếm radion. Ngoài ra, với điều kiện Raffelt về độ hao hụt năng lượng $\varepsilon' \leq 7.288 \times 10^{-27}$ GeV, chúng tôi xác định khi $m_\phi = 1.25$ GeV thì giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle = 18.05$ TeV và khi $m_\phi = 10$ GeV, giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle = 2.26$ TeV. Kết quả này của luận án đã được đăng ở tạp chí Indian Journal of Physics đánh dấu sự công nhận của cộng đồng khoa học quốc tế.

Đáng chú ý, trong tài liệu [47] các tác giả đã xét đến khả năng huỷ hạt vật chất tối thành radion hoặc graviton Kaluza-Klein và cho thấy rằng với $10 \text{ TeV} < \Lambda_{IR} < 10^3 \text{ TeV}$, khối lượng vật chất tối vô hướng nằm trong dải $m_{DM} \simeq [0.1 - 10] \text{ TeV}$ là khả thi. Kết quả của chúng tôi cũng như [47] đều rất thú vị do những liên hệ khả dĩ

đến mô hình Randall-Sundrum trong bối cảnh siêu tân tinh SN1987A. Các nghiên cứu mở rộng theo hướng này đang tiếp tục được thực hiện.

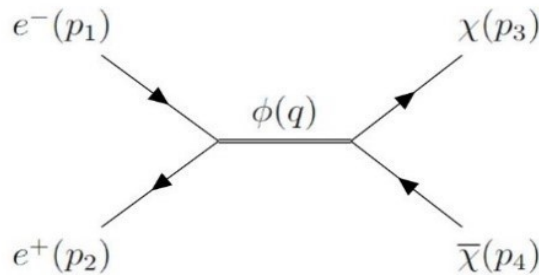
3.2. Hiệu ứng của radion trong quá trình sinh vật chất tối fermion từ va chạm electron-positron

Vật chất tối fermion là một mô hình lý thuyết, giả định vật chất tối được cấu tạo từ các hạt cơ bản loại fermion mang spin bán nguyên. Theo nghiên cứu [59], sử dụng tiêu chuẩn độ sâu quang học cho quá trình truyền tự do của vật chất tối fermion, các tác giả đã xác định giới hạn dưới cho $\Lambda \sim 10^8$ TeV khi khối lượng hạt $m_\chi = 30$ MeV. Còn trong tài liệu [61], khoảng khối lượng của vật chất tối fermion là dưới 50 GeV.

Trong nội dung này, chúng tôi phân tích hiệu ứng của radion lên quá trình sinh hạt vật chất tối fermion trong phản ứng hủy electron-positron (e^+e^-).

3.2.1. Tiết diện tán xạ

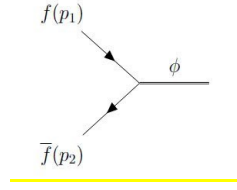
Xây dựng công thức tiết diện tán xạ của quá trình thể hiện ở hình 3.4, trong đó radion đóng vai trò hạt trung gian sinh ra cặp $\chi\bar{\chi}$ khi electron-positron va chạm. Ở đây, χ là vật chất tối fermion.



Hình 3.15. Giản đồ Feynman cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ qua radion

Hàm truyền của radion có dạng:

$$D_\phi = \frac{-i}{q^2 - m_\phi^2 + i\epsilon}. \quad (3.11)$$



Hình 3.16. Đỉnh tương tác radion - fermion - phản fermion

Đỉnh tương tác radion - fermion - phản fermion hình 3.5 là:

$$V_{\phi f \bar{f}} = -\frac{3i}{2\langle\phi\rangle} \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - \frac{8}{3}m_f \right). \quad (3.12)$$

Biên độ cho quá trình này được biểu diễn bởi:

$$M = \bar{v}(p_2) \frac{-3i}{2\langle\phi\rangle} \left[\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - \frac{8}{3}m_e \right] u(p_1) \frac{-i}{q^2 - m_\phi^2 + i\varepsilon} \\ \times \bar{u}_\chi(p_3) \frac{-3i}{2\langle\phi\rangle} \left[-\hat{p}_3 + \hat{p}_4 - \frac{8}{3}m_\chi \right] v_\chi(p_4). \quad (3.13)$$

Bình phương phân tử ma trận là:

$$|M|^2 = \frac{784 m_e^2 m_\chi^2}{(q^2 - m_\phi^2)^2 \langle\phi\rangle^2} [(p_2 \cdot p_1) - m_e^2][(p_3 \cdot p_4) - m_\chi^2]. \quad (3.14)$$

Trong hệ khối tâm, các xung lượng bốn chiều được xác định như sau:

$$p_1 = (E, \vec{p}), \quad p_2 = (E, -\vec{p}), \quad p_3 = (E, \vec{k}), \quad p_4 = (E, -\vec{k}), \quad (3.15)$$

$$q^2 = (p_1 + p_2)^2 = 4E^2 = s.$$

Do đó:

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{s}{2} - m_e^2, \quad p_3 \cdot p_4 = \frac{s}{2} - m_\chi^2.$$

Độ lớn xung lượng ba chiều là:

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{s}}{2} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s}}, \quad |\vec{k}| = \frac{\sqrt{s}}{2} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}}. \quad (3.16)$$

Tiết diện vi phân của quá trình là:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{49}{36} \frac{m_e^2 m_\chi^2}{\pi^2 s \langle \phi \rangle^2} \frac{|\vec{k}|}{|\vec{p}|} \frac{1}{(q^2 - m_\phi^2)^2} [(p_2 \cdot p_1) - m_e^2][(p_3 \cdot p_4) - m_\chi^2] \quad (3.17)$$

hay:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{49}{144\pi^2 \langle \phi \rangle^2} \frac{m_e^2 m_\chi^2}{(s - m_\phi^2)^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}} (s - 2m_\chi^2) \quad (3.18)$$

Từ đó ta thu được tiết diện toàn phần là:

$$\sigma = \frac{49}{36\pi \langle \phi \rangle^2} \frac{m_e^2 m_\chi^2}{(s - m_\phi^2)^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}} (s - 2m_\chi^2) \quad (3.19)$$

3.2.2. Độ hao hụt năng lượng

Đối với siêu tân tinh ở nhiệt độ $T = 30$ MeV, áp dụng công thức (2.40) ở mục 2.2 chương 2 cho hai hạt vào là fermion và phản hạt fermion, hai hạt ra là fermion và phản hạt fermion, độ hao hụt năng lượng $\dot{\epsilon}$ có công thức là:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{m_1/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_2/T}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_1/T} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_2/T} + 1} \\ &\times \frac{1}{8\pi} \frac{1}{2} \frac{e^{x_1 + x_2 - \frac{\mu_3 + \mu_4}{T}}}{[e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_3}{T}} + 1][e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_4}{T}} + 1]} \int_0^\pi |M|^2 \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (3.20)$$

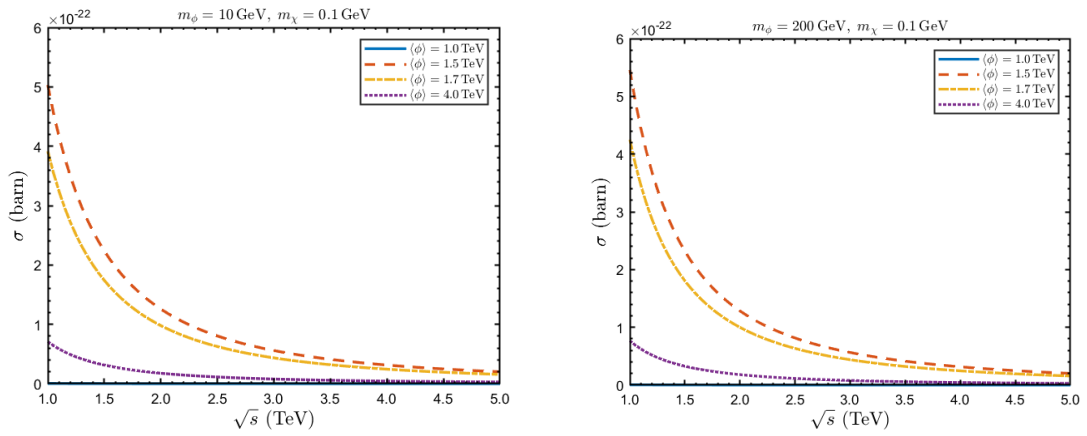
Với $\rho_{SN} = 10^{15} \text{ g/cm}^3$ là mật độ của lõi siêu tân tinh, $m_e, m_\chi, \mu_e, \mu_\chi$ lần lượt là khối lượng và thế hóa học của electron và hạt vật chất tối fermion, sau khi biến đổi ta thu được biểu thức độ hao hụt năng lượng của quá trình $e^+ e^- \rightarrow \chi \bar{\chi}$ là:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{49 T^4 m_e^2 m_\chi^2}{32 \pi^2 \rho_{SN} \langle \phi \rangle^2} \int_{m_e/T}^{\infty} \int_{m_{e^+}/T}^{\infty} \frac{\sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_{e^+}}{T}\right)^2} e^{x_1 + x_2 - (\mu_\chi + \mu_{\bar{\chi}})/T}}{(e^{x_1 - \mu_e/T} + 1)(e^{x_2 - \mu_{e^+}/T} + 1)} \\ &\times \frac{1}{(e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_\chi/T} + 1)(e^{(x_1 + x_2)/2 - \mu_{\bar{\chi}}/T} + 1)} \left[\frac{(x_1 + x_2)^2 T^2}{2} - 2m_e^2 \right] \\ &\times \left[\frac{(x_1 + x_2)^2 T^2}{2} - 2m_\chi^2 \right] \frac{dx_1 dx_2}{[(x_1 + x_2)^2 T^2 - m_\phi^2]^2}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

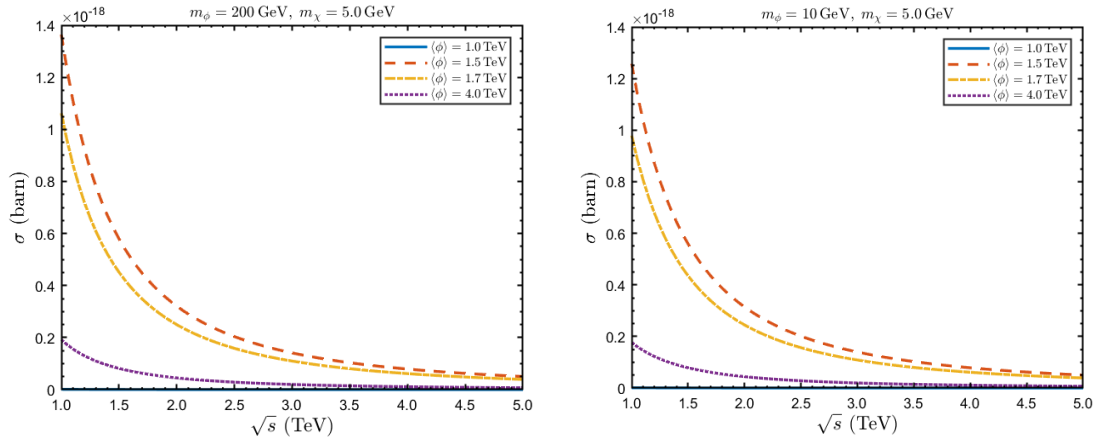
3.2.3. Các kết quả tính số và thảo luận

Bây giờ, ta thực hiện phân tích số cho tiết diện tán xạ toàn phần và độ hao hụt năng lượng của quá trình ở công thức (3.19) và (3.21). Từ các tài liệu [30, 59, 68, 78], lấy $m_e = 0.511$ MeV, $m_\phi = 10$ GeV, 200 GeV, $m_\chi = 0.1 - 10$ GeV và $\langle\phi\rangle = 1.0, 1.5, 1.7, 4.0$ TeV là bộ tham số đầu vào.

Hình dưới trình bày sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ toàn phần σ vào năng lượng khối tâm \sqrt{s} với các giá trị khác nhau của $\langle\phi\rangle$ và m_χ .

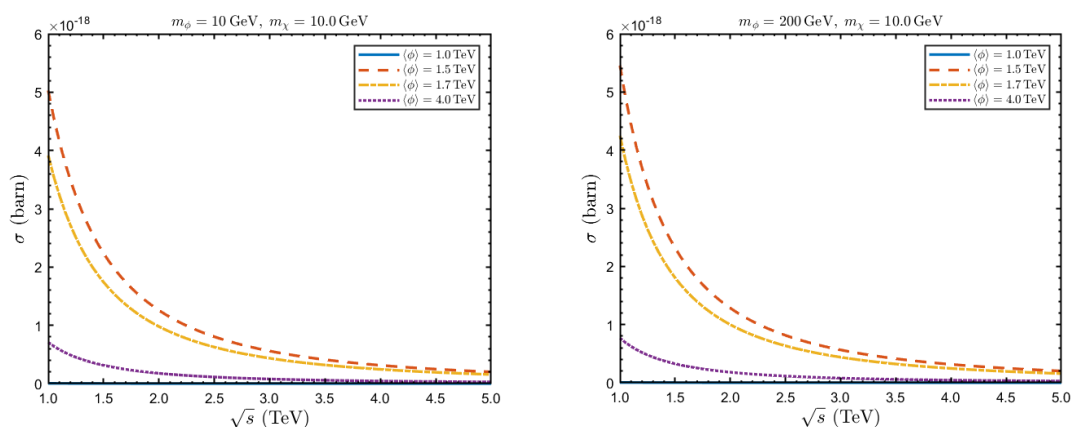


Hình 3.17. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây, lấy $m_\chi = 0.1$ GeV

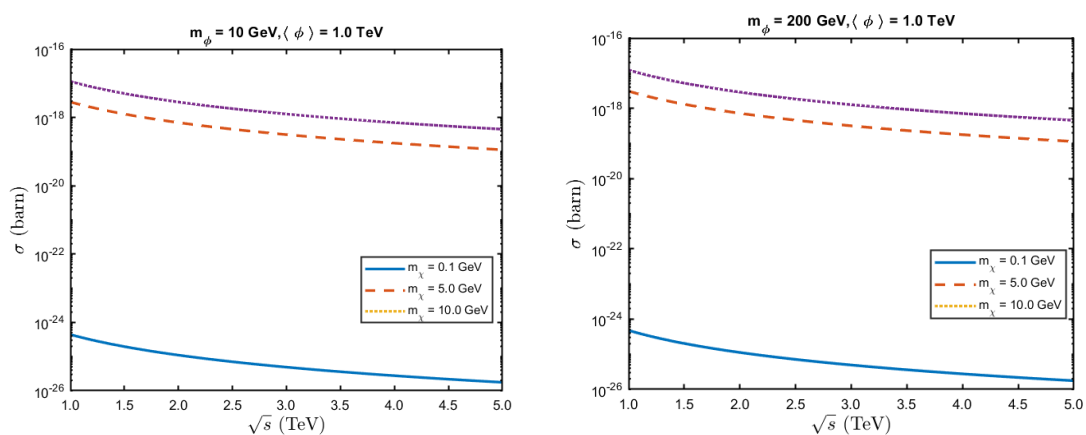


Hình 3.18. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây, lấy $m_\chi = 5.0$ GeV

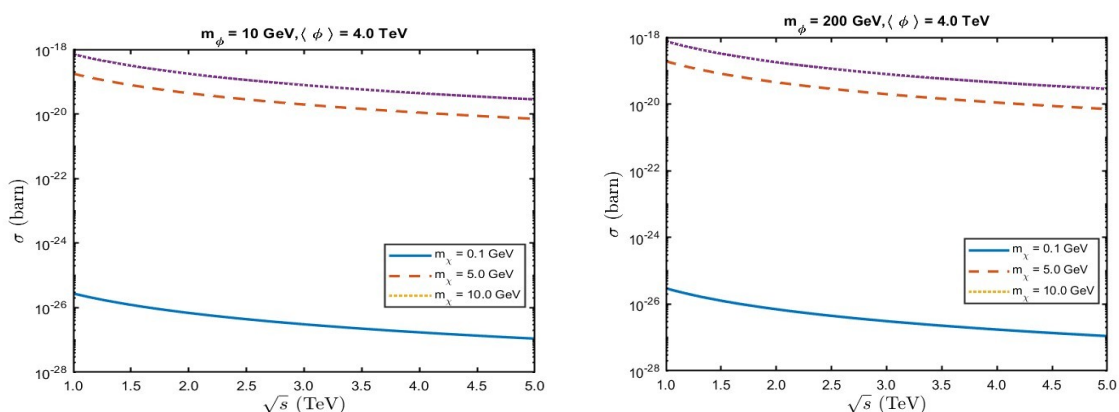
Tiếp theo, chúng tôi trình bày sự biến thiên của σ theo \sqrt{s} với $m_\chi = 10$ GeV, m_ϕ và $\langle\phi\rangle$ thay đổi (hình 3.8) và với m_ϕ, m_χ thay đổi khi $\langle\phi\rangle = 1$ TeV (hình 3.9), và $\langle\phi\rangle = 4$ TeV (hình 3.10).



Hình 3.19. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây, lấy $m_\chi = 10$ GeV



Hình 3.20. Tiết diện tán xạ toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc vào năng lượng tán xạ. Ở đây, $\langle \phi \rangle = 1.0$ TeV.



Hình 3.21. Tiết diện tán xạ toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc vào năng lượng tán xạ. Ở đây, $\langle \phi \rangle = 4.0$ TeV.

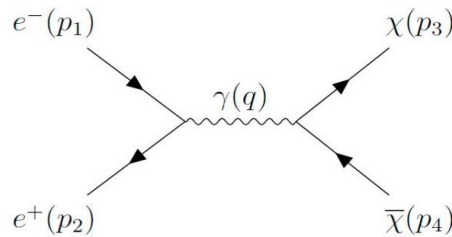
Chúng tôi đưa ra các giá trị số của sự biến thiên tiết diện tán xạ toàn phần theo hàm của m_χ với $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$ và $\langle\phi\rangle = 1.0 \text{ TeV} - 4.0 \text{ TeV}$ ở bảng 3.4.

Bảng 3.7. Sự biến thiên tiết diện tán xạ toàn phần theo hàm của m_χ với $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$

$m_\chi(\text{GeV})$	$\sigma(\text{barn})$			
	$\langle\phi\rangle = 1.0\text{TeV}$	$\langle\phi\rangle = 1.5\text{TeV}$	$\langle\phi\rangle = 1.7\text{TeV}$	$\langle\phi\rangle = 4.0\text{TeV}$
0.10	4.4023×10^{-25}	1.9566×10^{-25}	1.5233×10^{-25}	2.7514×10^{-26}
0.50	1.1006×10^{-23}	4.8914×10^{-24}	3.8082×10^{-24}	6.8785×10^{-25}
1.00	4.4022×10^{-23}	1.9566×10^{-23}	1.5233×10^{-23}	2.7514×10^{-24}
2.00	1.7609×10^{-22}	7.8261×10^{-23}	6.0930×10^{-23}	1.1005×10^{-23}
3.00	3.9619×10^{-22}	1.7608×10^{-22}	1.3709×10^{-22}	2.4762×10^{-23}
5.00	1.1005×10^{-21}	4.8909×10^{-22}	3.8078×10^{-22}	6.8779×10^{-23}
7.00	2.1567×10^{-21}	9.5853×10^{-22}	7.4626×10^{-22}	1.3479×10^{-22}
10.00	4.4005×10^{-21}	1.9558×10^{-21}	1.5227×10^{-21}	2.7503×10^{-22}

Kết quả bảng 3.4 cho thấy giá trị tiết diện tán xạ thay đổi từ 2.75×10^{-26} barn tới 4.40×10^{-21} barn.

Tương tự như trên, chúng tôi xác định tiết diện vi phân và toàn phần cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ qua tương tác photon. Giản đồ Feynman cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ qua trao đổi photon xem hình 3.11.



Hình 3.22. Giản đồ Feynman quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ thông qua trao đổi photon

Từ tiết diện vi phân của quá trình thông qua trao đổi photon theo [59]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{16\pi s} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}} \times \left[\mu_\chi^2 (s(1 - \cos^2 \theta) + 4m_\chi^2(1 + \cos^2 \theta)) + d_\chi^2(1 - \cos^2 \theta)(s - 4m_\chi^2) \right], \quad (3.22)$$

ta tính được tiết diện tán xạ toàn phần là:

$$\sigma_\gamma = \frac{\alpha}{6s} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}} \left[\mu_\chi^2 (s + 8m_\chi^2) + d_\chi^2 (s - 4m_\chi^2) \right] \quad (3.23)$$

Tỉ số tiết diện toàn phần có hiệu ứng radion so với của photon là:

$$\frac{\sigma}{\sigma_\gamma} = \frac{49 \times 137}{6} \frac{m_e^2 m_\chi^2 (s - 4m_\chi^2) s}{\pi \langle \phi \rangle^2 (s - m_\phi^2)^2 \left[\mu_\chi^2 (s + 8m_\chi^2) + d_\chi^2 (s - 4m_\chi^2) \right]} \quad (3.24)$$

Từ công thức (3.24), chúng tôi thu được tỉ số tại các mức năng lượng khác nhau trong Bảng 3.5.

Bảng 3.8. Tỉ số giữa tiết diện tán xạ toàn phần có hiệu ứng radion so với trường hợp chỉ có photon. Ở đây, $\mu_\chi = d_\chi = \frac{1}{3.3 \times 10^{12}}$, $m_\phi = 10$ GeV, $\sqrt{s} = 1 - 4$ TeV, $\langle \phi \rangle = 1$ TeV, $m_\chi = 0.1$ GeV, 5 GeV, 10 GeV, $m_e = 0.511$ MeV.

$m_\chi (GeV)$	σ/σ_γ			
	$\sqrt{s} = 1.0$ TeV	$\sqrt{s} = 1.5$ TeV	$\sqrt{s} = 1.7$ TeV	$\sqrt{s} = 4.0$ TeV
0.10	5.0652×10^6	2.2509×10^6	1.7524×10^6	3.1652×10^5
5.00	1.2661×10^{10}	5.6270×10^9	4.3809×10^9	7.9128×10^8
10.00	5.0622×10^{10}	2.2503×10^{10}	1.7521×10^{10}	3.1650×10^9

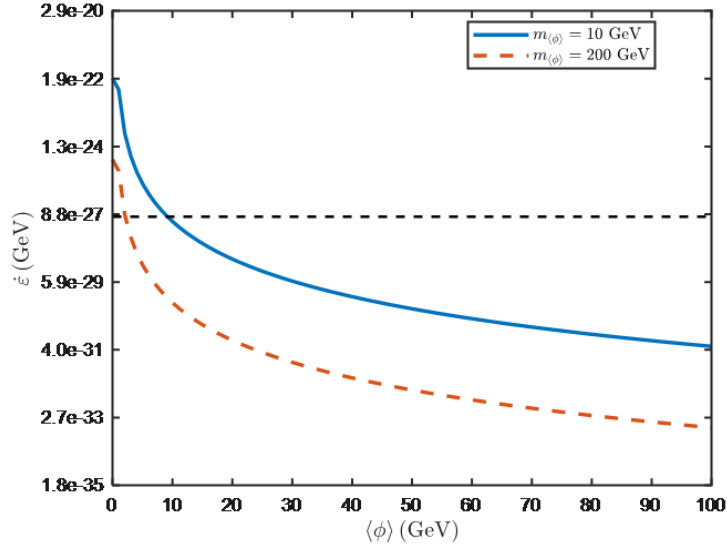
Kết quả cho thấy tiết diện tán xạ thông qua trao đổi radion có thể lớn hơn trao đổi photon từ 5 đến 10 bậc độ lớn, điều này cho thấy tín hiệu thu nhận của quá trình có đóng góp của radion (nếu có) sẽ mạnh hơn khi không có radion.

Cuối cùng, trong hình 3.12, chúng tôi đã biểu diễn độ hao hụt năng lượng ε' như một hàm của $\langle \phi \rangle$ đối với các giá trị khác nhau của m_ϕ .

Bảng 3.6 dưới đây chúng tôi đưa ra giới hạn dưới của kì vọng chân không $\langle \phi \rangle$ ứng với các giá trị khối lượng radion m_ϕ thu được từ hình 3.12.

Bảng 3.9. Giới hạn dưới của $\langle \phi \rangle$ ứng với các giá trị khác nhau của m_ϕ

$m_\phi (GeV)$	$\langle \phi \rangle (GeV)$
10	9.18
200	2.13



Hình 3.23. Độ hao hụt năng lượng $d\varepsilon/dt$ (GeV) theo $\langle\phi\rangle$. Đường trên cùng ứng với $m_\phi = 10.0$ GeV, đường dưới $m_\phi = 200$ GeV. Đường ngang là mức giới hạn $\varepsilon \leq 7.288 \times 10^{-27}$ GeV.

Trong nghiên cứu của [80], giá trị $\langle\phi\rangle$ nằm trong khoảng 2.10 - 406.91 GeV. Như vậy, kết quả nghiên cứu của chúng tôi cũng nằm trong khoảng dữ liệu này. Theo [17], thử nghiệm XENON10 đã loại trừ các tiết diện lớn hơn $7.10^{-42} \text{ cm}^2 = 7.10^{-3} \text{ fb}$ cho khối lượng vật chất tối $m_\chi = 7$ GeV. Tiết diện tán xạ trong nghiên cứu này cùng bậc với các kết quả đó, nghĩa là nếu tiến hành đo ở vùng năng lượng $\sqrt{s} = 1.0 \text{ TeV} - 4.0 \text{ TeV}$ thì quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ hoàn toàn có thể phát hiện được. Thú vị là với điều kiện $\varepsilon \leq 7.288 \times 10^{-27} \text{ GeV}$ và m_ϕ thay đổi từ 10 GeV đến 200 GeV, giới hạn dưới cho $\langle\phi\rangle$ giảm từ 9.18 GeV xuống 2.13 GeV.

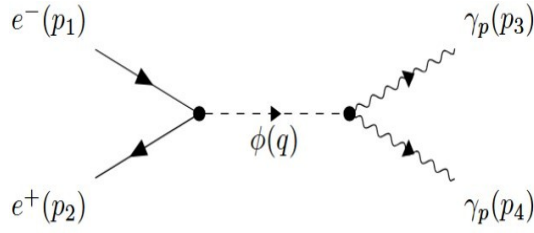
Nghiên cứu này còn có thể mở rộng cho các quá trình tán xạ khác, ví dụ $e^+e^- \rightarrow \phi\phi$ với ϕ là vật chất tối vô hướng, hoặc tán xạ qua photon tối.

3.3. Hiệu ứng của radion trong sự sinh plasmon từ va chạm electron và positron

3.3.1. Tiết diện tán xạ

Trong mục này, chúng tôi khảo sát cách các tương tác của radion có thể bị ràng buộc thông qua quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$, trong đó γ_p là plasmon.

Quá trình được mô tả bởi giản đồ Feynman trong Hình 3.13.



Hình 3.24. Giản đồ Feynman cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ qua trao đổi radion.

Đỉnh tương tác của $e^-(p_1) - e^+(p_2) - \phi(q)$ dạng:

$$-\frac{3i}{2\langle\phi\rangle} \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - \frac{8}{3}m_e \right). \quad (3.25)$$

Hàm truyền của radion spin 0 là:

$$D_\phi(q) = \frac{-i}{q^2 - m_\phi^2 + i\varepsilon}. \quad (3.26)$$

Bình phương biên độ tán xạ tính được theo quy tắc Feynman là:

$$\overline{|M|^2} = \frac{4m_e^2 m_A^4}{\langle\phi\rangle^4 (q^2 - m_\phi^2)^2} [(p_1 \cdot p_2) - m_e^2] \left(3 + \frac{4E^4}{m_A^4} - \frac{4E^2}{m_A^2} \right). \quad (3.27)$$

Trong hệ khối tâm, tổng xung lượng của các hạt bằng không:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = 0. \quad (3.28)$$

Xung lượng bốn chiều của các hạt được viết lại là:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, \vec{p}), & p_2 &= (E_2, -\vec{p}), \\ p_3 &= (E_3, \vec{p}'), & p_4 &= (E_4, -\vec{p}'). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng - xung lượng, ta có:

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4 = q^2 = \sqrt{s}, \quad (3.30)$$

với mỗi hạt i , ta có liên hệ $E_i^2 = |\vec{p}_i|^2 + m_i^2$. Từ đó, ta thu được:

$$p_1 \cdot p_2 = E_1 E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 = E_1 E_2 + p^2 = \frac{s - 2m_e^2}{2}. \quad (3.31)$$

Tiếp theo, ta thu được tiết diện vi phân của quá trình là:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}'|}{|\vec{p}|} \frac{1}{|M|^2} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_A^2}{s}}} \frac{4}{\langle\phi\rangle^4} \frac{m_e^2 m_A^4}{(s - m_\phi^2)^2} \times \frac{(s - 4m_e^2)}{2} \left[2 + \left(1 - \frac{s}{2m_A^2} \right)^2 \right]. \quad (3.32)$$

Từ đó ta tính được tiết diện tán xạ toàn phần dạng:

$$\sigma = \frac{m_e^2 m_A^4}{8\pi \langle\phi\rangle^4 s (s - m_\phi^2)^2} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_A^2}{s}}} (s - 4m_e^2) \left[2 + \left(1 - \frac{s}{2m_A^2} \right)^2 \right] \quad (3.33)$$

3.3.2. Độ hao hụt năng lượng

Áp dụng công thức (2.57) ở mục 2.3 chương 2, tính độ hao hụt năng lượng cho quá trình tán xạ một hạt fermion và một phản hạt fermion thành hai boson cùng khối lượng, ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \int_{m_1/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_2/T}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_1/T} + 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_2/T} + 1} \\ &\times \frac{1}{8\pi} \frac{1}{2} \frac{e^{x_1 + x_2 - \frac{\mu_3 + \mu_4}{T}}}{\left[e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_3}{T}} - 1 \right] \left[e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_4}{T}} - 1 \right]} \int_0^\pi \overline{|M|^2} \sin\theta d\theta. \end{aligned} \quad (3.34)$$

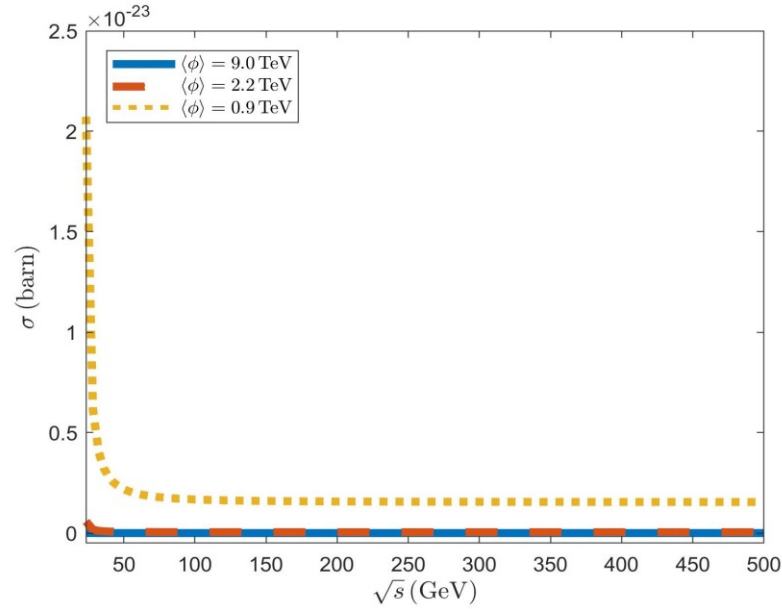
Sau một số phép biến đổi, biểu thức (3.35) tính độ hao hụt năng lượng của quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{m_e^2 m_A^4 T^4}{64\pi^5 \rho_{SN} \langle\phi\rangle^4} \int_{m_e/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_e/T}^{\infty} dx_2 \frac{\sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2}}{\left(e^{x_1 - \mu_e/T} + 1 \right) \left(e^{x_2 + \mu_e/T} + 1 \right)} \\ &\times \frac{e^{x_1 + x_2 - \frac{2\mu_A}{T}}}{\left(e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_A}{T}} - 1 \right)^2} \end{aligned}$$

$$\times \frac{[(x_1 + x_2)^2 T^2 - 4m_e^2]}{[(x_1 + x_2)^2 T^2 - m_\phi^2]^2} \left[2 + \left(1 - \frac{T^2(x_1 + x_2)^2}{2m_A^2} \right)^2 \right]. \quad (3.35)$$

3.3.3. Các kết quả tính số và thảo luận

Sau đây ta xử lý số cho tiết diện tán xạ và năng lượng hao hụt của quá trình với các giá trị khác nhau của $(m_\phi, \langle \phi \rangle)$. Dựa vào tài liệu [11, 43, 78], chúng tôi chọn $m_\phi = 0.05 - 50$ GeV, $\langle \phi \rangle = 0.001 - 9.0$ TeV, $m_A = 19$ MeV, $T = 30$ MeV, $\rho_{SN} = 10^{15}$ g/cm³ là bộ tham số đầu vào. Trong hình dưới trình bày sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} với ba giá trị của $\langle \phi \rangle$ với $m_\phi = 20$ GeV.



Hình 3.25. Tiết diện tán xạ toàn phần do đóng góp của radion phụ thuộc năng lượng tán xạ \sqrt{s} với $m_\phi = 20$ GeV.

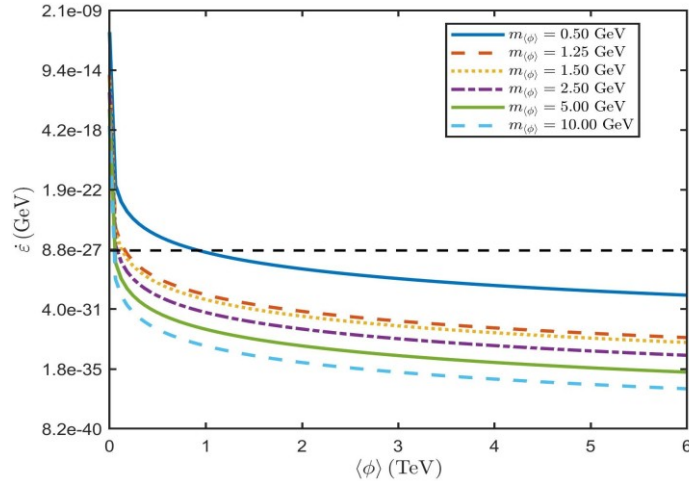
Đồ thị cho thấy tiết diện tán xạ giảm nhanh khi \sqrt{s} dưới 50 GeV, sau đó tiết diện tán xạ toàn phần giảm chậm ở vùng năng lượng \sqrt{s} cao, xác suất tương tác giữa các hạt vào gần như nhau ở cùng điều kiện tham số.

Trong bảng 3.7 dưới đây, chúng tôi chỉ ra kết quả tính số của tiết diện tán xạ toàn phần có radion tham gia vào quá trình.

Bảng 3. 10. Sự biến thiên tiết diện tán xạ toàn phần theo hàm của m_ϕ với $\sqrt{s} = 1$ TeV.

m_ϕ (GeV)	σ (barn)		
	$\langle\phi\rangle = 9.0$ TeV	$\langle\phi\rangle = 2.2$ TeV	$\langle\phi\rangle = 0.9$ TeV
0.05	1.542×10^{-28}	4.318×10^{-26}	1.542×10^{-24}
0.10	1.542×10^{-28}	4.318×10^{-26}	1.542×10^{-24}
5.00	1.542×10^{-28}	4.319×10^{-26}	1.542×10^{-24}
20.0	1.543×10^{-28}	4.322×10^{-26}	1.543×10^{-24}
50.0	1.550×10^{-28}	4.340×10^{-26}	1.550×10^{-24}
m_ϕ (GeV)	σ (barn)		
	$\langle\phi\rangle = 0.1$ TeV	$\langle\phi\rangle = 0.05$ TeV	$\langle\phi\rangle = 0.005$ TeV
0.05	1.012×10^{-20}	1.619×10^{-19}	1.619×10^{-15}
0.10	1.012×10^{-20}	1.619×10^{-19}	1.619×10^{-15}
5.00	1.012×10^{-20}	1.619×10^{-19}	1.619×10^{-15}
20.0	1.012×10^{-20}	1.620×10^{-19}	1.620×10^{-15}
50.0	1.017×10^{-20}	1.627×10^{-19}	1.627×10^{-15}

Tiếp theo, luận án khảo sát độ hao hụt năng lượng của quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ trao đổi radion. Trong hình 3.15, chúng tôi biểu diễn độ hao hụt năng lượng theo giá trị kỳ vọng chân không của radion với các giá trị khác nhau của $m_\phi = 0.5 - 10$ GeV.



Hình 3.26. Độ hao hụt năng lượng ϵ theo $\langle\phi\rangle$. Đường ngang là mức giới hạn $\epsilon = 7.288 \times 10^{-27}$ GeV.

Bảng 3.8 cho giới hạn dưới của các giá trị của $\langle\phi\rangle$ ứng với các giá trị m_ϕ với điều kiện trên của $\epsilon = 7.288 \times 10^{-27}$ GeV.

Bảng 3.11. Giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ ứng với các giá trị của m_ϕ .

m_ϕ (GeV)	0.50	1.00	1.25	1.50	2.50	5.00	10.00
$\langle\phi\rangle$ (GeV)	926.69	206.37	159.88	129.62	79.06	56.03	49.45

Kết quả từ bảng 3.8 cho thấy ngưỡng dưới của giá trị kỳ vọng chân không $\langle\phi\rangle$ giảm khi m_ϕ tăng. Khi $m_\phi = 0.5$ GeV thì ngưỡng dưới của $\langle\phi\rangle$ cỡ 926.69 GeV và khi $m_\phi = 10$ GeV thì ngưỡng dưới của $\langle\phi\rangle$ cỡ 49.45 GeV. Đáng chú ý, theo Pransanta Kumar Das et al. [80] tìm được giá trị biên dưới của $\langle\phi\rangle = 197$ GeV cho $m_\phi = 50$ MeV và của $\langle\phi\rangle = 407$ GeV cho $m_\phi = 100$ MeV trong quá trình $\gamma_p \gamma_p \xrightarrow{\phi} \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ trao đổi radion. Như vậy kết quả của chúng tôi có thể lớn gấp 2 lần kết quả này. Kết quả này đã được nhận đăng ở tạp chí khoa học tự nhiên và công nghệ - Đại học Thủ đô (Hanoi Metropolitan University, Natural Science and Technology).

3.4. Kết luận chương 3

Chương 3 tập trung phân tích vai trò của hạt radion trong quá trình làm mát sao ở vụ nổ siêu tân tinh SN1987A trong mô hình Randall-Sundrum. Dựa trên các kênh tương tác khác nhau, chương này đánh giá mức đóng góp của radion vào tốc độ tán xạ và tốc độ mất năng lượng của lõi siêu tân tinh, từ đó rút ra các ràng buộc tham số của mô hình phù hợp với dữ liệu quan sát SN1987A.

Nội dung mục 3.1 tập trung khảo sát khả năng giới hạn giá trị VEV radion thông qua quá trình $\gamma_p \gamma_p \rightarrow \gamma_p \gamma_p$ (trong đó γ_p là plasmon). Ngoài ra, chúng tôi chỉ ra rằng hiệu ứng của radion có thể trở nên mạnh mẽ trong vùng năng lượng phù hợp và tiết diện tán xạ đạt tới giá trị 5.91 pb. Đây là kết quả mới có ích trong việc phát hiện sự tồn tại của radion. Trong vật lý thiên văn, SN1987A là nguồn neutrino đã được quan sát; đồng thời được sử dụng để ràng buộc khả năng phát axion, radion và các hạt yếu khác trong các Mô hình chuẩn mở rộng.

Kết quả mục 3.2 cho thấy giá trị tiết diện tán xạ $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$ thông qua trao đổi radion thay đổi từ 2.75×10^{-26} barn tới 4.40×10^{-21} barn và lớn hơn σ trao đổi photon từ 5 đến 10 bậc độ lớn, điều này cho thấy tín hiệu thu nhận của quá trình có đóng góp của radion (nếu có) sẽ mạnh hơn khi không có radion. Với điều kiện $\epsilon \leq 7.288 \times 10^{-27}$ GeV và m_ϕ thay đổi từ 10 GeV đến 200 GeV, giới hạn dưới cho VEV $\langle\phi\rangle$ giảm từ 9.18 GeV xuống 2.13 GeV.

Nội dung mục 3.3 đưa ra giá trị tiết diện tán xạ toàn phần của quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ có hiệu ứng của hạt radion tăng từ 1.542×10^{-28} barn đến 1.017×10^{-12} barn. Khi $m_\phi = 0.5$ GeV thì ngưỡng dưới của $\langle\phi\rangle$ cỡ 926.69 GeV và khi $m_\phi = 10$ GeV thì ngưỡng dưới của $\langle\phi\rangle$ cỡ 49.45 GeV. Đáng chú ý, theo Pransanta Kumar Das et al. [80] tìm được giá trị biên dưới của $\langle\phi\rangle = 197$ GeV cho $m_\phi = 50$ MeV và của $\langle\phi\rangle = 407$ GeV cho $m_\phi = 100$ MeV trong quá trình $\gamma_p\gamma_p \xrightarrow{\phi} \nu_\tau\bar{\nu}_\tau$. Như vậy kết quả của chúng tôi lớn gấp đôi lần kết quả này. Vì vậy, đây là đánh giá chính xác hơn.

Các kết quả tiết diện tán xạ toàn phần của cả ba quá trình đều nằm trong khoảng femto barn - picobarn. Trong khi, thang bậc tiết diện để phát hiện hạt trong các thí nghiệm thường trải rộng nhiều bậc độ lớn, từ picobarn đến femtobarn (1 picobarn = 10^{-12} barn, 1 femtobarn = 10^{-15} barn) đối với các thí nghiệm máy gia tốc điển hình. Chẳng hạn, tiết diện sản sinh hạt Higgs tại LHC ở khoảng 10 fb. Như vậy, tiết diện tán xạ cho quá trình tán xạ plasmon-plasmon, electron-positron thông qua trao đổi radion hoàn toàn có thể phát hiện được. Đồng thời, các kết quả số về ngưỡng giới hạn dưới của kì vọng chân không của radion $\langle\phi\rangle$ có thể là sự ràng buộc quan trọng cho việc tìm kiếm radion ở cả 3 kênh tính toán trong chương 3. Đây là cơ sở mang lại những ý nghĩa quan trọng cho việc tìm kiếm radion và đã được đăng bài ở cả tạp chí trong nước và quốc tế.

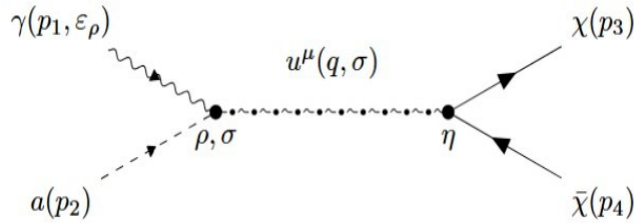
CHƯƠNG 4. ĐÓNG GÓP CỦA U-HẠT VÀO CÁC QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC

Trong chương này, luận án sẽ trình bày sự đóng góp của u-hạt vào quá trình tương tác có sự tham gia của hạt tựa axion và quá trình hủy cặp electron - positron kinh điển. Trước hết, luận án xây dựng biểu thức biên độ tán xạ, tiết diện tán xạ toàn phần và độ hao hụt năng lượng của quá trình tán xạ. Sau đó, tính số và nhận xét kết quả tiết diện tán xạ, so sánh với quá trình không có sự đóng góp của u-hạt/ đánh giá số độ hao hụt năng lượng của quá trình tương tác. Hai phần của chương 4 được đăng bài ở tạp chí Communications in Physics với tiêu đề “Unparticle effects on Dark Matter production from photon and axion-like” và tạp chí VNU Journal of Science: Mathematics - Physics với tiêu đề “Unparticle effects on plasmon production from electron-positron annihilation in SN 1987A”.

4.1. Quá trình sinh vật chất tối fermion từ photon và hạt tựa axion

4.1.1. Tiết diện tán xạ

Giản đồ Feynman của quá trình tương tác được mô tả: 4.1.



Hình 4.5. Giản đồ Feynman cho quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ trao đổi u-hạt.

Hàm Lagrangian của đỉnh tương tác $V(\gamma(p_1, \rho) - a(p_2) - u(q, \sigma))$ cho bởi:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{C_3}{\Lambda_U^{d_u}} \phi_a F_{\mu\nu} \partial^\mu O_u^\nu + \frac{C_4}{\Lambda_U^{d_u}} \phi_a \tilde{F}_{\mu\nu} \partial^\mu O_u^\nu, \quad (4.1)$$

trong đó

$$A = \frac{C_3}{\Lambda_U^{d_u}} \quad B = \frac{C_4}{\Lambda_U^{d_u}}, \quad (4.2)$$

ϕ_a là trường axion, O_u là toán tử u-hạt có thứ nguyên tỉ lệ d_U , Λ_U là thang năng lượng đặc trưng của u-hạt, C_3, C_4 là hằng số tương tác không thứ nguyên. Định tương tác của quá trình có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \mathcal{L}_{\text{int}}}{\partial \phi_a \partial A_\rho \partial O_u^\sigma} &= A \left(-p_{1\mu} \delta_\nu^\rho + p_{1\nu} \delta_\mu^\rho \right) q^\mu \delta_\sigma^\nu + B \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (-p_1^\alpha) g^{\rho\beta} q^\mu \delta_\sigma^\nu \\ &= \left[A(-p_1 \cdot q) \delta_\sigma^\rho + p_{1\sigma} q^\rho + B \varepsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} p_1^\alpha g^{\rho\beta} q^\mu \right]. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Theo quy tắc feynman có biên độ tán xạ là:

$$\begin{aligned} iM &= \varepsilon_\rho \left\{ A[-(p_1 \cdot q) \delta_\sigma^\rho + p_{1\sigma} q^\rho] + B \varepsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} p_1^\alpha g^{\rho\beta} q^\mu \right\} \frac{iA_{d_u}}{2 \sin(d_u \pi)} (-g^{\sigma\eta}) \\ &\quad \times (-q^2 - i\varepsilon)^{d_u-2} \bar{u}(p_3) (C_1 \gamma_\eta + C_2 \gamma_\eta \gamma_5) \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}} v(p_4) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} iM &= \varepsilon_\rho \left\{ A[-(p_1 \cdot q) \delta_\sigma^\rho + p_{1\sigma} q^\rho] + B \varepsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} p_1^\alpha g^{\rho\beta} q^\mu \right\} i \frac{A_{d_u}}{2 \sin(d_u \pi)} \\ &\quad \times (-1) (-q^2 - i\varepsilon)^{d_u-2} \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}} \bar{u}(p_3) (C_1 \gamma^\sigma + C_2 \gamma^\sigma \gamma_5) v(p_4), \end{aligned} \quad (4.5)$$

trong đó hệ số C_1, C_2 xuất hiện ở đỉnh tương tác $u\chi\chi^-$; C_3, C_4 xuất hiện ở đỉnh tương tác $u\alpha\gamma$ và

$$A_{d_u} = \frac{16 \pi^{5/2}}{(2\pi)^{2d_u}} \frac{\Gamma(d_u + \frac{1}{2})}{\Gamma(d_u - 1) \Gamma(2d_u)}. \quad (4.6)$$

Sau khi tính toán, sẽ thu được bình phương biên độ tán xạ có dạng:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= -D^2 \left\{ 4 \left[|A|^2 (2(|C_1|^2 + |C_2|^2)) + 2|B|^2 (|C_1|^2 - |C_2|^2) \right] \left[(q \cdot p_1)(p_1 \cdot p_3)(q \cdot p_4) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (q \cdot p_1)(p_1 \cdot p_4)(q \cdot p_3) \right] - 12|A|^2 |C_2|^2 (q \cdot p_1)^2 (p_3 \cdot p_4) \right. \\ &\quad \left. - 8 \left[|A|^2 (|C_1|^2 + |C_2|^2) + |B|^2 (|C_1|^2 - |C_2|^2) \right] s(p_1 \cdot p_3)(p_1 \cdot p_4) \right\}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

ở đây, A, B trong công thức (4.2, 4.8) và:

$$D = \frac{d_u}{2 \sin(d_u \pi)} (-1) (-q^2 - i\varepsilon)^{d_u-2} \frac{1}{\Lambda_u^{d_u-1}}. \quad (4.8)$$

Trong hệ quy chiếu khối tâm, xung lượng bốn chiều được định nghĩa là:

$$p_1 = (E_1, \vec{p}), \quad p_2 = (E_2, -\vec{p}), \quad p_3 = (E, \vec{k}), \quad p_4 = (E, -\vec{k}), \quad (4.9)$$

$$E_1 \simeq E, \quad E_2 \simeq E. \quad (4.10)$$

Như vậy:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 = q^2 = 4E^2, \quad (4.11)$$

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{s}}{2} \sqrt{1 - \frac{4m_a^2}{s}}, \quad |\vec{k}| = \frac{\sqrt{s}}{2} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}}, \quad (4.12)$$

ở đây \sqrt{s} là năng lượng tán xạ, m_a và m_χ lần lượt là khối lượng của hạt tựa axion và vật chất tối fermion. Từ đó ta có:

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{s}{2} \left(1 - \frac{2m_a^2}{s} \right), \quad (4.13)$$

$$p_3 \cdot p_4 = \frac{s}{2} \left(1 - \frac{2m_\chi^2}{s} \right), \quad (4.14)$$

$$p_1 \cdot p_3 = p_2 \cdot p_4 = \frac{s}{4} \left[1 - \sqrt{\left(1 - \frac{4m_a^2}{s} \right) \left(1 - \frac{4m_\chi^2}{s} \right)} \cos \theta \right], \quad (4.15)$$

$$p_1 \cdot p_4 = p_2 \cdot p_3 = \frac{s}{4} \left[1 + \sqrt{\left(1 - \frac{4m_a^2}{s} \right) \left(1 - \frac{4m_\chi^2}{s} \right)} \cos \theta \right], \quad (4.16)$$

$$q \cdot p_1 = \frac{s}{2} \left(1 - \frac{2m_a^2}{s} \right), \quad q \cdot p_3 = q \cdot p_4 = \frac{s}{2}, \quad (4.17)$$

trong đó θ là góc giữa \vec{p} và \vec{k} . Thay các biểu thức (4.11) - (4.17) vào (4.7), cuối cùng ta thu được:

$$|M|^2 = -D^2 \frac{s^3}{2} \left\{ 2(|A|^2 + |B|^2)(|C_1|^2 - |C_2|^2) \left(1 - \frac{2m_a^2}{s} \right) + 6|A|^2|C_2|^2 \frac{m_\chi^2}{s} \right. \\ \left. - [|A|^2(|C_1|^2 + |C_2|^2) + |B|^2(|C_1|^2 - |C_2|^2)] \right\}$$

$$\times \left[1 - \left(1 - \frac{4m_a^2}{s} \right) \left(1 - \frac{4m_\chi^2}{s} \right) \cos^2 \theta \right] \Big\}. \quad (4.18)$$

Từ biểu thức (4.18), chúng tôi tìm được tiết diện vi phân như sau:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{k}|}{|\vec{p}|} \overline{|M|^2} = \frac{1}{192\pi^2 s} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_a^2}{s}}} \sum_{spin} |M|^2, \quad (4.19)$$

$$\text{trong đó: } \overline{|M|^2} = \frac{1}{3} \sum_{spin} |M|^2. \quad (4.21)$$

Tiếp theo, kết quả tiết diện tán xạ toàn phần là:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{s^2}{384\pi} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_a^2}{s}}} \frac{A_{du}^2}{\sin^2(d_u\pi)} s^{2d_u-4} \frac{1}{\Lambda_u^{4d_u-2}} \\ &\times \left\{ \left[-|C_3|^2(2|C_1|^2 + |C_2|^2) + 2|C_4|^2(|C_1|^2 - |C_2|^2) \right] \left(1 - 2\frac{m_a^2}{s} \right) \right. \\ &+ 3|C_3|^2|C_2|^2 \left(1 - 2\frac{m_a^2}{s} \right) \left(1 - 2\frac{m_\chi^2}{s} \right) \\ &\left. + \left[|C_3|^2(|C_1|^2 + |C_2|^2) + |C_4|^2(|C_1|^2 - |C_2|^2) \right] \left[1 - \frac{1}{3} \left(1 - 4\frac{m_a^2}{s} \right) \left(1 - 4\frac{m_\chi^2}{s} \right) \right] \right\} \quad (4.21) \end{aligned}$$

Áp dụng công thức tổng quát tính độ hao hụt năng lượng, ta thu được biểu thức độ hao hụt năng lượng của quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ trao đổi u-hạt là:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{3072\pi^5 \rho_{SN}} \int_0^\infty dx_1 \int_{m_a/T}^\infty dx_2 x_1 \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_a}{T}\right)^2} \\ &\times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_\gamma/T} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_a/T} - 1} \frac{\sqrt{T^2(x_1 + x_2)^2 - 4m_\chi^2}}{T(x_1 + x_2)} \\ &\times \left[\frac{e^{x_1 + x_2 - 2\mu_\chi/T}}{\left(e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_\chi}{T}} + 1 \right) \left(e^{\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{\mu_\chi}{T}} + 1 \right)} \right] \frac{A_{dU}^2}{\sin^2(\pi d_U)} s^{2d_U-1} \frac{1}{\Lambda_U^{4d_U-2}} \quad (4.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \left[|C_3|^2 (2|C_1|^2 + |C_2|^2) + 2|C_4|^2 (|C_1|^2 - |C_2|^2) \right] \left(1 - \frac{2m_a^2}{s} \right) \right. \\
& \quad - 3|C_3|^2 |C_2|^2 \left(1 - \frac{2m_a^2}{s} \right) \left(1 - \frac{2m_\chi^2}{s} \right) \\
& \quad \left. - \left[|C_3|^2 (|C_1|^2 + |C_2|^2) + |C_4|^2 (|C_1|^2 - |C_2|^2) \right] \left[1 - \frac{1}{3} \left(1 - 4\frac{m_a^2}{s} \right) \left(1 - 4\frac{m_\chi^2}{s} \right) \right] \right\} \\
& \hspace{15em} (4.23)
\end{aligned}$$

Lấy bộ tham số đầu vào $C_1 = C_2 = 1/\sqrt{2}$ [33], $C_3 = C_4 = 1$ [26], chúng tôi có tiết diện tán xạ toàn phần và độ hao hụt năng lượng của quá trình lần lượt là:

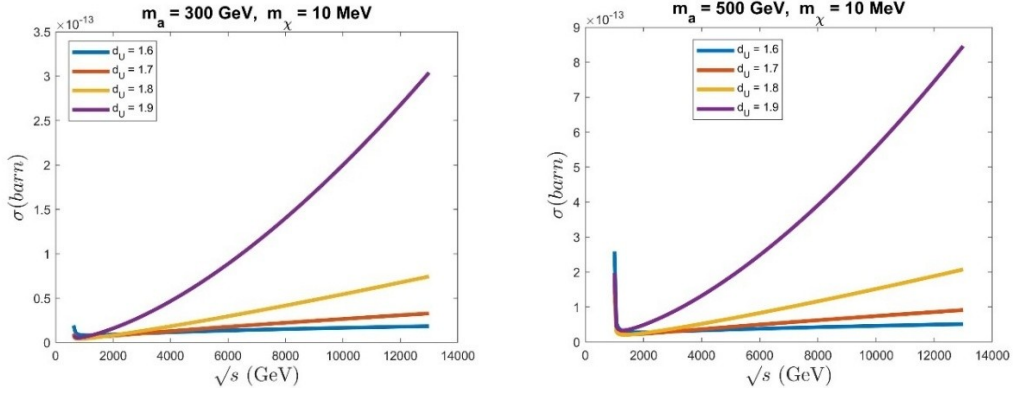
$$\sigma = \frac{s^2}{384\pi} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_a^2}{s}}} \frac{A_{d_U}^2}{\sin^2(d_U \pi)} s^{2d_U-4} \frac{1}{\Lambda_U^{4d_U-2}} \left(\frac{4m_a^2}{s} + \frac{m_\chi^2}{s} + 2\frac{m_a^2}{s} \frac{m_\chi^2}{s} \right). \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\epsilon} &= \frac{T^4}{3072\pi^5 \rho_{\text{SN}}} \int_0^\infty dx_1 \int_{m_a/T}^\infty dx_2 x_1 \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_a}{T}\right)^2} \\
& \times \frac{1}{e^{x_1 - \mu_\gamma/T} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \mu_a/T} - 1} \frac{\sqrt{T^2(x_1 + x_2)^2 - 4m_\chi^2}}{T(x_1 + x_2)} \\
& \times \left[\frac{e^{x_1 + x_2 - 2\mu_\chi/T}}{\left(e^{\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{\mu_\chi}{T}} + 1\right) \left(e^{\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{\mu_\chi}{T}} + 1\right)} \right] \frac{A_{d_U}^2}{\sin^2(\pi d_U)} s^{2d_U-1} \\
& \times \frac{1}{\Lambda_U^{4d_U-2}} \left(4\frac{m_a^2}{s} + \frac{m_\chi^2}{s} + 2\frac{m_a^2}{s} \frac{m_\chi^2}{s} \right). \quad (4.25)
\end{aligned}$$

4.1.2. Các kết quả tính số và thảo luận

Thực hiện tính toán số với bộ số liệu: khối lượng vật chất tối fermion $m_\chi = 10$ MeV [59, 68], khối lượng của hạt tựa axion bằng 300 GeV, 500 GeV [7, 87], $\Lambda_U = 1$ TeV, $d_U = 1.6$ đến 1.9 [26, 27]. Chúng tôi vẽ sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ toàn phần vào \sqrt{s} ở hình 4.2.

Từ hình 4.2 chúng ta có thể thấy tiết diện tán xạ tăng mạnh khi \sqrt{s} tăng ứng với $d_U = 1.9$. Trong ba trường hợp $d_U = 1.6, 1.7, 1.8$ tiết diện tăng chậm theo \sqrt{s} .



Hình 4.6. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ vào \sqrt{s} . Ở đây lấy $m_\chi = 0.1$ GeV, $m_a = 300$ GeV (trái) và $m_a = 500$ GeV (phải).

Tiếp theo, để thấy rõ hơn sự ảnh hưởng của u-hạt lên quá trình tán xạ $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$, chúng tôi so sánh tiết diện tán xạ của quá trình này với quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ thông qua trao đổi photon. Do vậy, chúng tôi xây dựng biểu thức tiết diện tán xạ của quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ bằng cách tương tự như trên.

Chúng tôi có đỉnh tương tác của $\gamma(q_1, \rho) - \gamma(q_2, \sigma) - a(p)$ là:

$$V_{a\gamma\gamma} = -\frac{1}{2} g_{a\gamma} \varepsilon_{\rho\sigma\mu\alpha} q_1^\mu q_2^\alpha \quad (4.26)$$

Tiếp tục biến đổi và thu được bình phương biên độ tán xạ của quá trình thông qua trao đổi photon bằng:

$$|M_\gamma|^2 = \frac{1}{64} g_{a\gamma}^2 \left[\frac{s^2}{2} (\mu_\chi^2 - d_\chi^2) - \frac{s^2}{2} (\mu_\chi^2 - d_\chi^2) \left(1 - \frac{4m_\chi^2}{s}\right) \cos^2 \theta + 4s m_\chi^2 d_\chi^2 \right] \quad (4.27)$$

Ở đây, μ_χ và d_χ là momen lưỡng cực từ và momen lưỡng cực điện của vật chất tối fermion χ . Cuối cùng, biểu thức tiết diện tán xạ của quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ thông qua trao đổi photon có dạng:

$$\sigma_\gamma = \frac{g_{a\gamma}^2}{9216\pi} \left[s(\mu_\chi^2 - d_\chi^2) \left(1 + \frac{2m_\chi^2}{s}\right) + 12m_\chi^2 d_\chi^2 \right] \quad (4.28)$$

Lập bảng số liệu giá trị tiết diện tán xạ toàn phần khi có sự tham gia của u-hạt và khi không có sự tham gia của u-hạt, đồng thời lập tỉ số so sánh giữa hai tiết diện này ở nhiều mức năng lượng khác nhau cho $m_a = 300$ GeV và $m_a = 500$ GeV. Bộ tham

số đầu vào là $\Lambda_U = 1 \text{ TeV}$, $g_{a\gamma} = 10^{-10} \text{ GeV}^{-1}$, $\mu_\chi = \frac{1}{8.4 \times 10^6} \text{ TeV}^{-1}$, $d_\chi = \frac{1}{8.7 \times 10^6} \text{ TeV}^{-1}$,
 $m_\chi = 10 \text{ MeV}$, $d_U = 1.6$.

Bảng 4.2. Tiết diện tán xạ toàn phần khi có trao đổi u-hạt/photon và tỉ số (σ/σ_γ) tại các mức năng lượng khác nhau, cho $m_a = 300 \text{ GeV}$.

$\sqrt{s} \text{ (TeV)}$	$\sigma \text{ (barn)}$	$\sigma_\gamma \text{ (barn)}$	σ/σ_γ
1.0	8.2304×10^{-15}	1.2906×10^{-43}	6.3774×10^{28}
2.0	9.1075×10^{-15}	5.1622×10^{-43}	1.7643×10^{28}
3.0	1.0428×10^{-14}	1.1615×10^{-42}	8.9785×10^{27}
4.0	1.1595×10^{-14}	2.0649×10^{-42}	5.6154×10^{27}
5.0	1.2625×10^{-14}	3.2264×10^{-42}	3.9132×10^{27}
6.0	1.3550×10^{-14}	4.6672×10^{-42}	2.9046×10^{27}
7.0	1.4393×10^{-14}	6.3273×10^{-42}	2.2762×10^{27}
8.0	1.5169×10^{-14}	8.2596×10^{-42}	1.8366×10^{27}
9.0	1.5892×10^{-14}	1.0454×10^{-41}	1.5202×10^{27}
10.0	1.6569×10^{-14}	1.2492×10^{-41}	1.3269×10^{27}
11.0	1.7207×10^{-14}	1.5166×10^{-41}	1.1019×10^{27}
12.0	1.7813×10^{-14}	1.8548×10^{-41}	9.5848×10^{26}
13.0	1.8389×10^{-14}	2.1810×10^{-41}	8.4311×10^{26}

Bảng 4.2. Tiết diện tán xạ toàn phần khi có trao đổi u-hạt/photon và tỉ số (σ/σ_γ) tại các mức năng lượng khác nhau, cho $m_a = 500 \text{ GeV}$.

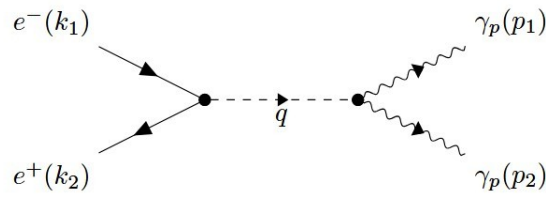
$\sqrt{s} \text{ (TeV)}$	$\sigma \text{ (barn)}$	$\sigma_\gamma \text{ (barn)}$	σ/σ_γ
1.0	—	1.2906×10^{-43}	—
2.0	2.7867×10^{-14}	5.1622×10^{-43}	5.3982×10^{28}
3.0	3.0104×10^{-14}	1.1615×10^{-42}	2.5919×10^{28}
4.0	3.2889×10^{-14}	2.0649×10^{-42}	1.5927×10^{28}
5.0	3.5535×10^{-14}	3.2264×10^{-42}	1.1014×10^{28}
6.0	3.7978×10^{-14}	4.6460×10^{-42}	8.1753×10^{27}
7.0	4.0351×10^{-14}	6.3237×10^{-42}	6.3643×10^{27}
8.0	4.2351×10^{-14}	8.2596×10^{-42}	5.1275×10^{27}
9.0	4.4320×10^{-14}	1.0454×10^{-41}	4.2397×10^{27}
10.0	4.6173×10^{-14}	1.2942×10^{-41}	3.5778×10^{27}
11.0	4.7925×10^{-14}	1.5166×10^{-41}	3.0690×10^{27}
12.0	4.9590×10^{-14}	1.8588×10^{-41}	2.6684×10^{27}
13.0	5.1177×10^{-14}	2.1810×10^{-41}	2.3464×10^{27}

Kết quả cho thấy, giá trị σ trong khoảng 8.23 fb - 51 fb trong dải \sqrt{s} từ 1 TeV - 13 TeV và khi có đóng góp của u-hạt, tiết diện tán xạ của quá trình có thể tăng lên từ 26 đến 28 bậc độ lớn so với khi không trao đổi u-hạt.

4.2. Quá trình hủy cặp electron-positron trao đổi u-hạt vô hướng ra hai plasmon

4.2.1. Tiết diện tán xạ

Giản đồ Feynman và các đỉnh tương tác của quá trình cho bởi:



Hình 4.7. Giản đồ Feynman quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p \gamma_p$ trao đổi u-hạt.

- Đỉnh ue^+e^- :

$$i \frac{\lambda_0}{\Lambda_u^{d_u-1}} - \frac{\lambda_1}{\Lambda_u^{d_u-1}} \gamma^5$$

- Đỉnh $u\gamma_p\gamma_p$

$$\frac{4i\lambda_3}{\Lambda_u^{d_u}} (-p_1 \cdot p_2 \cdot g^{\mu\nu} + p_1^\nu p_2^\mu).$$

Hàm truyền của hạt vô hướng:

$$\frac{iA_{d_u}}{2 \sin(d_u \pi)} \cdot (-q^2 - i\varepsilon)^{d_u-2}, \quad (4.29)$$

trong đó:

$$A_{d_u} = \frac{16\pi^2 \sqrt{\pi} \Gamma(d_u + \frac{1}{2})}{(2\pi)^{2d_u} \Gamma(d_u - 1) \Gamma(2d_u)}. \quad (4.30)$$

Biên độ tán xạ có dạng:

$$\begin{aligned}
iM = & \bar{v}(k_2) \cdot \frac{(i\lambda_1 - \lambda_2\gamma^5)}{\Lambda_u^{d_u-1}} \cdot \frac{iA_{d_u}}{2 \sin(d_u\pi)} \cdot (-q^2 - i\varepsilon)^{d_u-2} \cdot u(k_1) \cdot \\
& \times \frac{4i\lambda_3}{\Lambda_u^{d_u}} \cdot (-p_1 \cdot p_2 \cdot g^{\mu\nu} + p_1^\nu p_2^\mu) \cdot \varepsilon_\mu^*(p_1) \varepsilon_\nu^*(p_2).
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Biến đổi ta thu được bình phương biên độ tán xạ như sau:

$$\begin{aligned}
|M|^2 = & \left| \bar{v}(k_2)(i\lambda_1 - \lambda_2\gamma^5)u(k_1) \right|^2 \frac{A_{d_u}^2}{4 \sin^2(d_u\pi)} \frac{16\lambda_3^2}{\Lambda_u^{4d_u-2}} \cdot \\
& \times q^{2(2d_u-4)} \cdot (-p_1 \cdot p_2 \cdot g^{\mu\nu} + p_1^\nu p_2^\mu) \left(-p_1 \cdot p_2 \cdot g^{\mu'\nu'} + p_1^{\nu'} p_2^{\mu'} \right) \\
& \times \varepsilon_\mu^*(p_1) \varepsilon_\nu^*(p_2) \varepsilon_{\mu'}(p_1) \varepsilon_{\nu'}(p_2).
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Chú ý: $\sum_{i=1}^3 \varepsilon_\mu^{*s}(p_1) \varepsilon_{\mu'}^s(p_1) = -g_{\mu\mu'} + \frac{p_{1\mu} p_{1\mu'}}{m_A^2}$, ta có:

$$\begin{aligned}
|M|^2 = & \frac{4A_{d_u}^2 \lambda_3^2}{\sin^2(d_u\pi) \cdot \Lambda_u^{4d_u-2}} |q^2|^{2d_u-4} \cdot (-p_1 \cdot p_2 \cdot g^{\mu\nu} + p_1^\nu p_2^\mu) (-p_1 \cdot p_2 \\
& \times g^{\mu'\nu'} + p_1^{\nu'} p_2^{\mu'}) \cdot \left(-g_{\mu\mu'} + \frac{p_{1\mu} p_{1\mu'}}{m_A^2} \right) \left(-g_{\nu\nu'} + \frac{p_{2\nu} p_{2\nu'}}{m_A^2} \right) \\
& \times 4 [(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)(k_2 \cdot k_1) - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)m_e^2],
\end{aligned} \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned}
|M|^2 = & \frac{16A_{d_u}^2 \lambda_3^2}{\sin^2(d_u\pi) \Lambda_u^{4d_u-2}} |q^2|^{2d_u-4} \cdot [(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)(k_2 \cdot k_1) - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)m_e^2] \\
& \times [2(p_1 \cdot p_2)^2 + m_A^4].
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Xét trong hệ khối tâm ta có các xung lượng bốn chiều được biểu diễn như sau:

$$k_1 = (E, \vec{p}), \quad k_2 = (E, -\vec{p}), \quad p_1 = (E, \vec{p}), \quad p_2 = (E, -\vec{p}),$$

Như vậy, ta có: $s = q^2 = 4E^2$,

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{s}}{2} \sqrt{1 - 4\frac{m_e^2}{s}}, \quad |\vec{p}'| = \frac{\sqrt{s}}{2} \sqrt{1 - 4\frac{m_A^2}{s}}. \tag{4.35}$$

Từ đó biểu thức (4.34) được viết lại là:

$$|M|^2 = \frac{16A_{d_u}^2 \lambda_3^2}{\sin^2(d_u \pi) \Lambda_u^{4d_u-2}} \cdot s^{2d_u-4} \times \left[(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \frac{s}{2} \left(1 - 2\frac{m_e^2}{s}\right) - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) m_e^2 \right] \left[2\frac{s^2}{4} \left(1 - 2\frac{m_A^2}{s}\right)^2 + m_A^4 \right]. \quad (4.36)$$

Ta thu được biểu thức tiết diện tán xạ vi phân và tiết diện tán xạ toàn phần lần lượt là:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_A^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s}}} \cdot \frac{A_{d_u}^2 \lambda_3^2}{\sin^2(d_u \pi) \Lambda_u^{4d_u-2}} \cdot s^{2d_u-5} \times \left[(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \frac{s}{2} \left(1 - 2\frac{m_e^2}{s}\right) - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) m_e^2 \right] \left[2\frac{s^2}{4} \left(1 - 2\frac{m_A^2}{s}\right)^2 + m_A^4 \right]. \quad (4.37)$$

$$\sigma = \frac{A_{d_u}^2 \lambda_3^2 \cdot s^{2d_u-5}}{4\pi \sin^2(d_u \pi) \Lambda_u^{4d_u-2}} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_A^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s}}} \cdot \left[(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \frac{s}{2} \left(1 - \frac{2m_e^2}{s}\right) - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) m_e^2 \right] \times \left[\frac{s^2}{2} \left(1 - \frac{2m_A^2}{s}\right)^2 + m_A^4 \right]. \quad (4.38)$$

Khi $s \gg m_e^2$, ta có:

$$\sigma \approx \frac{A_{d_u}^2 \lambda_3^2 s^{2d_u-5}}{4\pi \sin^2(d_u \pi) \Lambda_u^{4d_u-2}} \sqrt{1 - \frac{4m_A^2}{s}} \cdot \left[(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \frac{s}{2} - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) m_e^2 \right] \times \left[\frac{s^2}{2} \left(1 - \frac{2m_A^2}{s}\right)^2 + m_A^4 \right]. \quad (4.39)$$

Áp dụng công thức (2.57) tính độ hao hụt năng lượng cho hạt fermion và phản hạt fermion vào, hai hạt boson ra, ta thu được biểu thức tích phân cho độ hao hụt năng lượng của quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p \gamma_p$ là:

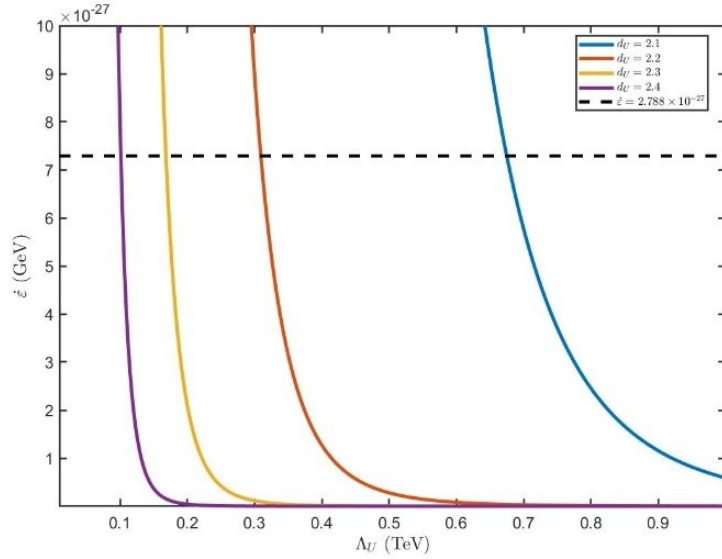
$$\dot{\epsilon} = \frac{T^4}{512\pi^5 \rho_{SN}} \int_{m_e/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_e/T}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2} \times \frac{1}{(e^{x_1 - \frac{\mu_e}{T}} + 1)} \frac{1}{(e^{x_2 + \frac{\mu_e}{T}} + 1)} \cdot \frac{e^{\frac{x_1+x_2-2\mu_A}{T}}}{(e^{\frac{x_1+x_2-\mu_A}{2T} - 1})^2} \cdot |M|^2. \quad (4.40)$$

Thay biểu thức (4.36) vào biểu thức (4.40), cuối cùng ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = & \frac{T^{4d_U-2} \lambda_3^2 A_{d_U}^2}{64\pi^5 \rho_{SN} \sin^2(d_U \pi) \Lambda_u^{4d_U-2}} \int_{m_e/T}^{\infty} dx_1 \int_{m_e/T}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2} \\ & \times \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_e}{T}\right)^2} \frac{1}{(e^{x_1 - \frac{\mu_e}{T}} + 1)} \frac{1}{(e^{x_2 + \frac{\mu_e}{T}} + 1)} \cdot \frac{e^{x_1+x_2-2\mu_A/T}}{\left(e^{\frac{x_1+x_2}{2} - \frac{\mu_A}{T}} - 1\right)^2} \\ & \times (x_1 + x_2)^{4d_U-2} \left[\frac{T^4}{2} (x_1 + x_2)^4 \left(1 - 2\frac{m_A^2}{s}\right)^2 + m_A^4 \right]. \end{aligned} \quad (4.41)$$

4.2.2. Các kết quả tính số và thảo luận

Độ hao hụt năng lượng dưới dạng hàm của thang năng lượng Λ_U với các giá trị d_U khác nhau được biểu diễn ở hình 4.4.



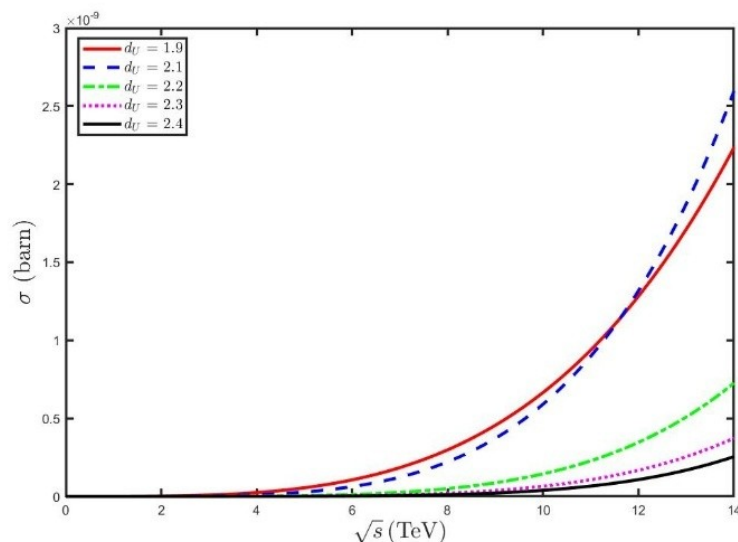
Hình 4.8. Độ hao hụt năng lượng ε' theo hàm của của Λ_U . Đường nằm ngang tương ứng với giới hạn trên của độ hao hụt năng lượng $\varepsilon = 7.288 \times 10^{-27}$ GeV.

Tiếp theo, chúng tôi đưa ra ngưỡng giới hạn dưới của Λ_U ở bảng 4.3.

Bảng 4.3. Ngưỡng giới hạn của thang năng lượng Λ_U theo thứ nguyên tỉ lệ d_U

d_U	1.6	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2	2.3	2.4
Λ_U (TeV)	32.849	11.655	5.084	2.770	0.675	0.309	0.168	0.101

Trước đây, các tác giả khác cũng đã tìm thấy giới hạn dưới của Λ_U nằm trong khoảng từ 1 TeV đến 10 TeV [45] và từ 1 TeV đến 3 TeV [13]. Kết quả của luận án thu được phù hợp với kết quả trong hai tài liệu tham khảo nhưng độ chính xác cao hơn. Sự phụ thuộc của tiết diện tán xạ σ (công thức (4.39)) vào năng lượng hệ khối tâm \sqrt{s} được biểu diễn trong Hình 4.5 cho các giá trị d_U khác nhau.



Hình 4.9. Đồ thị tiết diện tán xạ toàn phần theo \sqrt{s}

Như chúng ta có thể quan sát từ hình 4.5, giá trị σ tăng dần theo \sqrt{s} . Trong các bảng 4.4 và 4.5, chúng tôi cung cấp các kết quả số cho tiết diện tán xạ toàn phần với bộ số liệu ở bảng 4.3 và các tham số: $\lambda_3 = \lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1/\sqrt{2}$, $m_A = 19$ MeV, $m_e = 0.511$ MeV, $\sqrt{s} = 1$ TeV đến 13 TeV. Trong bảng 4.4, $d_U = 1.6, 1.7, 1.8, 1.9$ và trong bảng 4.5, $d_U = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4$.

Bảng 4.4. Giá trị tiết diện tán xạ toàn phần theo \sqrt{s} với các bộ số (d_U, Λ_U) , $d_U < 2$.

\sqrt{s} (TeV)	σ (barn)			
	$d_U = 1.6$ $\Lambda = 32.849$ TeV	$d_U = 1.7$ $\Lambda = 11.655$ TeV	$d_U = 1.8$ $\Lambda = 5.084$ TeV	$d_U = 1.9$ $\Lambda = 2.770$ TeV
1.0	4.663×10^{-20}	1.066×10^{-18}	2.429×10^{-17}	5.562×10^{-16}
2.0	2.461×10^{-19}	7.423×10^{-18}	2.233×10^{-16}	6.744×10^{-15}
3.0	6.513×10^{-19}	2.310×10^{-17}	8.171×10^{-16}	2.903×10^{-14}
4.0	1.299×10^{-18}	5.169×10^{-17}	2.052×10^{-15}	8.178×10^{-14}

5.0	2.219×10^{-18}	9.656×10^{-17}	4.190×10^{-15}	1.826×10^{-13}
6.0	3.438×10^{-18}	1.609×10^{-16}	7.509×10^{-15}	3.520×10^{-13}
7.0	4.977×10^{-18}	2.477×10^{-16}	1.230×10^{-14}	6.131×10^{-13}
8.0	6.857×10^{-18}	3.600×10^{-16}	1.885×10^{-14}	9.916×10^{-13}
9.0	9.096×10^{-18}	5.007×10^{-16}	2.748×10^{-14}	1.515×10^{-12}
10.0	1.171×10^{-17}	6.725×10^{-16}	3.850×10^{-14}	2.214×10^{-12}
11.0	1.472×10^{-17}	8.782×10^{-16}	5.223×10^{-14}	3.120×10^{-12}
12.0	1.814×10^{-17}	1.120×10^{-15}	6.900×10^{-14}	4.268×10^{-12}
13.0	2.199×10^{-17}	1.402×10^{-15}	8.915×10^{-14}	5.694×10^{-12}

Bảng 4.5. Giá trị tiết diện tán xạ toàn phần theo \sqrt{s} với các bộ số (d_U, Λ_U) , $d_U > 2$

\sqrt{s} (TeV)	$\sigma(\text{barn})$			
	$d_U = 2.1$ $\Lambda = 0.675 \text{ TeV}$	$d_U = 2.2$ $\Lambda = 0.309 \text{ TeV}$	$d_U = 2.3$ $\Lambda = 0.168 \text{ TeV}$	$d_U = 2.4$ $\Lambda = 0.101 \text{ TeV}$
1.0	2.910×10^{-13}	6.723×10^{-12}	1.549×10^{-10}	3.587×10^{-09}
2.0	6.143×10^{-12}	1.873×10^{-10}	5.693×10^{-09}	1.740×10^{-07}
3.0	3.657×10^{-11}	1.312×10^{-09}	4.689×10^{-08}	1.685×10^{-06}
4.0	1.297×10^{-10}	5.218×10^{-09}	2.093×10^{-07}	8.438×10^{-06}
5.0	3.462×10^{-10}	1.523×10^{-08}	6.678×10^{-07}	2.944×10^{-05}
6.0	7.721×10^{-10}	3.654×10^{-08}	1.723×10^{-06}	8.173×10^{-05}
7.0	1.521×10^{-09}	7.657×10^{-08}	3.842×10^{-06}	1.938×10^{-04}
8.0	2.738×10^{-09}	1.454×10^{-07}	7.693×10^{-06}	4.093×10^{-04}
9.0	4.597×10^{-09}	2.558×10^{-07}	1.419×10^{-05}	7.915×10^{-04}
10.0	7.309×10^{-09}	4.242×10^{-07}	2.455×10^{-05}	1.428×10^{-03}
11.0	1.112×10^{-08}	6.703×10^{-07}	4.029×10^{-05}	2.435×10^{-03}
12.0	1.630×10^{-08}	1.018×10^{-06}	6.335×10^{-05}	3.964×10^{-03}
13.0	2.318×10^{-08}	1.495×10^{-06}	9.605×10^{-05}	6.206×10^{-03}

Từ các kết quả số, chúng tôi nhận thấy rằng các tiết diện tán xạ nằm trong khoảng 10^{-20} barn đến 10^{-12} barn với $d_U = 1.6, 1.7, 1.8, 1.9$ và khoảng 10^{-13} barn đến 10^{-3} barn với $d_U = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4$.

Do đó, các hiệu ứng của u-hạt lên tiết diện tán xạ có thể rất mạnh mẽ. Nếu phép đo được thực hiện ở dải năng lượng $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$ đến 13 TeV thì giá trị σ cho quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ hoàn toàn có thể ghi nhận được.

4.3. Kết luận chương 4

Trong chương này, chúng tôi khảo sát vai trò của u-hạt trong các quá trình tương tác có sự tham gia của hạt tựa axion và quá trình sinh hủy cặp electron positron. Đầu tiên, chương 4 nghiên cứu quá trình sinh vật chất tối fermion từ photon và hạt tựa axion $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$, với nhiều giá trị khác nhau của tham số d_U và các khối lượng liên quan. Các đồ thị số liệu cho thấy tiết diện tán xạ toàn phần tăng khi năng lượng tán xạ \sqrt{s} tăng. Giá trị σ trong khoảng 8.23 fb - 51 fb trong dải \sqrt{s} từ 1 TeV - 13 TeV và khi có đóng góp của u-hạt, tiết diện tán xạ của quá trình có thể tăng lên từ 26 đến 28 bậc độ lớn so với khi không trao đổi u-hạt.

Tiếp theo, quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ được xem xét đã cho kết quả tiết diện tán xạ trong khoảng 10^{-20} barn đến 10^{-12} barn với $d_U = 1.6, 1.7, 1.8, 1.9$ và khoảng 10^{-13} barn đến 10^{-3} barn với $d_U = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4$. Chúng tôi đã thu được kết quả mới và thú vị là ngưỡng dưới cho thang năng lượng Λ_U trong khoảng 0.101 TeV đến 32.849 TeV khi $2.4 \geq d_U \geq 1.6$. Do đó, các đánh giá này là tương thích với các đánh giá có ở các công trình khác nhưng cụ thể hơn.

Các kết quả này gợi ý khả năng sử dụng hai quá trình trên như một kênh tìm kiếm gián tiếp cho hiện tượng mới ở Mô hình chuẩn mở rộng.

KẾT LUẬN

Luận án này nghiên cứu các mô hình Mô hình chuẩn mở rộng có chứa các hạt mới, cụ thể là radion của mô hình Randall-Sundrum, vật chất tối fermion, u-hạt và hạt tựa axion đóng vai trò trung tâm trong các quá trình tương tác. Trên cơ sở đề cập một cách có hệ thống đến cách xây dựng các mô hình này và dẫn ra các công thức tính toán cần thiết, đặc biệt là công thức tính độ hao hụt năng lượng, luận án đã thu được các biểu thức cho các tiết diện tán xạ và độ hao hụt năng lượng từ các quá trình tán xạ thông qua trao đổi radion hay u-hạt. Hơn nữa, từ các tính toán số và vẽ đồ thị, luận án đã suy ra các giới hạn (constraint) quan trọng cho các tham số cơ bản của các mô hình chuẩn mở rộng như kỳ vọng chân không của trường radion $\langle\phi\rangle$, ngưỡng năng lượng Λ_U của u-hạt...trong môi trường sao siêu mới cũng như trong va chạm năng lượng cao. Các kết quả của luận án có thể được tóm tắt lại như sau:

- Đã xây dựng một cách có hệ thống và chi tiết công thức tính độ hao hụt năng lượng cho các quá trình tương tác giữa các hạt, đóng góp một khung lý thuyết tổng quát hơn so với các nghiên cứu trước đây.

- Đã tiên phong đánh giá định lượng (Đánh giá số) đóng góp của hạt radion trong ba quá trình tán xạ diễn ra trong môi trường sao siêu mới SN1987A, bao gồm đánh giá định lượng tiết diện tán xạ toàn phần của các quá trình khi có sự đóng góp của hạt radion. Đồng thời thiết lập mối liên hệ trực tiếp giữa các tham số mô hình radion và các quan sát thiên văn, qua đó đưa ra giới hạn thực nghiệm mới cho kỳ vọng chân không $\langle\phi\rangle$. Với giá trị tiết diện tán xạ toàn phần thu được cỡ femtobarn đến picobarn là phù hợp với Máy dò CMS (Compact Muon Solenoid) tại máy gia tốc LHC của CERN. Quá trình $\gamma_p\gamma_p \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ cho kết quả tiết diện tán xạ của quá trình cỡ 2.27×10^{-17} barn - 5.91×10^{-12} barn; và ở quá trình $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$, tiết diện tán xạ thông qua trao đổi radion thu được trong khoảng 2.75×10^{-26} barn đến 4.40×10^{-21} barn, lớn hơn trao đổi photon từ 5 đến 10 bậc độ lớn. Điều này cho thấy mức độ ảnh hưởng của radion vào quá trình tương tác là rất lớn. Đồng thời, kết quả cho thấy giới hạn dưới của $\langle\phi\rangle$ giảm khi m_ϕ tăng và chỉ ra rằng với điều kiện $\epsilon \leq 7.288 \times 10^{-27}$ GeV và m_ϕ thay đổi từ 10 GeV đến 200 GeV, giới hạn dưới cho $\langle\phi\rangle$ giảm từ 9.18 GeV xuống

2.13 GeV. Thêm vào đó, xét quá trình $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ có hiệu ứng của hạt radion cho kết quả khi $m_\phi = 0.5$ GeV thì ngưỡng dưới của $\langle\phi\rangle$ đạt 926.69 GeV. Việc xác định ngưỡng giới hạn dưới cho giá trị kì vọng chân không của radion dựa trên ràng buộc chặt chẽ bởi điều kiện Raffelt và qua đó cung cấp cơ sở cho phép dự đoán cũng như tìm kiếm hạt radion trong các thí nghiệm hiện tại và tương lai.

- Đã đề xuất và triển khai tính toán chi tiết đóng góp của u-hạt trong hai quá trình quan trọng là $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$ và $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$, xác định được giới hạn thang năng lượng Λ_U ở mức chi tiết hơn so với các kết quả đã công bố, góp phần làm sáng tỏ vai trò của u-hạt trong các tương tác năng lượng siêu cao. Xét tại $d_U = 1.6$ và $\Lambda_U = 1\text{TeV}$, kết quả tiết diện tán xạ của quá trình $a\gamma \rightarrow \chi\bar{\chi}$ trong khoảng 8.34×10^{-15} barn - 5.12×10^{-14} barn và tăng từ 26 đến 28 bậc độ lớn khi so sánh với quá trình trao đổi photon, cho thấy sự hiện diện của u-hạt làm thay đổi đáng kể tiết diện tán xạ của quá trình. Áp dụng tiêu chuẩn Raffelt cho độ hao hụt năng lượng của quá trình là $e^+e^- \rightarrow \gamma_p\gamma_p$, luận án thu được các giới hạn dưới cho thang năng lượng Λ_U là từ 0.101 TeV đến 32.849 TeV với các giá trị d_U tương ứng và tiết diện tán xạ toàn phần nằm trong khoảng 10^{-20} barn đến 10^{-3} barn. Các điều kiện áp đặt được suy ra trong luận án có thể là quan trọng để kiểm chứng và phân biệt các mô hình chuẩn mở rộng thông qua các hiệu ứng của radion và u-hạt trong một số quá trình tán xạ năng lượng cao hay siêu cao như ở vụ nổ lớn SN1987A.

Các kết quả của luận án có thể là hữu ích cho việc tìm kiếm các hạt mới có trong các mô hình chuẩn mở rộng và cũng có thể là tiền đề cho việc nghiên cứu các quá trình mới trong tương lai.

**DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ
LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN**

- 1 Truong Minh Anh, Ha Huy Bang, Pham Thi Diem, “Radion Effects on Dark Matter Fermions Production in e^+e^- Collisions”, *VNU Journal of Science: Mathematics - Physics*, Vol. 41, No. 2, 2025.
- 2 Truong Minh Anh, Ha Huy Bang, “The role of radion in SN1987A cooling”, *Indian Journal of Physics*, Vol. 100, Issue 2, 2026.
- 3 Ha Huy Bang, Truong Minh Anh, “Unparticle effects on Dark Matter production from photon and axion-like”, *Communications in Physics*, Vol. 36, Issue 1, 2026.
- 4 Ha Huy Bang, Truong Minh Anh, “Unparticle effects on plasmon production from electron-positron annihilation in SN1987A”, *VNU Journal of Science: Mathematics - Physics*, Vol. 42, No. 1, 2026.
- 5 Ha Huy Bang, Truong Minh Anh, “Searching radion signatures through plasmon production SN1987A cooling”, đã được nhận đăng ở *Hanoi Metropolitan University, Natural Science and Technology*.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng Việt

- [1] Nguyễn Quang Bá, Hà Huy Bằng (2010), *Lý Thuyết Trường*, Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, Hà Nội.
- [2] Hà Huy Bằng (2006), *Các Bài Giảng về Siêu Đối Xứng*, Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, Hà Nội.
- [3] Hà Huy Bằng (2010), *Lý thuyết trường lượng tử*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.
- [4] Bùi Thị Hà Giang (2020), “Hiệu ứng hạt vô hướng trong mô hình Randall-Sundrum”, Luận án Tiến sĩ Vật lý, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [5] Hoàng Ngọc Long (2003), *Nhập môn Lý thuyết trường và Mô hình thống nhất điện yếu*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [6] Đặng Văn Soa (2005), *Đối xứng chuẩn và mô hình thống nhất điện yếu*, Nhà xuất bản Đại học Sư phạm, Hà Nội.

Tiếng Anh

- [7] Aad G., Abbott B., Abeling K., Abicht N. J., et al. (2023), “Search for an axion-like particle with forward proton scattering in association with photon pairs at ATLAS”, *J. High Energ. Phys.* 2023 (7), pp. 234.
- [8] Aad G., Collaboration ATLAS (2012), “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC”, *Phys. Lett. B* 716, pp. 1-29.
- [9] Aalbers J., Akerib D. S., Akerlof C. W., Al Musalhi A. K., et al. (2023), “First Dark Matter Search Results from the LUX-ZEPLIN (LZ) Experiment”, *Phys. Rev. Lett.* 131 (4), pp. 041002.

- [10] Abe K., Takenaka A., Bronner C., Hayato Y., et al. (2020), “Search for proton decay via $p \rightarrow e^+\pi^0$ and $p \rightarrow \mu^+\pi^0$ with an enlarged fiducial volume in SuperKamiokande I-IV”, *Phys. Rev. D* 102, pp. 112011.
- [11] Abu-Ajamieh Fayeze, Lee Jun Seok, Terning John (2018), “The light radion window”, *J. High Energ. Phys.* 2018 (50).
- [12] ALEPH Collaboration, DELPHI Collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration, et al. (2006), “Precision electroweak measurements on the Z resonance”, *Phys. Rep.* 427 (5-6), pp. 257-454.
- [13] Aliev T. M., Bilmiş S., Solmaz M., Turan I. (2017), “Scalar unparticle signals at the LHC”, *Phys. Rev. D* 95 (9), pp. 095005.
- [14] Alves A., Duarte L., Kovalenko S., Oviedo-Torres Y. M., et al. (2022), “Constraining 3-3-1 models at the LHC and future hadron colliders”, *Phys. Rev. D* 106 (5), pp. 055027.
- [15] An F. P., Collaboration Daya Bay (2012), “Observation of electronantineutrino disappearance at Daya Bay”, *Phys. Rev. Lett.* 108, pp. 171803.
- [16] Andernach H., Zwicky F. (2017), “English and Spanish Translation of Zwicky’s (1933) The Redshift of Extragalactic Nebulae”, arXiv: 1711.01693.
- [17] Angle J., Aprile E., Arneodo F., Baudis L., et al. (2011), “Search for Light Dark Matter in XENON10 Data”, *Phys. Rev. Lett.* 107, pp. 051301.
- [18] Anh S. T. L., Trang P. T. H., Trang T. Q., Bang H. H. (2018), “Unparticle Effects on Axion-Like Particles Production in e^+e^- Collisions”, *Int. J. Theor. Phys.* 57 (7), pp. 2015-2021.
- [19] Anh Sa Thi Lan, Trang T. Q., Huong N. T., Bang H. H. (2018), “Unparticle Effects on Bhabha Scattering”, *Can. J. Phys.* 96 (3), pp. 268-271.
- [20] Arcadi Giorgio, Djouadi Abdelhak, Raidal Martti (2020), “Dark Matter through the Higgs portal”, *Phys. Rep.* 842, pp. 1-180.

- [21] Arcadi Giorgio, Djouadi Abdelhak, Raidal Martti (2018), “The waning of the WIMP? A review of models, searches, and constraints”, *Eur. Phys. J. C* 78, pp. 203.
- [22] Argüelles Carlos R., Becerra-Vergara Edgar A., Rueda Jorge A., Ruffini Remo (2023), “Fermionic dark matter: Physics, astrophysics, and cosmology”, *Universe* 9, pp. 197.
- [23] Bertone G., Hooper D., Silk J. (2005), “Particle dark matter: evidence, candidates and constraints”, *Phys. Rept.* 405, pp. 279.
- [24] Binh V. H., Binh D. T., Cárcamo Hernández A. E., Huong D. T., et al. (2023), “Higgs sector phenomenology in the 3-3-1 model with an axionlike particle”, *Phys. Rev. D* 107 (9), pp. 095030.
- [25] Brdar Vedran, Lindner Manfred, Raffelt Georg G., Segarra Alejandro (2020), “Revisiting supernova constraints on a light CP-even scalar”, *Phys. Rev. D* 101, pp. 123025.
- [26] Chen Shao-Xia, Hu Rong (2009), “Unparticle physics on cosmic ray photon and e^\pm ”, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2009 (10).
- [27] Cheung K, Keung W.-Y., Yuan T.-C. (2007), “Collider phenomenology of unparticle physics”, *Phys. Rev. D* 76, pp. 055003.
- [28] Cheung K., Keung W.-Y., Yuan T.-C. (2007), “Collider signals in unparticle physics”, *Phys. Rev. Lett.* 99, pp. 051803.
- [29] Cheung K., Tseng P.-Y., Yuan T.-C. (2012), “Global Constraints on Effective Dark Matter Interactions”, *J. High Energ. Phys.* 06, pp. 054.
- [30] Cho, Gi-Chol, Nomura Daisuke, Ohno Yoshiko (2013), “Constraints on radion in a warped extra dimension model from Higgs boson searches at the LHC”, *Mod. Phys. Lett. A* 28 (33), pp. 1350148.

- [31] Choi G., Schiappacasse E. D. (2023), “PBH assisted search for QCD axion dark matter”, *Phys. Rev. D* 107, pp. 043511.
- [32] Choi Kiwoon, Im Sang Hui, Shin Chang Sub (2021), “Recent Progress in the Physics of Axions and Axion-Like Particles”, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 71 (1), pp. 225-252.
- [33] Choudhury Debajyoti, Ghosh Dilip Kumar, Mamta (2008), “Unparticles and muon decay”, *Phys. Lett. B* 658 (4).
- [34] CMS Collaboration (2025), “Stairway to discovery: A report on the CMS programme of cross section measurements from millibarns to femtobarns”, *Phys. Rept.* 1115, pp.3-115.
- [35] Cohen A. G., Kaplan D. B., Nelson A. E. (1993), “Progress in electroweak baryogenesis”, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 43, pp. 27.
- [36] Collaboration Planck (2020), “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”, *Astron. Astrophys.* 641, pp. A6.
- [37] Collaboration SNO (2002), “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory”, *Phys. Rev. Lett.* 89, pp. 011301.
- [38] Corianò Claudio, Melle Dario (2024), “The $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X(331)$ Model: Addressing the Fermion Families Problem within Horizontal Anomalies Cancellation”, *Entropy* 26 (5), pp. 420.
- [39] Cortona Giovanni Grilli Di, Hardy Edward, Vega Javier Pardo, Villadoro Giovanni (2016), “The QCD axion, precisely”, *J. High Energ. Phys.* 2016 (1).
- [40] D. Clowe, Marusa Bradac (2006), “A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter”, *Astrophys. J. Lett.* 648, pp. L109.

- [41] Dang Van Soa, Le Mai Dung, Dao Thi Le Thuy (2018), “Contribution of unparticles to the Møller scattering in the Randall-Sundrum model”, *Commun. Phys.* 28 (4), pp. 331-340.
- [42] Das Ashmita, P. Tanmoy, S. Soumitra (2017), “Modulus stabilisation in a backreacted warped geometry model via Goldberger-Wise mechanism”, *Phys. Rev. D* 95 (7), pp. 075031.
- [43] Das P. K., Satheeshkumar V. H., Suresh P. K. (2008), “Plasmon Annihilation into Kaluza-Klein Graviton: New Astrophysical Constraints on Large Extra Dimensions”, *Phys. Rev. D* 78, pp. 063011.
- [44] Das P. K., Selvaganapathy J., Sharma Chandradew, Jha Tarun Kumar, et al. (2013), “Tsallis statistics and the role of a stabilized radion in the supernovae SN1987A cooling”, *Int. J. Mod. Phys. A* 28, pp. 1350012.
- [45] Das Prasanta Kumar (2007), “Unparticle effects in supernovae cooling”, *Phys. Rev. D* 76 (12).
- [46] Davoudiasl H., Hewett J. L., Rizzo T. G. (2000), “Phenomenology of the Randall-Sundrum Gauge Hierarchy Model”, *Phys. Rev. Lett.* 84 (10), pp. 2080-2083.
- [47] Donini A., Landini Giacomo, Muñoz-Ovalle (2025), “Dark matter in an evanescent three-brane Randall-Sundrum scenario”, *J. High Energ. Phys.* 2025 (11), pp. 37.
- [48] Dror Jeff A., Elor Gilly, McGehee Riley, Lin Tongyan (2020), “Directly detecting signals from absorption of fermionic dark matter”, *Phys. Rev. Lett.* 124, pp. 181301.
- [49] Feng Jonathan L. (2010), “Dark matter candidates from particle physics and methods of detection”, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 48, pp. 495-545.

- [50] Fiorillo Damiano F. G., Raffelt Georg G., Vitagliano Edoardo (2023), “Strong Supernova 1987A Constraints on Bosons Decaying to Neutrinos”, *Phys. Rev. Lett.* 131 (2).
- [51] Fukuda Y., Collaboration Super-Kamiokande (1998), “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos”, *Phys. Rev. Lett.* 81, pp. 1562.
- [52] Gavela M.B., P.Hernández, Orloff J., O.Pène (1994), “Standard model CP violation and baryon asymmetry”, *Mod. Phys. Lett. A* 9, pp. 795.
- [53] Georgi, H. (2007), “Unparticle physics”, *Phys. Rev. Lett.* 98, pp. 221601.
- [54] Giang Bui Thi Ha, Soa Dang Van, Dung Le Mai (2024), “Investigation of the scalar unparticle and anomalous couplings at muon colliders in final states with multiple photons in the Randall-Sundrum model”, *Int. J. Mod. Phys. A* 39, pp. 2450029.
- [55] Giudice G. (2014), “Naturalness after LHC-7 and LHC-8”, *Proceedings of Science EPS-HEP 2013* 180, pp. 163.
- [56] Goldberger W. D., Wise Mark B. (2000), “Phenomenology of a stabilized modulus”, *Phys. Lett. B* 475, pp. 275-279.
- [57] Goldberger W. D., Wise M. B. (1999), “Modulus stabilization with bulk fields”, *Phys. Rev. Lett.* 83, pp. 4922.
- [58] Guha Abhijit, Das Prasanta (2018), “Constraints on light dark matter fermions from relic density consideration and Tsallis statistics”, *J. High Energ. Phys.* 03, pp. 061.
- [59] Guha Atanu, Selvaganapathy J., Das Prasanta Kumar (2017), “Q-deformed statistics and the role of a light fermionic dark matter in the supernova SN1987A cooling”, *Phys. Rev. D* 95 (1), pp. 015001.
- [60] Hanhart C., Phillips D. R., Reddy S., Savage M. J. (2001), “Extra dimensions, SN1987A, and nucleon-nucleon scattering data”, *Nucl. Phys. B* 595, pp. 335

- [61] Harnik Roni, Kribs Graham D. (2009), “An Effective Theory of Dirac Dark Matter”, *Phys. Rev. D* 79, pp. 095007.
- [62] Hikasa Ken-ichi (2024), “CPT, Majorana fermions, and particle physics beyond the Standard Model”, *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2024, pp. 063B01.
- [63] Hook Anson (2019), “TASI Lectures on the Strong CP Problem and Axions”, *PoS TASI2018*, pp. 004.
- [64] Kajantie K., Laine M., Rummukainen K., Shaposhnikov M. (1996), “Is there a hot electroweak phase transition at $m_H \gtrsim m_W$?”, *Phys. Rev. Lett.* 77, pp. 2887.
- [65] Kimyoobai, Oh Leechong, Leeilbong, Leejungjai (2004), “Brane world of warp geometry: an introductory review”, *J. Korean Astron. Soc.* 37 (1), pp. 1-14.
- [66] Liang Y., Czarnecki Andrzej (2012), “Photon-photon scattering: A tutorial”, *Can. J. Phys.* 90, pp. 11-16.
- [67] Long H. N. (2015), “Challenges in Particle Physics and 3-3-1 Models”, *Commun. Phys.* 25, pp. 97-112.
- [68] Ma Kai (2025), “Exploring four fermion contact couplings of a dark fermion and an electron at hadron colliders and direct detection experiments”, *Phys. Dark Univ.* 50, pp. 102090.
- [69] Marsh D. J. E. (2016), “Axion cosmology”, *Phys. Rept.* 643, pp. 1.
- [70] Martin S. P. (1998), “A Supersymmetry Primer”, *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* 18, pp. 1.
- [71] Misra B., Saha J. P., Das P. K. (2006), “ $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay in the Randall-Sundrum model”, *Phys. Rev. D* 74, pp. 074011.
- [72] Ohno Y. (2015), “Radion in Randall-Sundrum model at the LHC and photon collider”, *PoS KMI International Symposium 2013 - Quest for the Origin of Particles and the Universe - Nagoya University* 208.

- [73] Peccei R. D., Quinn H. R. (1977), “CP Conservation in the Presence of Pseudo particles”, *Phys. Rev. Lett.* 38, pp. 1440.
- [74] Raffelt G. G. (2008), “Astrophysical Axion Bounds”, *Lect. Notes Phys.* 741, pp. 51-71.
- [75] Raffelt Georg G. (1996), *Stars as Laboratories for Fundamental Physics: The Astrophysics of Neutrinos, Axions, and Other Weakly Interacting Particles*. University of Chicago Press.
- [76] Randall L., Sundrum R. (1999), “A large mass hierarchy from a small extra dimension”, *Phys. Rev. Lett.* 83, pp. 3370.
- [77] Randall L., Sundrum R. (1999), “An alternative to compactification”, *Phys. Rev. Lett.* 83, pp. 4690.
- [78] Sakamura Yutaka (2011), “Radion and Higgs masses in gauge-Higgs unification”, *Phys. Rev. D* 83 (3).
- [79] Salucci Paolo (2019), “The distribution of dark matter in galaxies”, *Astron. Astrophys. Rev.* 27 (1).
- [80] Sharma Manish Kumar, Kundu Saumyen, Das Prasanta Kumar (2023), “SN1987A cooling due to plasmon-plasmon scattering in the Randall-Sundrum model”, *Phys. Dark Univ.* 40, pp. 101218.
- [81] Sikivie P. (2021), “Invisible Axion Search Methods”, *Rev. Mod. Phys.* 93, pp. 015004.
- [82] Soa Dang Van, Dung Le Mai, Thuy Dao Thi Le (2023), “Contribution of unparticles to the Møller scattering in the Randall-Sundrum model”, *Commun. Phys.* 33 (4).
- [83] Trang T. Q., Bang H. H. (2015), “Radion effects on $\gamma\gamma$ scattering”, *Mod. Phys. Lett. A* 30 (19), pp. 1550095.

- [84] Trang T. Q., Bang H. H., Huong N. T., Anh S. T. L. (2015), “On Unparticle Searches through Photon-Photon Scattering”, *J. Mod. Phys* 6 (13), pp. 1798-1802.
- [85] Van Dong Phung, Van Loi Duong, Thi Huong Do, Tuan Duy Nguyen, et al. (2025), “Dark symmetry implication for right-handed neutrinos”, *Phys. Rev. D* 111, pp. 035014.
- [86] Workman R.L., Group Particle Data (2024), “Review of Particle Physics”, *Prog. Theor. Exp. Phys.* pp. 083C01.
- [87] Yue Chong-Xing, Wang Han, Cheng Xue-Jia, Wang Yue-Qi (2023), “Sensitivity of the future e^-p collider to the coupling of axionlike particles with vector bosons”, *Phys. Rev. D* 107 (11).

PHỤ LỤC

Phụ lục A: Công thức hao hụt năng lượng

Trong phụ lục này, chúng tôi liệt kê các công thức tính năng lượng hao hụt với hai hạt vào và hai hạt ra khác nhau.

A1. Từ hai hạt sang N hạt ở tán xạ

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{1}{\rho_{SN}} \prod_{i=1}^2 \int \frac{d^3 p_i}{2E_i (2\pi)^3} f_i(E_i) \prod_{j=1}^N \frac{d^3 p_j}{2E_j (2\pi)^3} (1 \pm f_j(E_j)) (2\pi)^4 \\ &\times \delta^4 \left(\sum_{i=1}^2 p_i - \sum_{j=1}^N p_j \right) \frac{1}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \sum_{\text{spins}} |M|^2. \end{aligned}$$

Với p_i là xung lượng hạt vào, p_j là xung lượng hạt ra, f_i, f_j lần lượt là số lấp đầy cho các hạt va chạm đầu vào và đầu ra

$$f_i(E_i) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu_i}{T}\right) \pm 1}, \quad \begin{cases} \text{dấu (+) cho fermion,} \\ \text{dấu (-) cho boson.} \end{cases}$$

$$1 \pm f_j(E_j), \quad \begin{cases} \text{dấu (+) cho boson,} \\ \text{dấu (-) cho fermion.} \end{cases}$$

A2. Từ hai hạt boson sang hai hạt boson

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} - 1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} - 1} \\ &\times \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3 (2\pi)^3} \left(1 + \frac{1}{e^{\frac{E_3 - \mu_3}{T}} - 1} \right) \frac{d^3 \vec{p}_4}{2E_4 (2\pi)^3} \left(1 + \frac{1}{e^{\frac{E_4 - \mu_4}{T}} - 1} \right) \\ &\times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \\ &\times \frac{1}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \sum_{\text{spins}} |M|^2. \\ &= \frac{1}{\delta_{SN}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1 - \mu_1}{T}} - 1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2 - \mu_2}{T}} - 1} \\ &\times \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3 (2\pi)^3} \frac{d^3 \vec{p}_4}{2E_4 (2\pi)^3} \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} - 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \\ & \times \frac{1}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \sum_{spins} |M|^2. \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } A'' = \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1-\mu_1}{T}} - 1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2-\mu_2}{T}} - 1}$$

$$\text{Đặt } C = \frac{e^{-\frac{E_3-\mu_3}{T}}}{e^{\frac{E_3-\mu_3}{T}} - 1} \frac{e^{-\frac{E_4-\mu_4}{T}}}{e^{\frac{E_4-\mu_4}{T}} - 1}$$

A3. Từ hai hạt fermion sang hai hạt boson

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1-\mu_1}{T}} + 1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2-\mu_2}{T}} + 1} \\ & \times \int \frac{d^3\vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{p}_4}{2E_4(2\pi)^3} \times C \\ & \times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{4} \sum_{spins} |M|^2 \end{aligned}$$

A4. Từ hai hạt fermion sang hai hạt fermion

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= A^{(3)} \int \frac{d^3\vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{p}_4}{2E_4(2\pi)^3} \left[1 - \frac{1}{e^{\frac{E_3-\mu_3}{T}} + 1} \right] \left[1 - \frac{1}{e^{\frac{E_4-\mu_4}{T}} + 1} \right] \\ & \times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{4} \sum_{spins} |M|^2. \end{aligned}$$

A5. Từ hai hạt boson sang hai hạt fermion

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= A'' \int \frac{d^3\vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{p}_4}{2E_4(2\pi)^4} \frac{e^{(E_3-\mu_3)/T}}{e^{\frac{E_3-\mu_3}{T}} + 1} \frac{e^{(E_4-\mu_4)/T}}{e^{\frac{E_4-\mu_4}{T}} + 1} (2\pi)^4 \\ & \times \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \sum_{spins} |M|^2. \end{aligned}$$

A6. Từ một hạt fermion, một hạt phản fermion sang hai hạt boson

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{\rho_{SN}} \int \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_1-\mu_1}{T}} + 1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{E_2-\mu_2}{T}} + 1}$$

$$\begin{aligned} & \times \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3} \frac{d^3 \vec{p}_4}{2E_4(2\pi)^3} \times C \\ & \times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{4} \sum_{spins} |M|^2. \end{aligned}$$

A7. Từ một hạt fermion, một hạt phản fermion sang một hạt fermion, một hạt phản fermion

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = A^{(4)} & \int \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3} \frac{d^3 \vec{p}_4}{2E_4(2\pi)^3} \frac{e^{(E_3 - \mu_3)/T}}{e^{(E_3 - \mu_3)/T} + 1} \frac{e^{(E_4 - \mu_4)/T}}{e^{(E_4 - \mu_4)/T} + 1} \\ & \times (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \frac{1}{4} \sum_{spins} |M|^2. \end{aligned}$$

Trong đó, $A^{(3)}, A^{(4)}, D$ có dạng:

$$\begin{aligned} A^{(3)} = A^{(4)} & = \frac{T^4}{\rho_{SN} 16\pi^4} \times D \times \frac{1}{e^{x_1 - \frac{\mu_1}{T}} - 1} \frac{1}{e^{x_2 - \frac{\mu_2}{T}} - 1} \\ D & = \int_{\frac{m_1}{T}}^{\infty} dx_1 \int_{\frac{m_2}{T}}^{\infty} dx_2 \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{m_1}{T}\right)^2} \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{m_2}{T}\right)^2}. \end{aligned}$$

Phụ lục B. Đơn vị và hằng số

$$[\text{J}] = [\text{kg}] [\text{m/s}]^2$$

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = 6.24 \times 10^{18} \text{ eV} \simeq 6.24 \times 10^9 \text{ GeV}$$

$$E = mc^2 = 10^{-3} \text{ kg} (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 \approx 9 \times 10^{13} \text{ J}$$

$$\approx 9 \times 10^{13} \times 6.24 \times 10^9 \text{ GeV} \approx 5.6 \times 10^{23} \text{ GeV}$$

$$c = 1 \Rightarrow m = 5.6 \times 10^{23} \text{ GeV} \equiv 1 \text{ g}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}}{2\pi} \approx 1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c \approx 1.054 \times 10^{-34} \text{ J s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 3.162 \times 10^{-26} \text{ J m}$$

$$\hbar c = 3.162 \times 10^{-26} \text{ J m} \times 6.24 \times 10^9 \text{ GeV/J} \times 10^2 \text{ cm/m}$$

$$\simeq 1.973 \times 10^{-14} \text{ GeV cm}$$

$$\hbar = c = 1 \Rightarrow 1 \text{ cm} = \frac{1}{1.973 \times 10^{-14}} \text{ GeV}^{-1} \simeq 5.068 \times 10^{13} \text{ GeV}^{-1}$$

$$\rho = \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = \frac{5.6 \times 10^{23} \text{ GeV}}{(5.068 \times 10^{13} \text{ GeV}^{-1})^3} \simeq 4.3 \times 10^{-18} \text{ GeV}^4$$

$$[\langle\phi\rangle] = \text{GeV}, [s] = [p^2] = [m^2] = \text{GeV}^2, \mu (\text{GeV}).$$

$$\rho_{SN} = 10^{15} \text{ g/cm}^3 \simeq 10^{15} \times 4.3 \times 10^{-18} \text{ GeV}^4 \approx 4.3 \times 10^{-3} \text{ GeV}^4$$

$$1 \text{ GeV}^{-2} = 0.389 \times 10^{-3} \text{ barn}$$

$$1 \text{ picobarn} = 10^{-12} \text{ barn}, 1 \text{ pb} = 10^{-12} \text{ b}$$

$$1 \text{ femtobarn} = 10^{-15} \text{ barn}, 1 \text{ fb} = 10^{-15} \text{ b}$$

Phụ lục C. Công thức tính vết ma trận

1) $\text{Tr } I = 4$

2) $\text{Tr}(\gamma^\mu) = 0, \quad \text{Tr}(\text{một số lẻ } \gamma) = 0$

3) $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \quad \text{Tr}(\hat{a} \hat{b}) = 4(a \cdot b) = 4g^{\mu\nu}$

4) $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$

Mở rộng: $\text{Tr}(\hat{a} \hat{b} \hat{c} \hat{d}) = 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)]$

5) $\text{Tr}[\gamma^{\alpha_1} \gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2n}}] = g^{\alpha_1 \alpha_2} \text{Tr}[\gamma^{\alpha_3} \dots \gamma^{\alpha_{2n}}]$
 $- g^{\alpha_1 \alpha_3} \text{Tr}[\gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2n}}] + \dots + g^{\alpha_1 \alpha_{2n}} \text{Tr}[\gamma^{\alpha_2} \dots \gamma^{\alpha_{2n-1}}]$

Mở rộng: $\text{Tr}[\hat{a}_1 \hat{a}_2 \dots \hat{a}_{2n}] = a_1 a_2 \text{Tr}[\hat{a}_3 \dots \hat{a}_{2n}]$
 $+ \dots - a_1 a_3 \text{Tr}[\hat{a}_2 \hat{a}_4 \dots \hat{a}_{2n}] + \dots - a_1 a_{2n} \text{Tr}[\hat{a}_2 \dots \hat{a}_{2n-1}]$

6) $\text{Tr}(\gamma_5) = 0, \quad \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\mu) = 0, \quad \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho)$
 $\text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho) = 0$

7) $\text{Tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\delta \gamma_5) = 4i \varepsilon^{\alpha\beta\sigma\delta}, \quad \text{Tr}(\gamma_5 \hat{a} \hat{b} \hat{c} \hat{d}) = 4i \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma$

8) $\text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma^\tau \gamma^\lambda) = 4i(g^{\mu\nu} \varepsilon^{\rho\sigma\tau\lambda} - g^{\mu\rho} \varepsilon^{\nu\sigma\tau\lambda} + g^{\nu\rho} \varepsilon^{\mu\sigma\tau\lambda}$
 $+ g^{\tau\lambda} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} - g^{\sigma\lambda} \varepsilon^{\mu\nu\rho\tau} + g^{\sigma\tau} \varepsilon^{\mu\nu\rho\lambda})$

9) $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3.$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Chú ý rằng $\gamma_\mu = g_{\mu\nu} \gamma^\nu$. Các ma trận Pauli σ_i là:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \varepsilon_{ijk} \sigma_k, \quad \varepsilon_{ijk}$ hoàn toàn phản đối xứng, $\varepsilon_{123} = +1.$

Phụ lục D. Các hệ thức cho các ma trận Dirac

- 1) $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$
- 2) $\gamma_5 = \gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = -i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3$
- 3) $\gamma^\mu = g^{\mu\nu} \gamma_\nu$
- 4) $\{\gamma_5, \gamma_\mu\} = 0$
- 5) $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$
- 6) $\gamma_\mu \gamma_\nu = g_{\mu\nu} - i\sigma_{\mu\nu}$
- 7) $\gamma_\mu \gamma^\alpha = -2\gamma^{\mu\nu} - \gamma^\alpha, \quad \gamma_\mu \hat{a} \gamma^\mu = -2\hat{a}$
- 8) $\gamma_\mu \gamma^\alpha \gamma^\gamma \gamma^\mu = 4g^{\alpha\beta}, \quad \gamma_\mu \hat{a} \hat{b} \gamma^\mu = 4ab$
- 9) $\gamma_\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\gamma \gamma^\mu = -2\gamma^\gamma \gamma^\beta \gamma^\alpha, \quad \gamma_\mu \hat{a} \hat{b} \hat{c} \gamma^\mu = -2\hat{c} \hat{b} \hat{a}$
- 10) $\sigma^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} = 12$
- 11) $\varepsilon_{0123} = -\varepsilon^{0123} = 1$
- 12) $\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} = -2(\delta^\mu_\rho \delta^\nu_\sigma - \delta^\mu_\sigma \delta^\nu_\rho)$
- 13) $\gamma^{0+} = \gamma^0, \gamma^{i+} = -\gamma^i$
- 14) $\hat{a} \hat{b} = -\hat{b} \hat{a} + 2ab$
- 15) $(\gamma^5)^2 = 1, \quad (\gamma^5)^+ = \gamma^5, \quad \overline{\gamma^5} = -\gamma^5$
- 16) $\bar{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^+ \gamma^0,$
- 17) $\overline{\gamma^\mu} = \gamma^\mu,$
- 18) $\overline{\gamma^\mu \gamma^\nu} = \gamma^\nu \gamma^\mu,$
- 19) $\overline{\gamma^\mu \gamma^5} = -\gamma^5 \gamma^\mu,$
- 20) $\gamma^{\mu_1} \dots \gamma^{\mu_k} \gamma^5 \gamma^{\mu_{k+1}} \dots \gamma^{\mu_n} = (-1)^{n-1} \gamma^{\mu_n} \dots \gamma^{\mu_{k+1}} \gamma^5 \gamma^{\mu_k} \dots \gamma^{\mu_1},$
- 22) $\overline{\sigma^{\mu\nu}} = \sigma^{\mu\nu}.$

Phụ lục E. Hệ khối tâm

1) Xét hạt 1 (p_1) + hạt 2 (k_1) \rightarrow hạt 3 (p_2) + hạt 4 (k_2) trong hệ khối tâm

$$\vec{p}_1 + \vec{k}_1 = \vec{p}_2 + \vec{k}_2 = 0.$$

Suy ra

$$\vec{p}_1 = -\vec{k}_1 = \vec{p}, \quad \vec{p}_2 = -\vec{k}_2 = \vec{k},$$

Kí hiệu xung lượng bốn chiều

$$p_1 = (E_1, \vec{p}), \quad k_1 = (E_2, \vec{k}_1),$$

$$k_2 = (E_4, \vec{k}_2).$$

$$p_2 = (E_3, \vec{p}), \text{ hay}$$

$$p_1 = (E_1, \vec{p}),$$

$$k_1 = (E_2, -\vec{p}),$$

$$p_2 = (E_3, \vec{k}),$$

$$k_2 = (E_4, -\vec{k}).$$

2) Theo định luật bảo toàn năng xung lượng ta có

$$p_1 + k_1 = p_2 + k_2$$

cho ta

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4 \equiv \sqrt{s}.$$

Trong hệ khối tâm

$$|\vec{p}_1| = |\vec{k}_1| \equiv p, \quad |\vec{p}_2| = |\vec{k}_2| \equiv k.$$

Với từng hạt

$$E_1^2 = |\vec{p}_1|^2 + m_1^2,$$

$$E_2^2 = |\vec{k}_1|^2 + m_2^2,$$

$$E_3^2 = |\vec{p}_2|^2 + m_3^2,$$

$$E_4^2 = |\vec{k}_2|^2 + m_4^2.$$

Do $|\vec{p}_1| = |\vec{k}_1| = p$ và $|\vec{p}_2| = |\vec{k}_2| = k$, ta có

$$\begin{aligned} E_1^2 - m_1^2 &= p^2, & E_2^2 - m_2^2 &= p^2, \\ E_3^2 - m_3^2 &= k^2, & E_4^2 - m_4^2 &= k^2. \end{aligned}$$

Từ định nghĩa $s = (p_1+k_1)^2 = (E_1+E_2)^2$ rút ra các hệ thức quen thuộc trong hệ khối tâm

$$\begin{aligned} p^2 &= \frac{[s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2]}{4s}, \\ k^2 &= \frac{[s - (m_3 + m_4)^2][s - (m_3 - m_4)^2]}{4s}, \\ E_1 &= \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}}, & E_2 &= \frac{s + m_2^2 - m_1^2}{2\sqrt{s}} \\ E_3 &= \frac{s + m_3^2 - m_4^2}{2\sqrt{s}}, & E_4 &= \frac{s + m_4^2 - m_3^2}{2\sqrt{s}}. \end{aligned}$$

3) Các trường hợp đặc biệt

a) Với $m_1 = m_2 \equiv m$, $m_3 = m_4 \equiv M$, ta suy ra

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}.$$

b) Với $m_1 = m_2 \equiv m_f$, m_3 có thể khác m_4

Trong hệ khối tâm, với $s = (p_1 + k_1)^2$, $E_1 = E_2 = E$ nên $\sqrt{s} = 2E \Rightarrow s = 4E^2$.

Khi đó

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{s + m_3^2 - m_4^2}{2\sqrt{s}} = \frac{4E^2 + m_3^2 - m_4^2}{4E} \\ E_4 &= \frac{s + m_4^2 - m_3^2}{2\sqrt{s}} = \frac{4E^2 + m_4^2 - m_3^2}{4E}. \end{aligned}$$

c) Với m_1 có thể khác m_2 , m_3 có thể khác m_4 . Giả sử trong hệ khối tâm ta chọn

$E_1 = E$. Khi đó, ta có

$$\sqrt{s} = E_1 + E_2 = E + E_2,$$

và đồng thời

$$E_1 = \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} = E,$$

Như vậy, ta suy ra phương trình bậc hai theo \sqrt{s} có dạng

$$(\sqrt{s})^2 - 2E\sqrt{s} + (m_1^2 - m_2^2) = 0$$

Khi đó, ta có

$$\sqrt{s} = E + \sqrt{E^2 + m_2^2 - m_1^2}.$$

Do đó, biểu thức năng lượng của các hạt thu được là

$$E_2 = \sqrt{s} - E = \sqrt{E^2 + m_2^2 - m_1^2}$$

$$E_3 = \frac{s + m_3^2 - m_4^2}{2\sqrt{s}} = \frac{E + \sqrt{E^2 + m_2^2 - m_1^2}}{2} + \frac{m_3^2 - m_4^2}{2(E + \sqrt{E^2 + m_2^2 - m_1^2})}$$

$$E_4 = \frac{s + m_4^2 - m_3^2}{2\sqrt{s}} = \frac{E + \sqrt{E^2 + m_2^2 - m_1^2}}{2} + \frac{m_4^2 - m_3^2}{2(E + \sqrt{E^2 + m_2^2 - m_1^2})}$$

Ba công thức trên đúng cho trường hợp tổng quát với khối lượng hạt bất kỳ (có thể khác hoặc bằng nhau).

Phụ lục F. Biến đổi đơn vị của điều kiện Raffelt

Để thuận tiện cho các tính toán trong đơn vị tự nhiên, ta chuyển đổi biểu thức (2.1) sang đơn vị GeV. Trước hết, sử dụng các hệ thức chuẩn

$$1 \text{ erg} = 6.241509 \times 10^{11} \text{ GeV},$$

$$1 \text{ g} = 5.609588 \times 10^{23} \text{ GeV},$$

$$1 \text{ s}^{-1} = 6.582119 \times 10^{-25} \text{ GeV}.$$

Do đó,

$$\begin{aligned} 10^{19} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} &= 10^{19} \frac{6.241509 \times 10^{11} \text{ GeV}}{5.609588 \times 10^{23} \text{ GeV}} (6.582119 \times 10^{-25} \text{ GeV}) \\ &= 7.288 \times 10^{-27} \text{ GeV}. \end{aligned}$$

Biểu thức trên được sử dụng trong các tính toán độ hao hụt năng lượng từ các quá trình phát plasmon, tựa axion hoặc các hạt mới khác trong lõi siêu tân tinh, và đảm bảo rằng cơ chế làm nguội mới không làm mâu thuẫn với thời gian tín hiệu neutrino quan sát được của SN1987A.